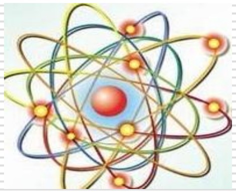
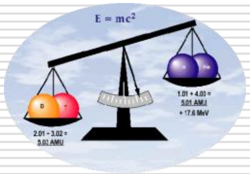




第9章 线性动态电路暂态过程的复频域分析

开课教师： 王灿

开课单位：机电学院--电气工程学科

9.4 复频域中电路定律与电路模型

一、复频域中的基尔霍夫定律

时 域 复 频 域

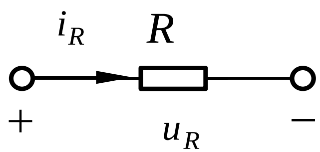
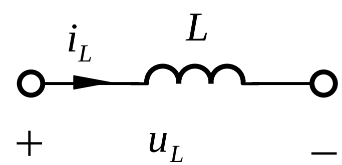
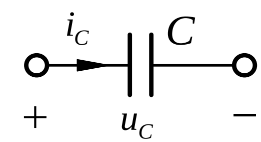
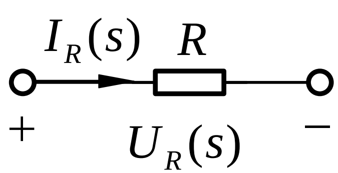
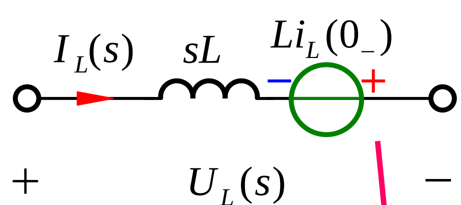
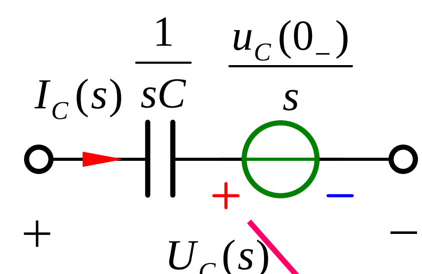
KCL： $\sum i_k(t)=0$ → $\sum I_k(s)=0$

在集中参数电路中，流出(入)节点的各支路电流象函数的代数和为零。

KVL： $\sum u_k(t)=0$ → $\sum U_k(s)=0$

在集中参数电路中，沿任一回路各支路电压象函数的代数和为零。

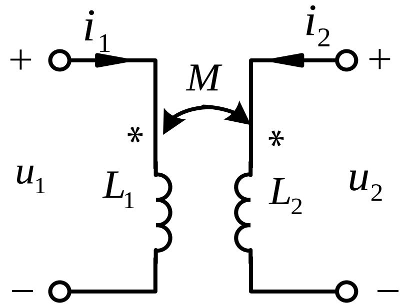
二、复频域中元件VCR方程及电路模型

	电阻	电感	电容
时域模型			
时域VCR	$u_R = Ri_R$	$u_L = L\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}$	$i_C = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$
复频域VCR	$U_R(s) = RI_R(s)$	$U_L(s) = sLI_L(s) - Li_L(0_-)$	$I_C(s) = sCU_C(s) - Cu_C(0_-)$ $U_C(s) = \dfrac{1}{sC}I_C(s) + \dfrac{u_C(0_-)}{s}$
复频域模型			

电感续流的方向

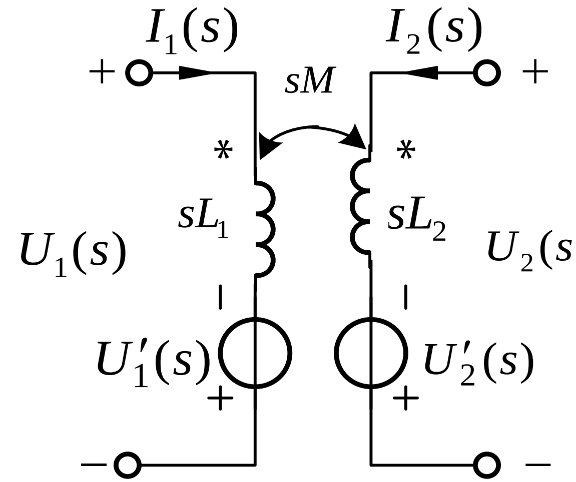
电容放电的方向

互感元件



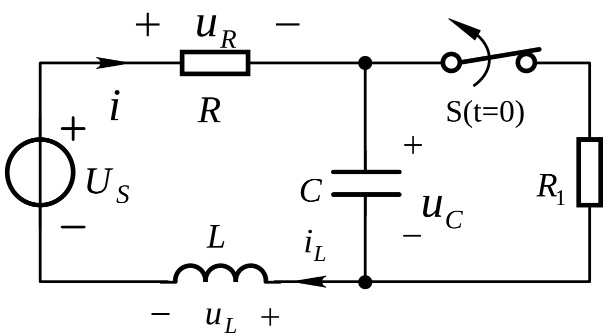
$$\begin{cases} U_1(s) = sL_1 I_1(s) + sMI_2(s) - L_1 i_1(0\_) - Mi_2(0\_) \\ U_2(s) = sMI_1(s) + sL_2 I_2(s) - Mi_1(0\_) - L_2 i_2(0\_) \end{cases}$$

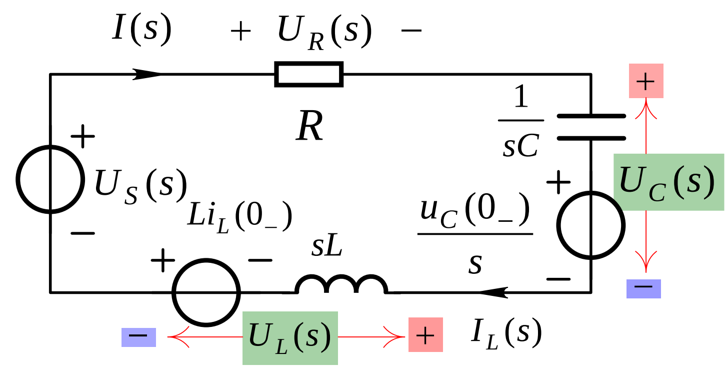
$$\begin{cases} u_1 = L_1 \dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + M \dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} \\ u_2 = M \dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + L_2 \dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} \end{cases}$$



$$\begin{cases} U_1'(s) = L_1 i_1(0\_) + Mi_2(0\_) \\ U_2'(s) = Mi_1(0\_) + L_2 i_2(0\_) \end{cases}$$

三、 复频域中电路模型　　运算阻抗和运算导纳





$$i_L(0_-) = i(0_-) = \frac{U_S}{R + R_1} \neq 0$$

$$u_C(0_-) = R_1 i(0_-) \neq 0$$

$$U_R(s) + U_C(s) + U_L(s) = U_S(s)$$

$$RI(s) + [\frac{1}{sC}I(s) + \frac{u_C(0_-)}{s}] + [sLI(s) - Li_L(0_-)] = U_S(s)$$

$$(R + sL + \frac{1}{sC})I(s) = U_S(s) + Li_L(0_-) - \frac{u_C(0_-)}{s}$$

运算阻抗: $Z(s) = R + sL + \frac{1}{sC}$

零状态时　$u_C(0_-) = 0$　$i_L(0_-) = 0$

$$\frac{U_S(s)}{I(s)} = Z(s)$$

$$\frac{I(s)}{U_S(s)} = \frac{1}{Z(s)} = Y(s)$$ 运算导纳

9.5 用拉普拉斯变换分析线性动态电路的暂态过程

运算电路具体分析步骤

1. 确定换路前电路全部电容电压和电感电流：$u_C(0_-)$、$i_L(0_-)$，并将激励的时域函数变换成象函数；

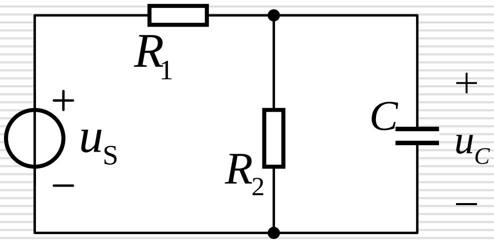
2. 根据换路后的电路画出运算电路。
   其中$u_C(0_-)$和 $i_L(0_-)$ 的作用用附加电压源表示，
   参数(R、L、C)用运算阻抗表示，
   已知的和待求的电压电流均用象函数表示；

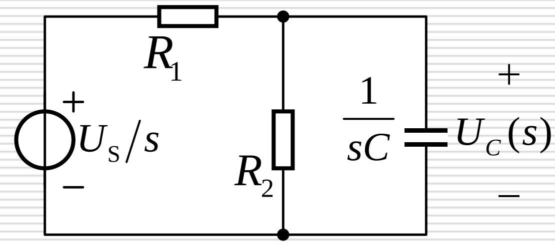
3. 将前面所学习的各种计算方法求解，响应的象函数；

4. 利用部分分式展开法或积分变换表
   将响应的象函数变换为时域原函数。

【补充例题5】

图示电路，已知 $u_S = U_S\varepsilon(t), u_C(0_-)=0$，求输出电压 $u_C(t)$





方法一：时域三要素法

$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$ 零状态响应

$$u_C(\infty) = \frac{R_2 U_S}{R_1 + R_2} \qquad \tau = RC \qquad (R = R_1 // R_2)$$

$$u_C(t) = u_C(\infty)(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau})\varepsilon(t)$$

$$= \frac{R_2 U_S}{R_1 + R_2}(1 - \mathrm{e}^{-t/RC})\varepsilon(t)$$

方法二：复频域法

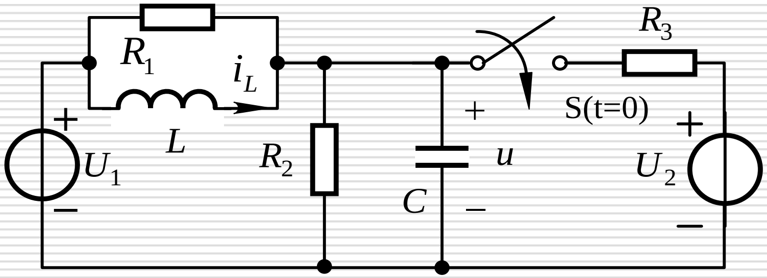
$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC\right) U_C(s) = \frac{U_S/s}{R_1}$$

$$U_C(s) = \frac{U_S/CR_1}{s(s+1/RC)} = \frac{R_2 U_S}{R_1 + R_2}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1/RC}\right)$$

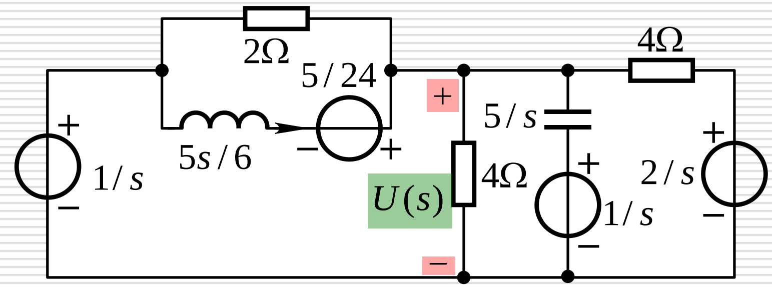
$$u_C(t) = \frac{R_2 U_S}{R_1 + R_2}(1 - \mathrm{e}^{-t/RC})\varepsilon(t)$$

【补充例题6】

图(a)所示电路，开关接通前处于稳态。已知 $U_1=1\text{V},U_2=2\text{V}$ $R_1=2\Omega, R_2=R_3=4\Omega, L=(5/6)\text{H}, C=0.2\text{F}$,求开关接通后电容电压$u$.



(a)



（b）

解： $t<0$ $\quad u(0\_)=U_1=1\text{V} \qquad i_L(0\_)=U_1/R_2=0.25\text{A}$

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+0.2s+\frac{1}{5s/6}\right)U(s)-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{5s/6}\right)\times\frac{1}{s}=\frac{2/s}{4}+\frac{1/s}{5/s}+\frac{5/24}{5s/6}$$

$$U(s)=\frac{s^2+6.25s+6}{s(s^2+5s+6)}=\frac{A_1}{s}+\frac{A_2}{s+2}+\frac{A_3}{s+3}$$

$$A_1=\frac{s^2+6.25s+6}{(s+2)(s+3)}\Big|_{s=0}=1\text{Vs}$$

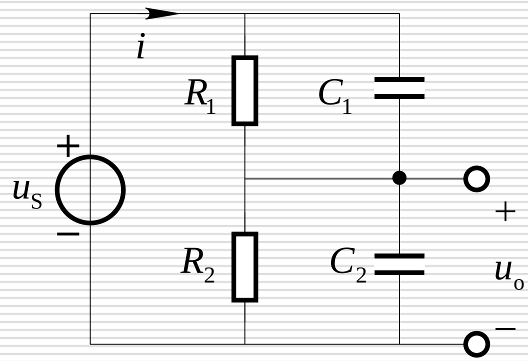
$$A_2=\frac{s^2+6.25s+6}{s(s+3)}\Big|_{s=-2}=1.25\text{Vs}$$

$$A_3=\frac{s^2+6.25s+6}{s(s+2)}\Big|_{s=-3}=-1.25\text{Vs}$$

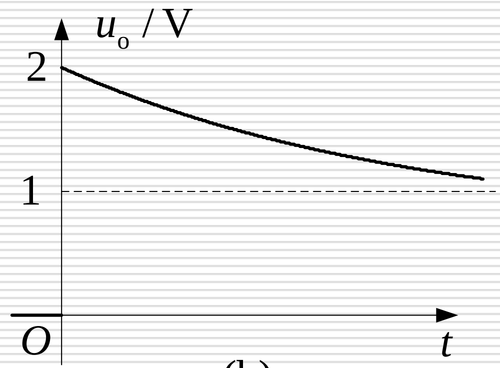
$$u(t)=\mathbf{L}^{-1}\{U(s)\}=(1+1.25\text{e}^{-2t}-1.25\text{e}^{-3t})\,\text{V}$$

【例题9.10】

图 (a) 所示电路中，已知 $R_1=9\Omega$，$R_2=1\Omega$，$C_1=1\text{F}$，$C_2=4\text{F}$ 外加电压 $u_S=10\varepsilon(t)\text{V}$，电路为零状态。求电流 i 和电压u_o



(a)



(b)

【解】零状态，运算电路中

无附加电源 $U_S(s)=10\text{V}/s$

$$Z(s)=\frac{R_1\times\frac{1}{sC_1}}{R_1+\frac{1}{sC_1}}+\frac{R_2\times\frac{1}{sC_2}}{R_2+\frac{1}{sC_2}}=\frac{R_1R_2(C_1+C_2)s+R_1+R_2}{(R_1C_1s+1)(R_2C_2s+1)}$$

$$=\frac{45s+10}{(9s+1)(4s+1)}$$

$$I(s)=\frac{U_S(s)}{Z(s)}=\frac{10(9s+1)(4s+1)}{s(45s+10)}$$

$$=8+\frac{1}{s}+\frac{(1/9)}{s+1/4.5}$$

$$i=8\text{C}\times\delta(t)+(1+\frac{1}{9}\text{e}^{-t/4.5})\varepsilon(t)\text{A}$$

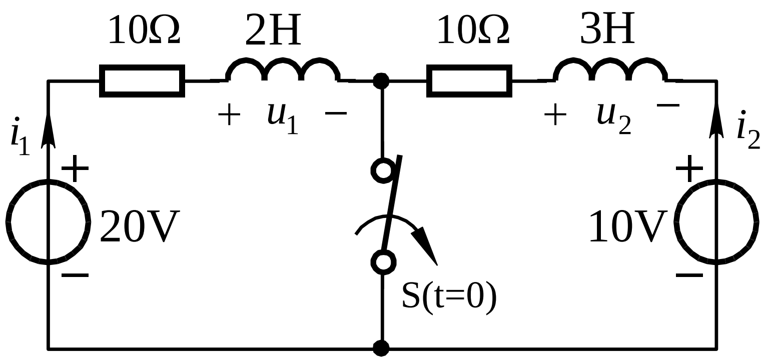
$$U_o(s)=I(s)\times\frac{R_2\times\frac{1}{sC_2}}{R_2+\frac{1}{sC_2}}$$

$$=\frac{1}{s}+\frac{1}{s+1/4.5}$$

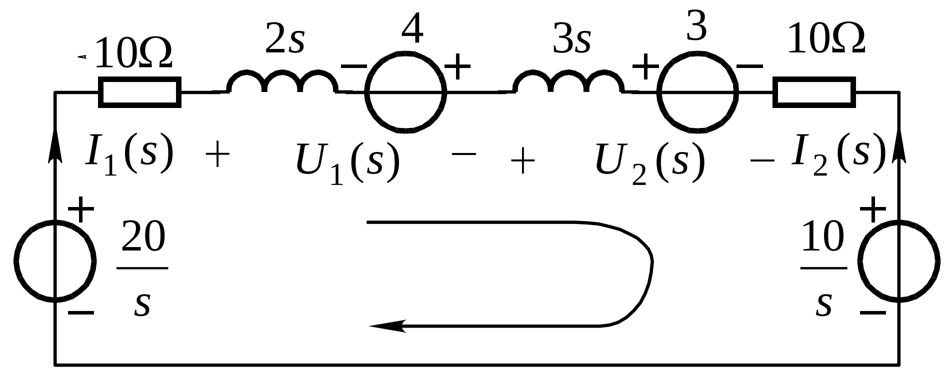
$u_o=(1+\text{e}^{-t/4.5})\text{V}$ 见图(b)

【补充例题7】

图(a)所示电路开关断开前处于稳态。求开关断开后电路中 i_1、u_1 和 u_2



(a)



(b)

解： $t<0$

$$i_1(0_-)=\frac{20\text{V}}{10\Omega}=2\text{A}$$

$$i_2(0_-)=\frac{10\text{V}}{10\Omega}=1\text{A}$$

$$(10+2s+3s+10)I_1(s)=\frac{20}{s}+4-3-\frac{10}{s}$$

$$I_1(s)=\frac{2+0.2s}{s(s+4)}=\frac{0.5}{s}-\frac{0.3}{s+4}$$

$$i_1(t)=\mathbf{L}^{-1}\{I_1(s)\}=(0.5-0.3\text{e}^{-4t})\text{A}$$

$$U_1(s)=2sI_1(s)-4=-3.6+\frac{2.4}{s+4}$$

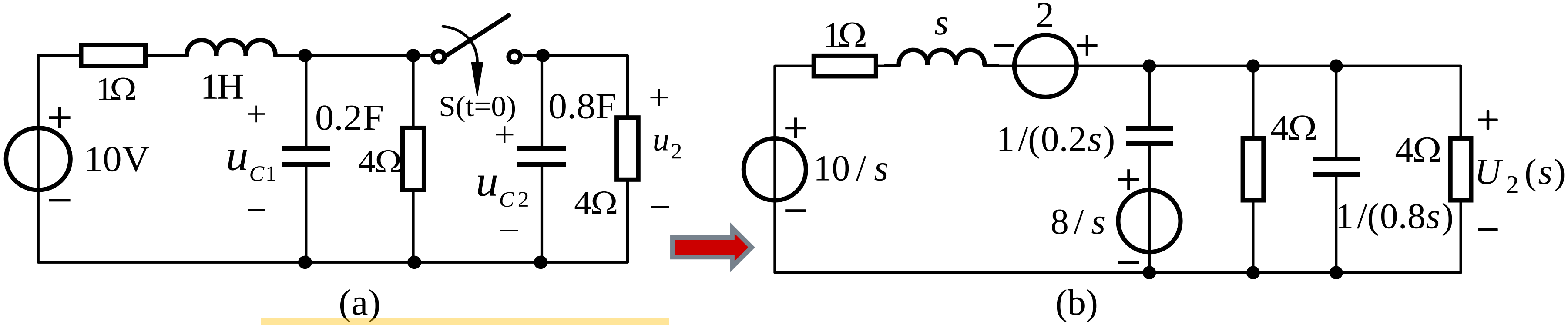
$$u_1(t)=-3.6\ \text{Wb}\times\delta(t)+2.4\text{e}^{-4t}\varepsilon(t)\text{V}$$

$$U_2(s)=3sI_1(s)+3=3.6+\frac{3.6}{s+4}$$

$$u_2(t)=3.6\text{Wb}\times\delta(t)+3.6\text{e}^{-4t}\ \varepsilon(t)\text{V}$$

【补充例题8】

图(a)所示电路原处于稳态，在t=0时将开关接通。求出电压u_2的象函数$U_2(s)$，判断此电路的暂态过程是否振荡，利用拉普拉斯变换的初始值和终值定理求u_2的初始值和稳态值。



解： $t<0$

$$i_L(0_-)=\frac{10\text{V}}{(4+1)\Omega}=2\text{A}$$

$$u_{C1}(0_-)=4\Omega\times i_L(0_-)=8\text{V}$$

$$u_{C2}(0_-)=0$$

$$\left(\frac{1}{s+1}+0.2s+0.8s+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)U_2(s)=\frac{(10/s)+2}{s+1}+\frac{8/s}{1/(0.2s)}\rightarrow U_2(s)=\frac{1.6s^2+3.6s+10}{s(s^2+1.5s+1.5)}$$

$$b^2-4ac=1.5^2-4\times1\times1.5$$
$$=-3.75<0$$

存在共轭极点→振荡

初始值 $u_2(0_+)=\lim\limits_{s\to\infty}sU_2(s)=1.6\text{V}$

稳态值 $u_2(\infty)=\lim\limits_{s\to 0}sU_2(s)=(20/3)\text{V}$

【例题9.13】

图 (a)所示电路，已知 $R_1=1\Omega$，$R_2=1.5\Omega$，u_S、i_S 为阶跃函数。当a、b端接 $R_3=3\Omega$电阻时，全响应 $i=(2+2e^{-50t})\varepsilon(t)\text{A}$，现将a、b端改接 $L=0.25\text{H}$的零状态电感，求此时的电压 u_{ab}

(a) (b)

【解】 戴维南电路　　等效运算阻抗如图(b)

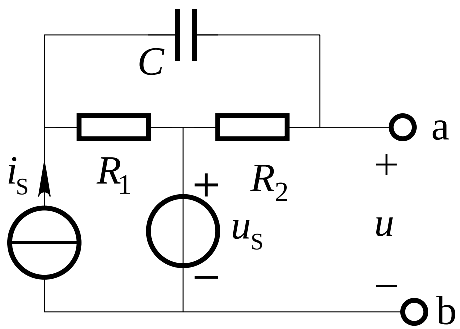
时间常数

$$\tau=\frac{1}{50}\text{s}=RC=(R_1+\frac{R_2\times R_3}{R_2+R_3})C=2C$$

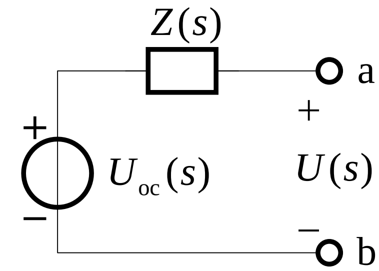
$$C=\frac{\tau}{2}=0.01\text{F}$$

$$Z(s)=\frac{R_2(R_1+\frac{1}{sC})}{R_2+R_1+\frac{1}{sC}}=\frac{0.6s+60}{s+40}$$

【例题9.13】



(a)



(c)

戴维南电路如图(c)

$$I(s)=\mathbf{L}\{i\}=(\frac{2}{s}+\frac{2}{s+50})=\frac{4s+100}{s(s+50)} \longrightarrow U_{oc}(s)=I(s)[Z(s)+R_3]=\frac{14.4s+360}{s(s+40)}$$

接L=0.25H 的零状态电感时，电感电压象函数

$$U_{ab}(s)=\frac{sL}{sL+Z(s)}U_{oc}(s)=\frac{14.4s+360}{s^2+42.4s+240}$$

$$u_{ab}=\mathbf{L}^{-1}\{U_{ab}(s)\}=(9.09\mathrm{e}^{-6.73t}+5.31\mathrm{e}^{-35.67t})\mathrm{V} \qquad (t>0)$$