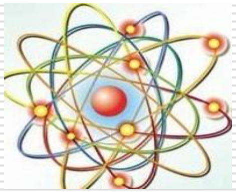
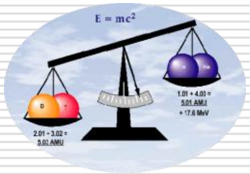
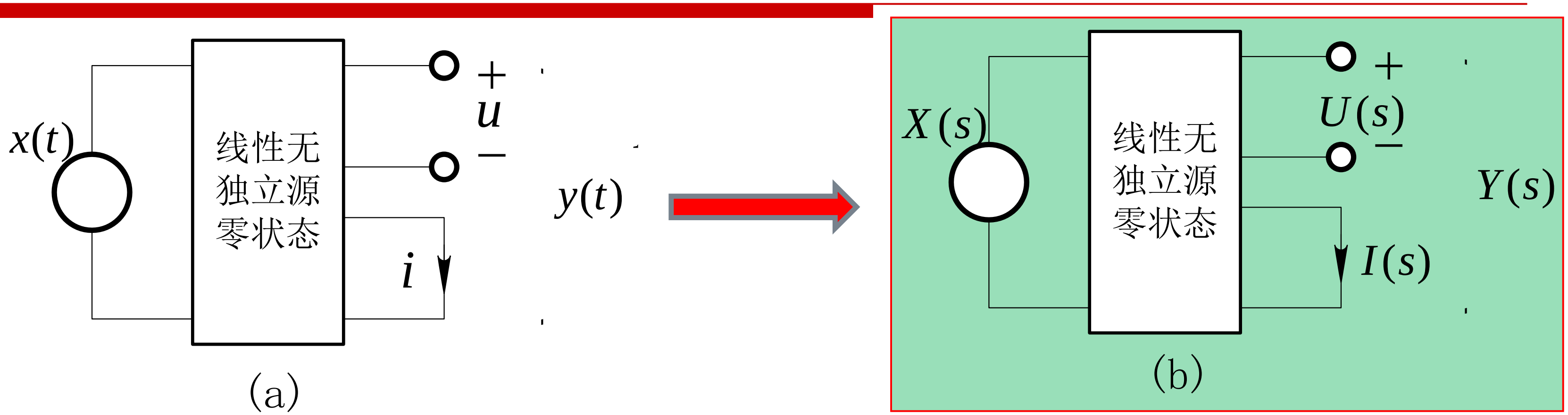




第9章 线性动态电路暂态过程的复频域分析

开课教师： 王灿
开课单位：机电学院--电气工程学科

9.6 复频域网络函数



$$\frac{y(t)}{x(t)}=?$$

$$x(t)=\varepsilon(t)\longrightarrow s(t)$$

$$x(t)=\delta(t)\longrightarrow h(t)$$

频域中： $\dot{X}$ $\dot{Y}$

$$网络函数H(j\omega)=\frac{响应相量}{激励相量}=\frac{\dot{Y}}{\dot{X}}$$

复频域

$$网络函数H(s)=\frac{零状态响应象函数}{激励象函数}=\frac{Y(s)}{X(s)}$$

只与网络结构、参数有关，与激励大小、函数形式无关，是反映网络暂态过程的特征函数。

$H(s)$与$h(t)$关系

激励　　　　响应

$$x(t) = K\delta(t) \longrightarrow y(t) = Kh(t)$$

$$X(s) = \mathbf{L}\{K\delta(t)\} = K \longrightarrow Y(s) = \mathbf{L}\{Kh(t)\} = K\mathbf{L}\{h(t)\}$$

$$\boxed{H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}} = \frac{K\mathbf{L}\{h(t)\}}{K} \boxed{= \mathbf{L}\{h(t)\}}$$

$$\boxed{h(t) = \mathbf{L}^{-1}\{H(s)\}}$$

网络函数就是网络单位冲激特性的象函数；
网络函数的原函数就是网络的单位冲激特性。

$H(s)$与$h(t)$关系

给定任意激励**X(t)**，如何求响应**Y(t)=?**

卷积

给定 $X(s)=\dfrac{P(s)}{Q(s)}$ $H(s)=\dfrac{N(s)}{D(s)}$ $\rightarrow$ $Y(s)=?$

$$Y(s)=H(s)X(s)=\frac{N(s)}{D(s)}\cdot\frac{P(s)}{Q(s)}=\frac{F_1(s)}{F_2(s)}$$

$\rightarrow$ 极点
决定响应特性

$F_2(s)=D(s)Q(s)=0$ 的根将包括：

$D(s)=0$ 网络的结构与参数决定，属于自由分量

$Q(s)=0$ 外加激励的函数形式相同，属于强制分量

网络函数**极点**的性质**决定**了网络**暂态**过程的**特性**

网络函数的极点位置与单位冲激特性的关系

若网络函数仅含一阶极点，且$n > m$，则网络函数可展开

$$H(s)=\frac{N(s)}{D(s)}=\frac{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_1 s+b_0}{a_n s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0}=\sum_{k=1}^{n}\frac{A_k}{s-p_k}$$

极点p_1、p_2、…p_n称为网络函数的自然频率，它只与网络结构与参数有关。

对应的单位冲激特性为：

$$h(t)=\mathbf{L}^{-1}\{H(s)\}=\sum_{k=1}^{n}A_k \mathrm{e}^{p_k t}$$

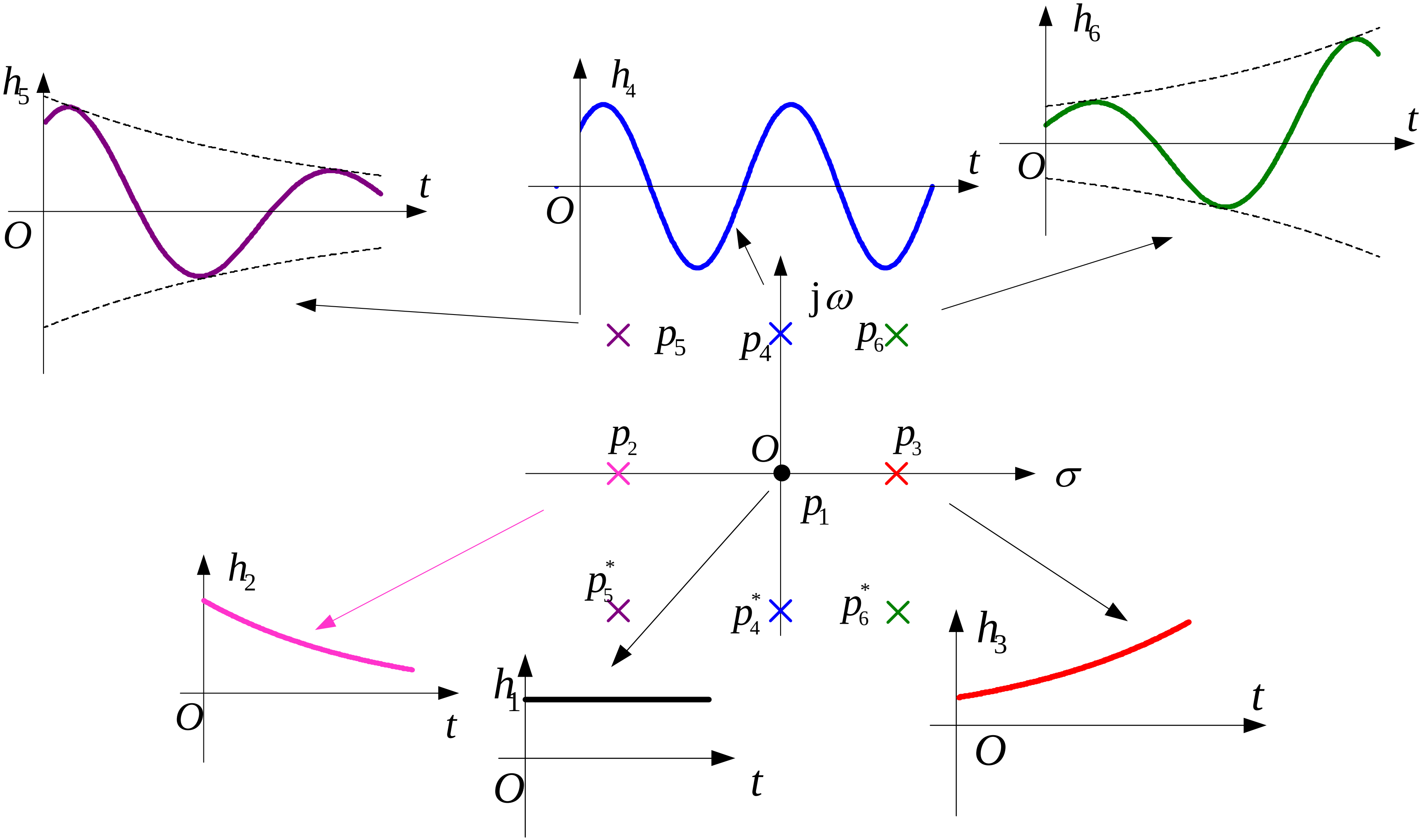
$$p_k=\alpha_k+\mathrm{j}\beta_k\ ,\quad A_k=|A_k|\angle\theta_k$$

$$h_k(t)=2|A_k|\mathrm{e}^{\alpha_k t}\cos(\beta_k t+\theta_k)\qquad (t\geq 0)$$

极点位置与单位冲激特性的关系

$p_k = \alpha_k + \mathrm{j}\beta_k$， $A_k = |A_k| \angle \theta_k$

$h_k(t) = 2|A_k| \mathrm{e}^{\alpha_k t} \cos(\beta_k t + \theta_k)$

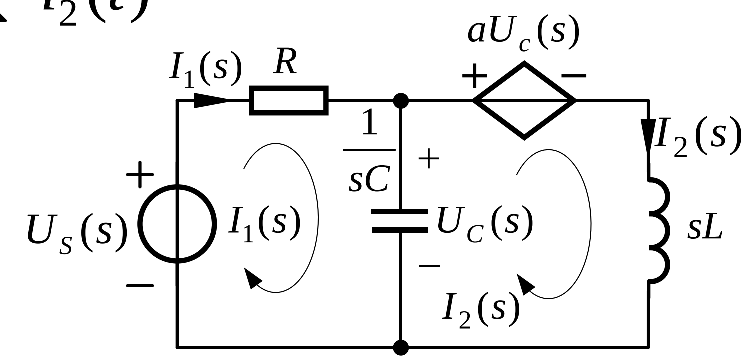


【例题9.14】

图示电路，已知 $R=0.5\Omega, L=1\text{H}, C=1\text{F}, a=0.25$

求1) 网络函数 $H(s)=\dfrac{I_2(s)}{U_S(s)}$ 及其单位冲激特性 $h(t)$

2) 求当 $u_S(t)=3\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t)\text{V}$ 时的响应 $i_2(t)$



【解】

$$\begin{cases}(R+\dfrac{1}{sC})I_1(s)-\dfrac{1}{sC}I_2(s)=U_S(s)\\ -\dfrac{1}{sC}I_1(s)+(\dfrac{1}{sC}+sL)I_2(s)=-aU_C(s)\\ U_C(s)=\dfrac{1}{sC}[I_1(s)-I_2(s)]\end{cases}$$

$$\begin{cases}(0.5s+1)I_1(s)-I_2(s)=sU_S(s)\\ -0.75I_1(s)+(s^2+0.75)I_2(s)=0\end{cases}$$

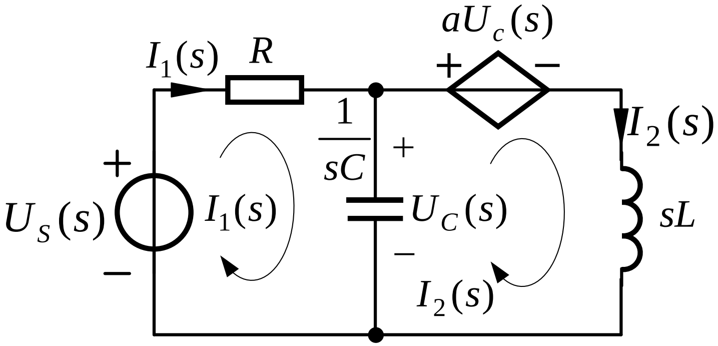
$$I_2(s)=\frac{1.5U_S(s)}{s^2+2s+0.75}$$

$$H(s)=\frac{I_2(s)}{U_S(s)}=\frac{1.5}{s^2+2s+0.75}$$

$$=\frac{1.5}{s+0.5}+\frac{-1.5}{s+1.5}$$

$$h(t)=1.5(\mathrm{e}^{-0.5t}-\mathrm{e}^{-1.5t})(\Omega\text{s})^{-1}\times\varepsilon(t)$$

【例题9.14】



$$H(s)=\frac{I_2(s)}{U_S(s)}=\frac{1.5}{s^2+2s+0.75}$$

2) $u_S(t)=3\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t)\mathrm{V} \quad \rightarrow i_2(t)$

$$U_S(s)=\boldsymbol{L}\{u_S(t)\}=\frac{3\mathrm{V}}{s+1}$$

$$I_2(s)=H(s)U_S(s)=\frac{1.5}{s^2+2s+0.75}\cdot\frac{3}{(s+1)}$$

$$=\frac{1.5}{(s+0.5)(s+1.5)}\cdot\frac{3}{(s+1)}$$

$$=\frac{9\mathrm{A}}{s+0.5}+\frac{9\mathrm{A}}{s+1.5}+\frac{-18\mathrm{A}}{s+1}$$

$$i_2(t)=(9\mathrm{e}^{-0.5t}+9\mathrm{e}^{-1.5t}-18\mathrm{e}^{-t})\mathrm{A} \qquad (t\geq 0)$$

$H(s)$与$H(\mathrm{j}\omega)$关系

频　域　　网络函数$H(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{\text{响应相量}}{\text{激励相量}}=\dfrac{\dot{Y}}{\dot{X}}$

复频域　　网络函数$H(s)=\dfrac{\text{零状态响应象函数}}{\text{激励象函数}}=\dfrac{Y(s)}{X(s)}$

$$s=\sigma+\mathrm{j}\omega$$

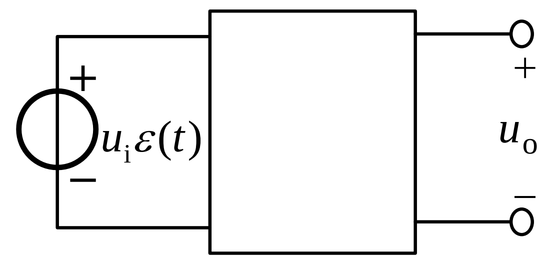
令 $\sigma=0$

则 $s=\mathrm{j}\omega$ ➡ $H(s)\rightarrow H(\mathrm{j}\omega)$

【补充例题9】

图示电路网络函数为 $H(s)=\dfrac{U_o(s)}{U_i(s)}=\dfrac{1}{(s+1)(s+2)}$，若输入正弦电压相量为 $\dot{U}_i=(-28+j24)\text{V}$，角频率 $\omega=4\ \text{rad/s}$，又已知

$u_o(0_+)=0,\ \left.\dfrac{du_o}{dt}\right|_{t=0_+}=0$ 。试求全响应 u_o



【解】 $u_o=u_{op}+u_{oh}=u_{op}+Ae^{-t}+Be^{-2t}$

u_{op} 外加激励决定， u_{oh} 取决于网络函数极点性质

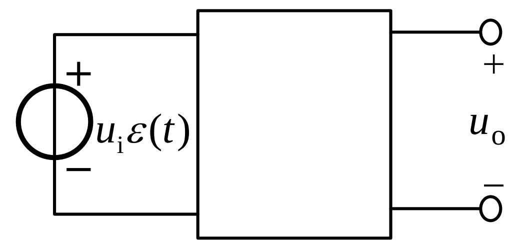
强制分量: $\dot{U}_{op}=H(j\omega)\dot{U}_i=H(j4)\dot{U}_i=2$

$$H(j\omega)=H(j4)=\frac{1}{(j4+1)(j4+2)}=\frac{1}{-14+j12}$$

$$u_{op}(t)=2\sqrt{2}\cos(4t)$$

【补充例题9】

图示电路网络函数为 $H(s)=\dfrac{U_o(s)}{U_i(s)}=\dfrac{1}{(s+1)(s+2)}$，若输入正弦电压相量为 $\dot{U}_i=(-28+\mathrm{j}24)\mathrm{V}$ ，角频率 $\omega=4\ \mathrm{rad/s}$，又已知 $u_o(0_+)=0,\ \left.\dfrac{\mathrm{d}u_o}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0_+}=0$ 。试求全响应 u_o



全响应: $u_o(t)=2\sqrt{2}\cos(4t)+Ae^{-t}+Be^{-2t}$

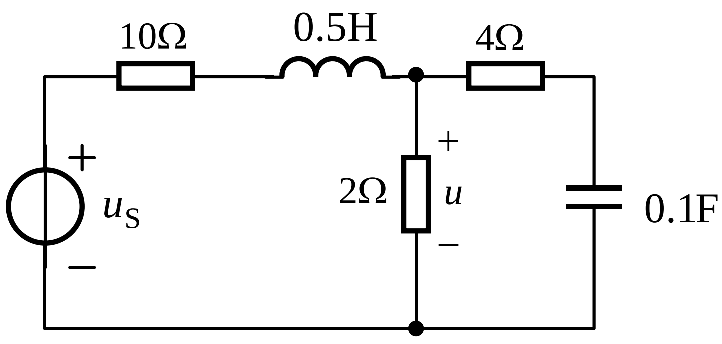
$$\begin{cases} u(0_+)=2\sqrt{2}+A+B=0 \\ \left.\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}\right|_{t\to 0_+}=-A-2B=0 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} A=-4\sqrt{2} \\ B=2\sqrt{2} \end{cases}$

全响应最终解: $u_o=2\sqrt{2}\cos(4t)-4\sqrt{2}e^{-t}+2\sqrt{2}e^{-2t}$ V $(t>0)$

【补充例题10】

电路如图所示。求网络函数 $H(s)=U(s)/U_S(s)$ 。以及当 $u_S=(100\sqrt{2}\cos 10t)\text{V}$ 时的正弦稳态电压u。



【解】

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{10+0.5s}+\frac{1}{4+10/s}\right)U(s)=\frac{U_S(s)}{10+0.5s}$$

$$H(s)=\frac{U(s)}{U_S(s)}=\frac{8s+20}{3s^2+73s+120}$$

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{8\times\mathrm{j}\omega+20}{3\times(\mathrm{j}\omega)^2+73\times\mathrm{j}\omega+120}=\frac{20+\mathrm{j}8\omega}{120-3\omega^2+\mathrm{j}73\omega}$$

$u_S=(100\sqrt{2}\cos 10t)\text{V} \longrightarrow \dot{U}_S=100\text{V}$ $\quad \omega=10\text{rad/s}$

$$\dot{U}=H(\mathrm{j}10)\times\dot{U}_S=\frac{20+\mathrm{j}80}{120-300+\mathrm{j}730}\times 100\text{V}\quad =10.967\angle-27.89^\circ\text{V}$$

$$u=10.967\sqrt{2}\cos(10t-27.89^\circ)\text{V}$$

本章小结

1 拉普拉斯变换 $F(s)=\boldsymbol{L}\{f(t)\}=\int_{0_-}^{\infty} f(t)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t$

2 拉氏变换性质

线性性质、微分性质、积分性质、时域延迟、复频域位移、初终值定理和卷积定理

将微分(积分)方程变换成代数方程

3 拉普拉斯反变换

$$F(s)=\frac{F_1(s)}{F_2(s)}=\frac{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_1 s+b_0}{a_n s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0}$$

$p=a+\mathrm{j}\beta$

$A=|A|\underline{/\theta}$

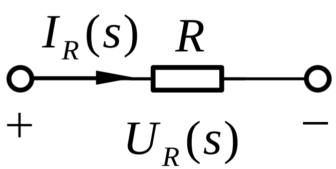
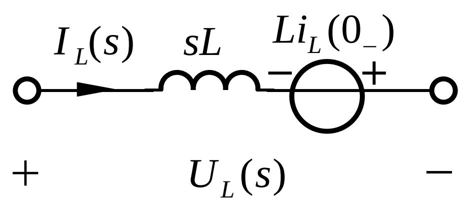
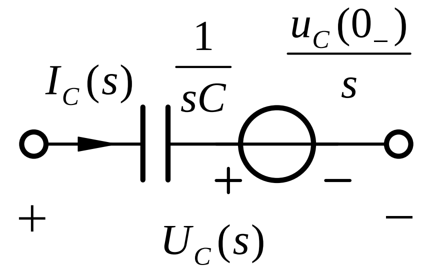
$F_2(s)=0$ 只有单根时

$$f(t)=\mathrm{L}^{-1}\{\sum_{k=1}^{n}\frac{A_k}{s-p_k}\}=\sum_{k=1}^{n}A_k\mathrm{e}^{p_k t}$$

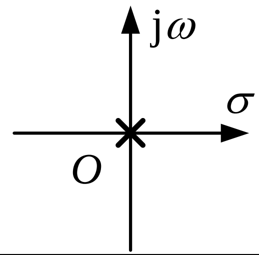
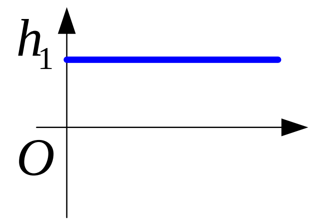
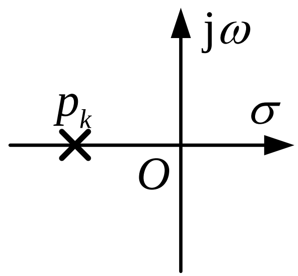
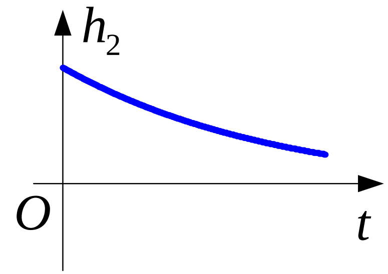
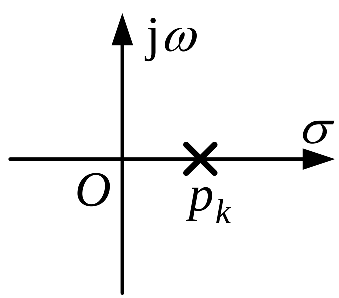
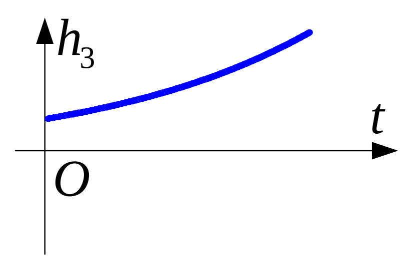
$F_2(s)=0$有共轭复根

$$f(t)=2|A|\mathrm{e}^{at}\cos(\beta t+\theta) \qquad (t\ge 0)$$

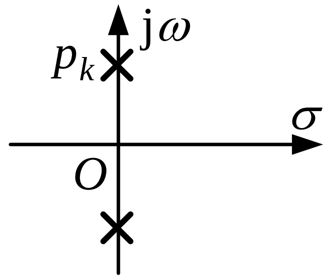
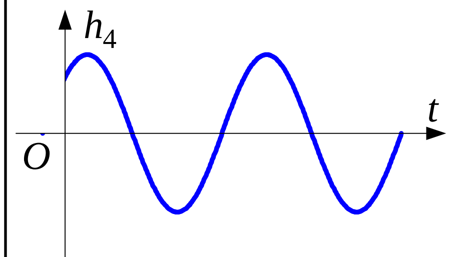
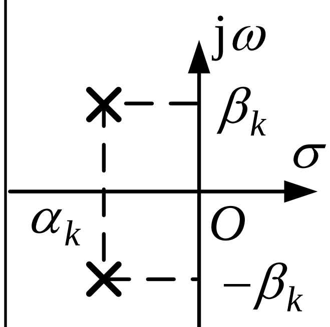
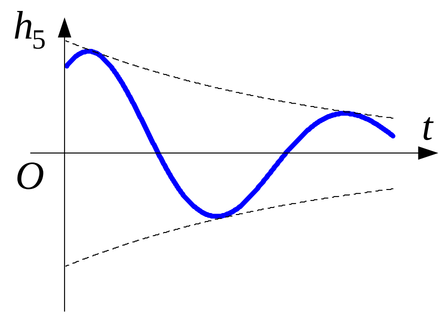
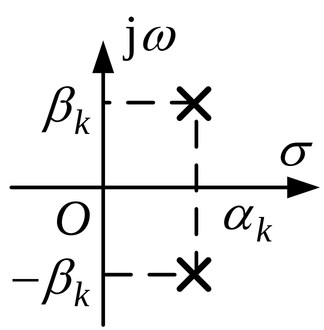
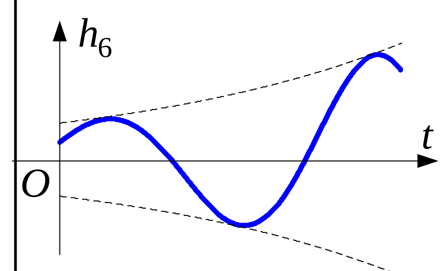
4 复频域中元件模型及VCR方程

	电阻	电感	电容
复频域模型			
复频域VCR	$U_R(s)=RI_R(s)$	$U_L(s)=sLI_L(s)-Li_L(0_-)$	$U_C(s)=\frac{1}{sC}I_C(s)+\frac{u_C(0_-)}{s}$

5 网络函数、极点位置与 $h(t)$ 的关系

序号	网络函数	极点位置	$h(t)$波形	$h(t)$表达式
1	$\dfrac{A_k}{s}$			A_k
2	$\dfrac{A_k}{s-p_k}$ $(p_k<0)$			$A_k e^{p_k t}$
3	$\dfrac{A_k}{s-p_k}$ $(p_k>0)$			$A_k e^{p_k t}$

5 网络函数、极点位置与 $h(t)$ 的关系

序号	网络函数	极点位置	$h(t)$波形	$h(t)$表达式
4	$\dfrac{A_k}{s-\mathrm{j}\beta_k}+\dfrac{A_k^*}{s+\mathrm{j}\beta_k}$ $(A_k=A_k\angle\theta_k)$			$2\lvert A_k\rvert\cos(\beta_k t+\theta_k)$
5	$\dfrac{A_k}{s-p_k}+\dfrac{A_k^*}{s-p_k^*}$ $(p_k=\alpha_k+\mathrm{j}\beta_k,$ $\alpha_k<0,\beta_k>0$ $A_k=A_k\angle\theta_k)$			$2\lvert A_k\rvert e^{\alpha_k t}\cos(\beta_k t+\theta_k)$
6	$\dfrac{A_k}{s-p_k}+\dfrac{A_k^*}{s-p_k^*}$ $(p_k=\alpha_k+\mathrm{j}\beta_k,$ $\alpha_k>0,\beta_k>0$ $A_k=A_k\angle\theta_k)$			$2\lvert A_k\rvert e^{\alpha_k t}\cos(\beta_k t+\theta_k)$

谢 谢！

开课教师： 王灿
开课单位：电气工程学科

预祝同学们取得好成绩！