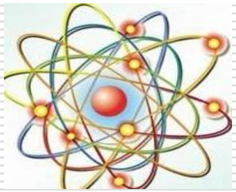
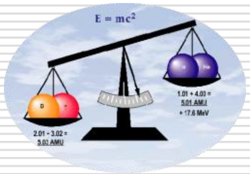




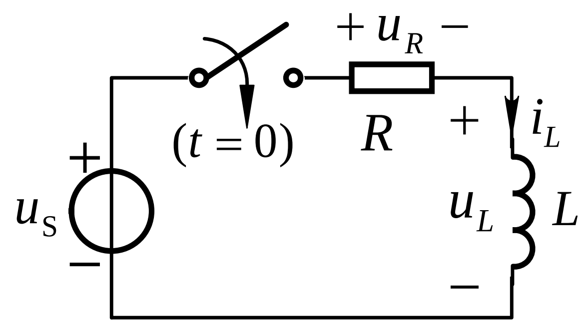
第8章　线性动态电路暂态过程的时域分析

开课教师：　王灿

开课单位：机电学院--电气工程学科

8.7 正弦电源作用下的一阶电路 (零状态响应)

图示电路，u_S 为正弦电压源



接入角 ($t=0$时初相)

$$u_S = U_m \cos(\omega t + \psi_u)$$

$t>0$ 微分方程 $L\dfrac{di_L}{dt} + Ri_L = u_S$

初始值 $i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0$

原方程通 解： $i_L = \boxed{i_{Lp}} \boxed{+i_{Lh}}$

1、求特解： $\boxed{i_{Lp}}$

电路存在稳态，可用稳态解做特解

稳态相量分析：

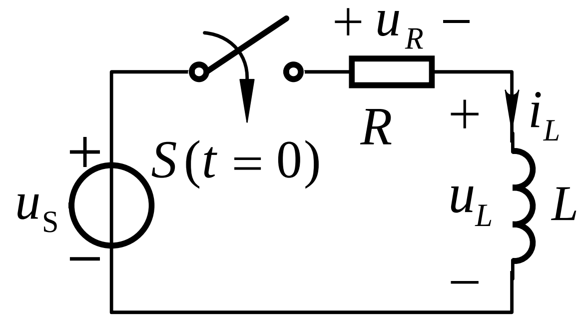
$$j\omega L\dot{I}_{mLp} + R\dot{I}_{mLp} = \dot{U}_{Sm}$$

$$\dot{I}_{mLp} = \frac{\dot{U}_{Sm}}{R + j\omega L} = \frac{U_{Sm}}{|Z|}\angle(\psi_u - \varphi)$$

$$= I_{mLp}\angle\psi_i$$

$$i_{Lp}(t) = I_{mLp}\cos(\omega t + \psi_i)$$

正弦零状态响应通解



2、求齐次通解：i_{Lh}

$$i_{Lh}(t) = Ae^{-\frac{R}{L}t} = Ae^{-t/\tau}$$

3、非齐次微分方程解

$$i_L(t) = i_{Lp}(t) + i_{Lh}(t) = I_{mLp}\cos(\omega t+\psi_i) + Ae^{-t/\tau}$$

令 t=0$_+$ ： $i_L(0_+) = I_{mLp}\cos(\psi_i) + A = 0$

$$A = -I_{mLp}\cos\psi_i$$

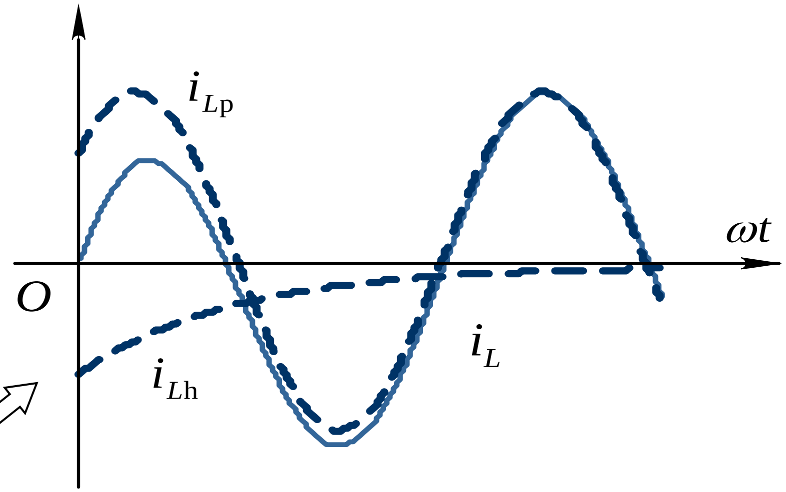
稳态分量在t=0$_+$的值

解得：$i_L = I_{mLp}\cos(\omega t+\psi_i) - (I_{mLp}\cos\psi_i)e^{-t/\tau}$

通解分析及 i_L 波形

影响暂态过程

$\psi_u = 0$



i_L、i_{Lp}和i_{Lh}的波形

$$i_L = I_{mLp}\cos(\omega t + \psi_i) - (I_{mLp}\cos\psi_i)e^{-t/\tau}$$

稳态分量

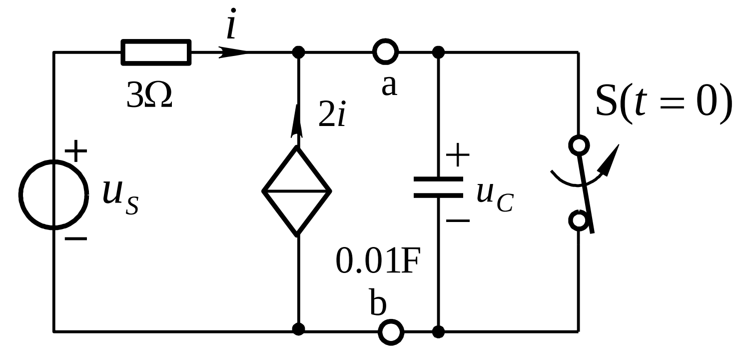
强制分量

暂态分量

自由分量

【补充例题5】

图(a)所示电路，开关原是接通的， $t=0$ 时断开。已知 $u_S = 10\sqrt{2}\cos(100t)\text{V}$ ，求$t>0$电压u_C



(a)

【解】 $t<0$时电路为零状态，

由换路定律 $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$

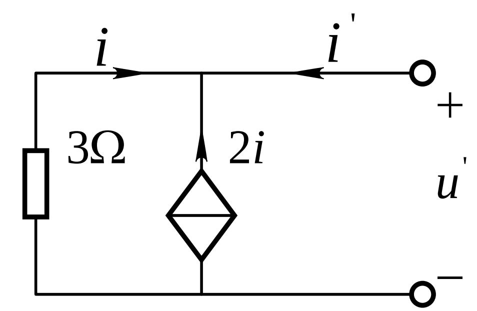
$t>0$ 时，ab左边戴维南电路:

求ab端开路电压:

$$i + 2i = 0 \longrightarrow i = 0$$

$$u_{OC} = u_S = 10\sqrt{2}\cos(100t)\text{V}$$

求等效内阻: 图(b)所示

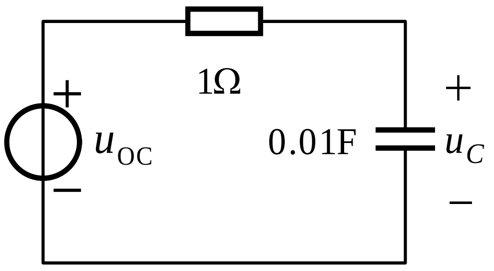


(b)

$$R_i = \frac{u'}{i'} = \frac{-3i}{(-i-2i)} = 1\Omega$$

求解电压 u_C

$t>0$时等效电路如图(c)所示



(c)

时间常数 $\tau = R_i C = 0.01\text{s}$

$$RC\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}+u_C(t)=u_{OC}$$

用相量法计算强制分量 u_{Cp}

$$\dot{U}_{Cp}=\frac{1/(\mathrm{j}\omega C)}{1+1/(\mathrm{j}\omega C)}\times\dot{U}_{OC}=\frac{-\mathrm{j}}{1-\mathrm{j}}\times 10\angle 0^\circ = 5\sqrt{2}\angle -45^\circ\text{V}$$

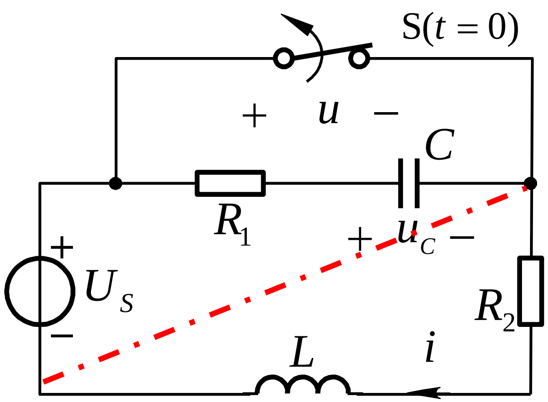
$$u_{Cp}(t)=10\cos(100t-45^\circ)\text{V} \longrightarrow u_{Cp}(0_+)=10\cos(-45^\circ)=5\sqrt{2}\text{V}$$

代入通解公式

$$u_C(t)=u_{Cp}(t)-u_{Cp}(0_+)\mathrm{e}^{-t/\tau}=[10\cos(100t-45^\circ)-5\sqrt{2}\mathrm{e}^{-100t}]\ \text{V}$$

【补充例题6】

图示电路原处于稳态，t=0 时开关打开。要求在 t>0时满足 u=U_S，求电路参数应满足的关系。



【解】 $i(0_+) = i(0_-) = \dfrac{U_S}{R_2}$

$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$

t>0

L：零输入响应

$$\boxed{i_L(t) = i(0_+)\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}} = \frac{U_S}{R_2}\mathrm{e}^{-\frac{R_2}{L}t}$$

C：零状态响应

$$\boxed{u_C(t) = u_C(\infty)(1-\mathrm{e}^{-t/\tau})} = U_S(1-\mathrm{e}^{-t/R_1C})$$

$$i_C(t) = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \frac{U_S}{R_1}\mathrm{e}^{-t/R_1C}$$

$$i_L = i_C \Rightarrow$$

$$R_1 = R_2 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

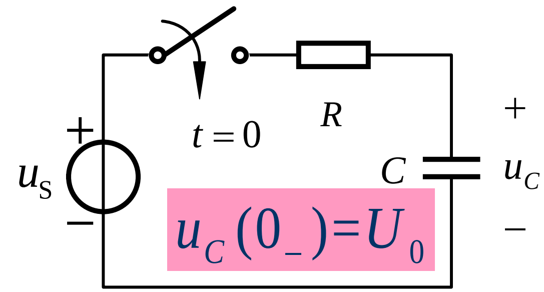
8.8 一阶电路的全响应

基本要求：掌握全响应与零输入和零状态响应的关系。理解叠加定理在线性动态电路中的应用。

全响应：由独立源和储能元件原始储能共同作用引起的响应

$u_C(0_-)$、u_s共同作用 → 全响应

$$\begin{cases} RC\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=u_S \\ u_C(0_+)=u_C(0_-)=U_0 \end{cases}$$



***RC*电路的全响应**

仅$u_C(0_-)$作用 → 零输入响应

$$RC\frac{\mathrm{d}u_C'}{\mathrm{d}t}+u_C'=0$$

$$u_C'(0_+)=u_C'(0_-)=U_0$$

仅u_s作用 → 零状态响应

$$RC\frac{\mathrm{d}''u_C}{\mathrm{d}t}+u_C''=u_S$$

$$u_C''(0_+)=u_C''(0_-)=0$$

$$\begin{cases} RC\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(u_C'+u_C'')+(u_C'+u_C'')=u_S \\ u_C'(0_+)+u_C''(0_+)=U_0 \end{cases}$$

$$u_C(t)=u_C'(t)+u_C''(t)$$

$$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=u_{\mathrm{S}}$$

$$u_C(t)=u_C'(t)+u_C''(t)$$

全响应＝ 零输入响应 ＋ 零状态响应

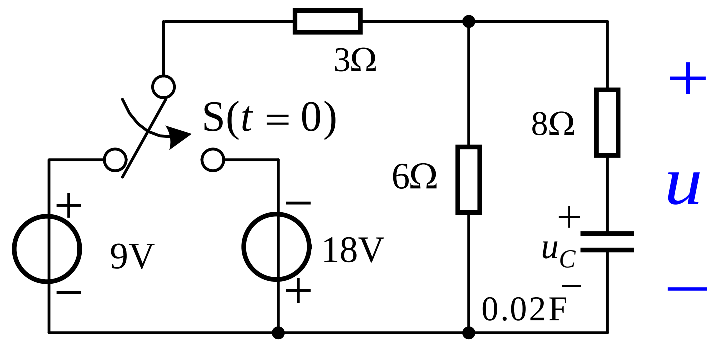
分析：

全响应、零输入响应和零状态响应中都含有自由分量

- 零输入响应中只含自由分量；
- 零状态响应中一般既含强制分量，也含自由分量。

【补充例题7】

图示电路$t<0$时稳态，$t=0$换路。求$t>0$时的电容电压u_C。



【解】$t<0$ $\quad u_C(0_-)=\dfrac{6}{6+3}\times 9\text{V}=6\text{V}$

$t>0$换路定律 $\quad u_C(0_+)=u_C(0_-)=6\text{V}$

全响应 =零输入+零状态

$$u_C(t)=u_C'(t)+u_C''(t)$$

等效电阻 $\quad R_\text{i}=(8+\dfrac{6\times 3}{6+3})\Omega=10\Omega$

时间常数 $\quad \tau=R_\text{i}C=0.2\text{s}$

$$u_C(\infty)=\frac{6}{6+3}\times(-18\text{V})=-12\text{V}$$

零输入 $\quad u_C'(t)=u_C(0_+)\text{e}^{-t/\tau}$

$$=6\text{e}^{-5t}\text{V}$$

零状态 $\quad u_C''(t)=u_C(\infty)-u_C(\infty)\text{e}^{-t/\tau}$

$$=(-12+12\text{e}^{-5t})\text{V}$$

全响应 $\quad u_C(t)=u_C'(t)+u_C''(t)=(-12+18\text{e}^{-5t})\text{V}$