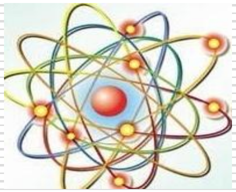
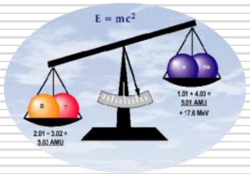




第8章　线性动态电路暂态过程的时域分析

开课教师：　王灿

开课单位：机电学院--电气工程学科

导 言

本章讨论线性动态电路暂态过程的时域分析。

首先介绍动态电路的暂态过程，包括稳态、暂态、换路等概念，初步建立时域分析法的基本思路。

然后重点介绍电路量的初始值、一阶电路的时间常数、零输入响应与零状态响应、全响应、自由分量与强制分量、阶跃响应与冲激响应等概念。

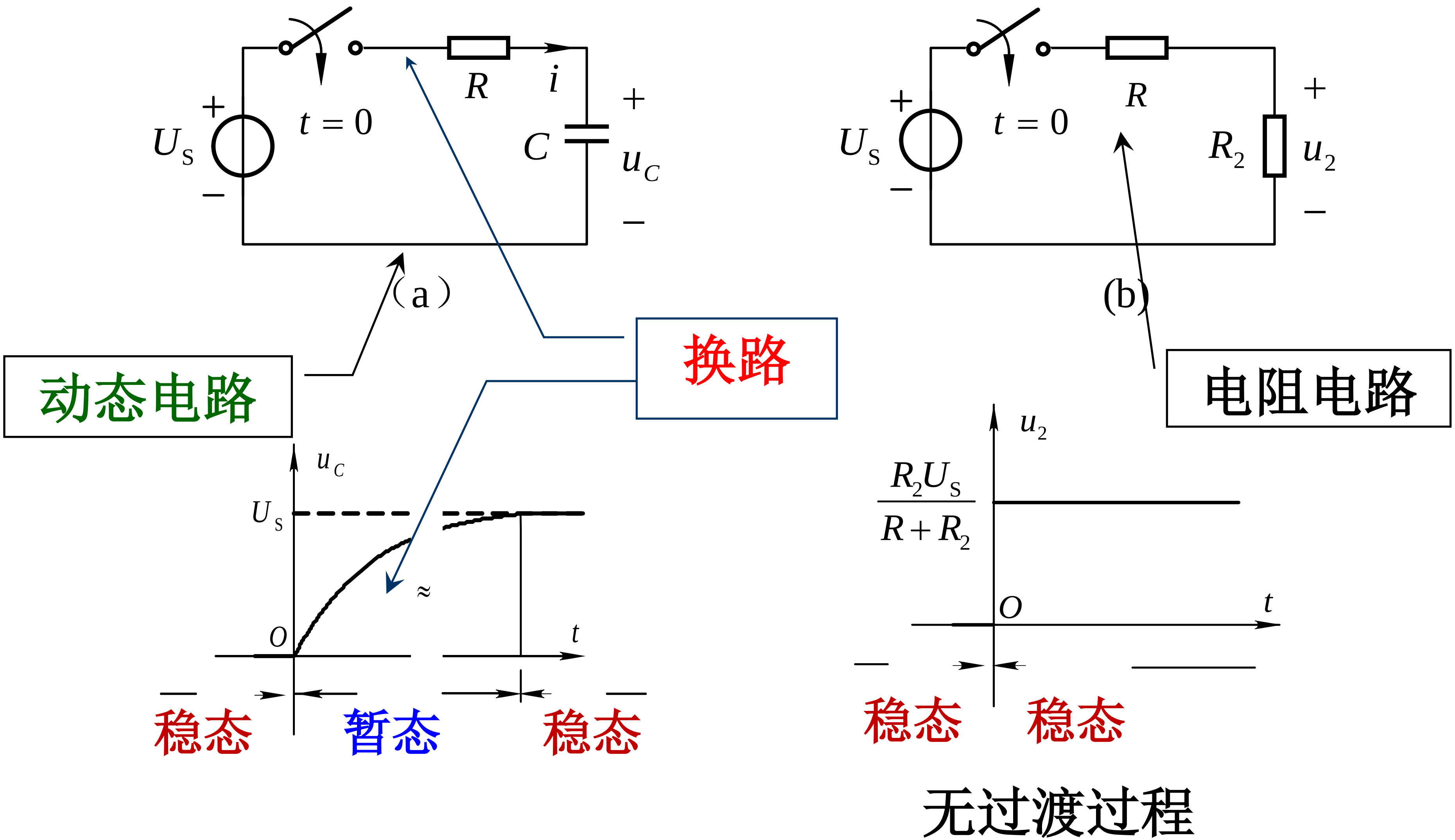
其次讨论卷积积分及二阶电路在过阻尼、欠阻尼和临界阻尼条件下解的特点。

最后简要介绍状态方程的概念。

目 录

8.1 动态电路的暂态过程

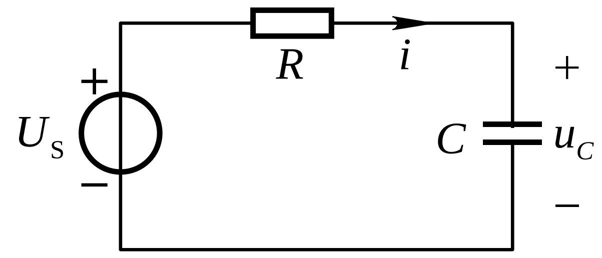
基本要求：了解动态电路暂态过程及时域分析思想。



动态电路的时域分析

换路后的KVL方程

$$Ri(t)+u_C(t)=U_S$$



$$i(t)=C\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}$$

$$\begin{cases} RC\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=U_S \\ u_C(0_+)=U_0 \end{cases}$$

常系数线性一阶微分方程；

初始值

$t=0$ 换路

$t=0_-$ 换路前瞬间

$t=0_+$ 换路后瞬间

电路变量初始值表示：

$u_C(0_+)$、$i_L(0_+)$、$q_C(0_+)$、$\psi_L(0_+)$

换路后电路量将从其初始值开始变动

时域分析：列微分方程；定初值；解微分方程

8.2 电路变量的初始值

基本要求：透彻理解换路定律，熟练计算电路量的初始值。

1、电容电压u_C和电感电流i_L初始值的确定

设电容上电压和电流参考方向相同，则有

$$q(t)=\int_{-\infty}^{t} i_C(\xi)\mathrm{d}\xi \quad =Cu_C(t)$$

电荷的初始值可表示为：

$$q(0_+)=\int_{-\infty}^{0_+} i_C(\xi)\mathrm{d}\xi=\int_{-\infty}^{0_-} i_C(\xi)\mathrm{d}\xi+\int_{0_-}^{0_+} i_C(\xi)\mathrm{d}\xi \quad =Cu_C(0_+)$$

等号右端第一项积分表示t=0-时的电荷 q(0-)，故

$$q(0_+)=q(0_-)+\int_{0_-}^{0_+} i_C(\xi)\mathrm{d}\xi=Cu_C(0_-)+\int_{0_-}^{0_+} i_C(\xi)\mathrm{d}\xi$$

若在 $t=0$ 瞬间电容电流有界，则上式积分为零，于是得

$$q(0_+)=q(0_-) \longrightarrow u_C(0_+)=u_C(0_-)$$

换路定律

电容： $q(0_+) = q(0_-)$ $\quad u_C(0_+) = u_C(0_-)$

电感： 对偶原理 $\Psi(0_+) = \Psi(0_-)$ $\quad i_L(0_+) = i_L(0_-)$

换路定律

说明：

电容电压 $u_C(t)$ 和电感电流 $i_L(t)$ 在换路瞬间是**连续变化**的

或称渐变的

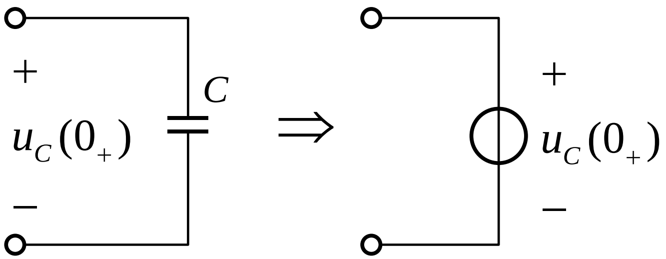
电路换路将**引起**电容和电感**能量**发生**变化**： $p = \dfrac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}$ ↑↓

$$w_C = \frac{1}{2} C u_C^2 = \frac{1}{2C} q^2 \qquad u_C(0_+) = u_C(0_-) \qquad i_C(0_+) = ? \uparrow\downarrow$$

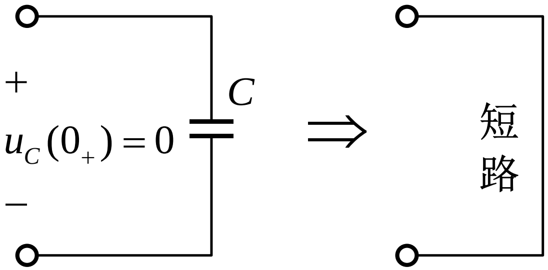
$$w_L = \frac{1}{2} L i_L^2 = \frac{1}{2L} \Psi^2 \qquad i_L(0_+) = i_L(0_-) \qquad u_L(0_+) = ? \uparrow\downarrow$$

2、除u_C、i_L之外，其它电压、电流初始值的确定

电容元件 $u_C(0_+)=u_C(0_-)$ →相当于直流电压源

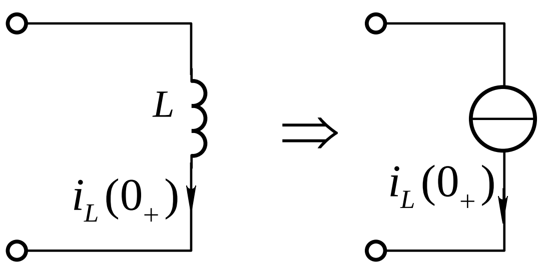


(a) $u_C(0_+)$有值

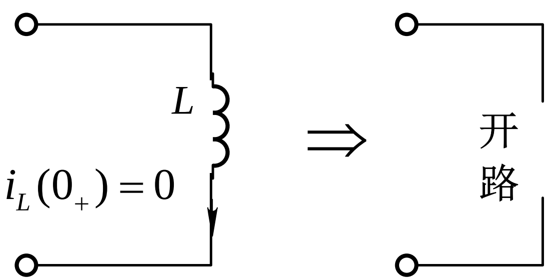


(b) $u_C(0_+)=0$

电感元件 $i_L(0_+)=i_L(0_-)$ →相当于直流电流源



(a) $i_L(0_+)$有值



(b) $i_L(0_+)=0$

$f(0+)$的确定

根据： $u_C(0_+)=u_C(0_-)$ →相当于直流电压源

$i_L(0_+)=i_L(0_-)$ →相当于直流电流源

列方程： $t=0_+$瞬间电路

1、结构约束 $\sum i(0_+)=0$ $\sum u(0_+)=0$

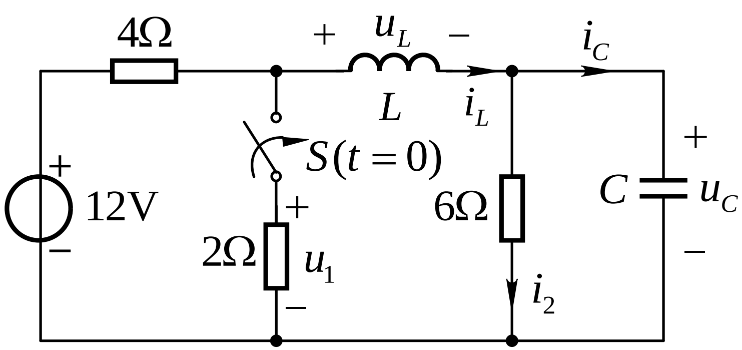
2、元件约束（电阻） $i_R(0_+)=Gu_R(0_+)$

或 $u_R(0_+)=Ri_R(0_+)$

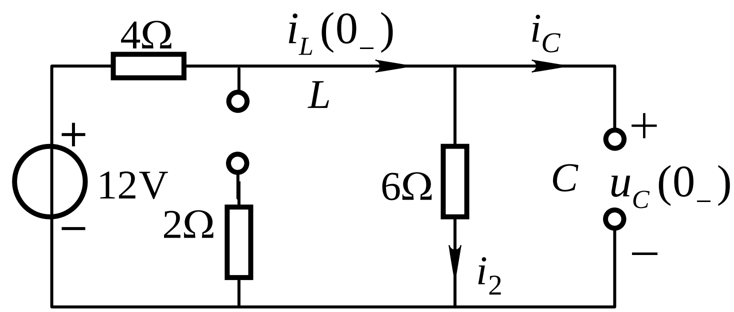
3、可用各种直流电路分析方法求 $f(0+)$

【例题8.1】

图(a)所示电路，在$t<0$时处于稳态， $t=0$时开关接通。求初始值$i_L(0_+)$、$u_C(0_+)$、$u_1(0_+)$、$u_L(0_+)$及$i_C(0_+)$ 。



(a)



(b)

开关**接通之前**电路如图(b)，直流稳态。求得

$$i_L(0_-)=\frac{12\text{V}}{(4+6)\Omega}=1.2\text{A} \qquad u_C(0_-)=6\Omega\times i_L(0_-)=7.2\text{V}$$

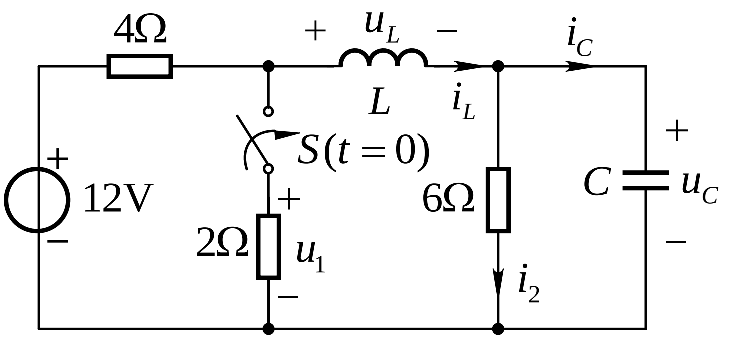
换路定律得

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=1.2\text{A}$$

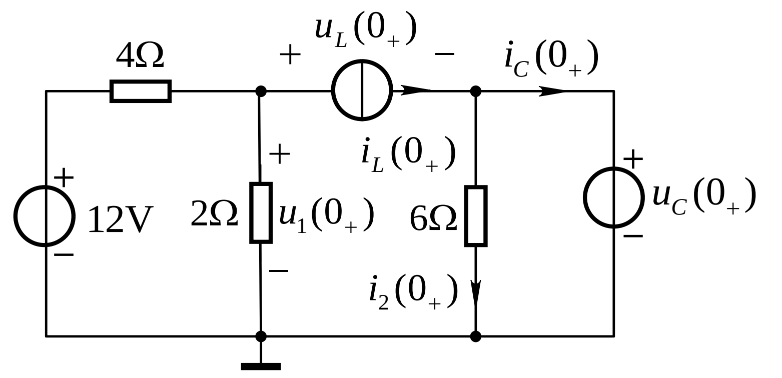
$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=7.2\text{V}$$

【例题8.1】

求初始值$u_1(0_+)$、 $u_L(0_+)$及 $i_C(0_+)$



(a)



(b)

$i_L(0_+) = 1.2\text{A}$; $u_C(0_+) = 7.2\text{V}$

t=0$_+$时的等效电路如图(b)

$$\left(\frac{1}{4\Omega} + \frac{1}{2\Omega}\right)u_1(0_+) = \frac{12\text{V}}{4\Omega} - i_L(0_+)$$

解得

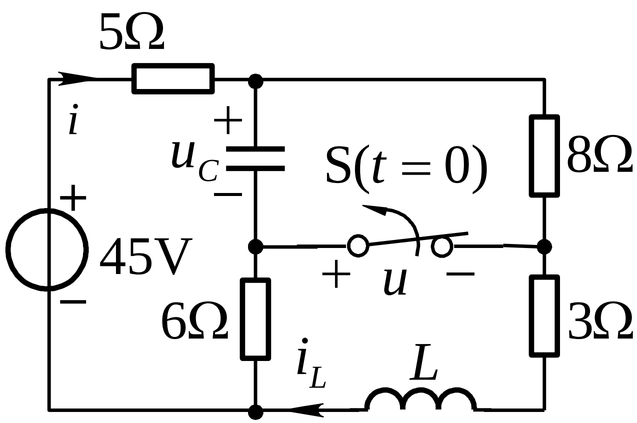
$$u_1(0_+) = 2.4\text{V}$$

$$u_L(0_+) = u_1(0_+) - u_C(0_+) = -4.8\text{V}$$

$$i_C(0_+) = i_L(0_+) - i_2(0_+) = i_L(0_+) - \frac{u_C(0_+)}{6\Omega} = 0$$

【补充例题1】

图示电路 $t<0$时处于稳态， $t=0$时开关断开。求初始值 $u_C(0_+)$、$i_C(0_+)$、$i_L(0_+)$、$u_L(0_+)$ 及开关两端电压 $u(0_+)$



【解】 $t<0$时电容开路，电感短路

3 Ω与 6 Ω 电阻并联，所以

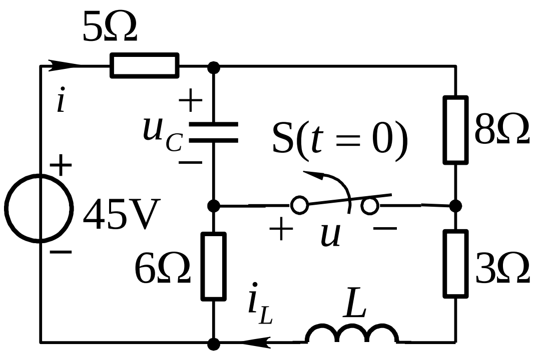
$$i(0_-)=\frac{45\text{V}}{(5+8+\frac{6\times 3}{6+3})\Omega}=3\text{A}$$

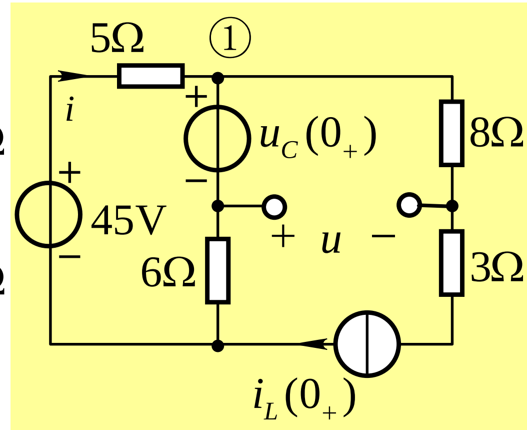
$$i_L(0_-)=\frac{6}{6+3}\times i(0_-)=2\text{A}=i_L(0_+)$$

$$u_C(0_-)=8\times i(0_-)=24\text{V}=u_C(0_+)$$

由换路定律得

【补充例题1】 $u(0_+)$、$i_C(0_+)$、$u_L(0_+)$ 的求解





$$u_C(0_+) = 24\text{V}$$
$$i_L(0_+) = 2\text{A}$$

$$u(0_+) = -u_C(0_+) + 8\times i_L(0_+)$$
$$= (-24+8\times 2)\text{V} = -8\text{V}$$

列节点方程 $\left(\dfrac{1}{5\Omega}+\dfrac{1}{6\Omega}\right)U_{n1}(0_+) = \dfrac{45\text{V}}{5\Omega} + \dfrac{24\text{V}}{6\Omega} - 2\text{A}$

$$U_{n1}(0_+) = 30\ \text{V}$$

$$i_C(0_+) = \frac{U_{n1}(0_+) - u_C(0_+)}{6\Omega} = 1\ \text{A}$$

$$u_L(0_+) = U_{n1}(0_+) - (8+3)\Omega i_L(0_+) = 8\text{V}$$

$i_C(0_-) = 0\ \text{A}$ $\quad$ $u_L(0_-) = 0\text{V}$

可见，电容电压$u_C(t)$和电感电流 $i_L(t)$ 在t=0时是连续的，而电容电流 $i_C(t)$ 和电感电压 $u_L(t)$ 在t=0时是跃变的。