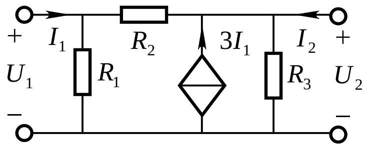
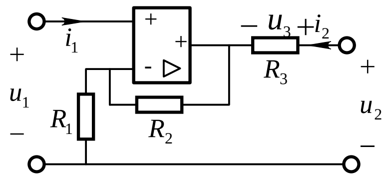
第 10 章　二端口网络

作业部分

10.1　求图示各二端口网络的 $\boldsymbol{Y}$ 参数。



(a)



(b)

图题 10.1

解：(a) 列写节点电压方程如下：

$$\begin{cases}(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2})U_1-\frac{1}{R_2}U_2=I_1 & (1)\\ -\frac{1}{R_2}U_1+(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3})U_2=3I_1+I_2 & (2)\end{cases}$$

式(1)代入式(2) 整理得：
$$\begin{cases}I_1=(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2})U_1-\frac{1}{R_2}U_2\\ I_2=-(\frac{3}{R_1}+\frac{4}{R_2})U_1+(\frac{4}{R_2}+\frac{1}{R_3})U_2\end{cases}$$

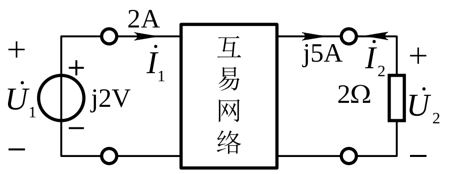
所以 **Y** 参数为：
$$\mathbf{Y}=\begin{bmatrix}\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} & \frac{-1}{R_2}\\ \frac{-3}{R_1}-\frac{4}{R_2} & \frac{4}{R_2}+\frac{1}{R_3}\end{bmatrix}$$

(b) $i_1=0$，$i=u_1/R_1$

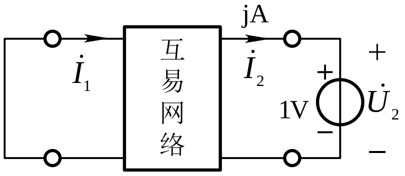
$$i_2=\frac{u_3}{R_3}=\frac{u_2-(R_1+R_2)i}{R_3}=\frac{u_2-(R_1+R_2)u_1/R_1}{R_3}=-\frac{R_1+R_2}{R_1R_3}u_1+\frac{1}{R_3}u_2$$

所以
$$\mathbf{Y}=\begin{bmatrix}0 & 0\\ -\frac{R_1+R_2}{R_1R_3} & \frac{1}{R_3}\end{bmatrix}$$

10.2　一个互易网络的两组测量值如图题 10.2 所示。试根据这些测量值求 $\boldsymbol{Y}$ 参数。



(a)



(b)

图题 10.2

解：图(a)中　$\dot{I}_1 = 2\text{A},\ \dot{U}_1 = \text{j}2\text{V},\ \dot{U}_2 = 2\times \text{j}5 = \text{j}10\text{V},\ \dot{I}_2 = -\text{j}5\text{A}$

由 **Y** 参数方程得：

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = 2 = \text{j}2\times Y_{11} + \text{j}10\times Y_{12} & (1) \\ \dot{I}_2 = -\text{j}5 = \text{j}2\times Y_{21} + \text{j}10\times Y_{22} & (2) \end{cases}$$

由图(b)得　$\dot{I}_2 = -\text{jA} = Y_{22}\times 1\text{V}$　　(3)

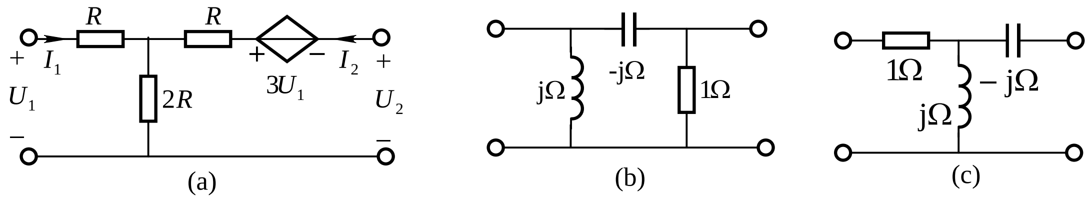
对互易网络有：　$Y_{12} = Y_{21}$　　(4)

由式(3) 得：　$Y_{22} = \text{j}1\text{S}$，代入式(2) 得：$Y_{21} = Y_{12} = (-2.5 + \text{j}5)\text{S}$

再代入式(1)得：$Y_{11} = (12.5 - \text{j}26)\text{S}$

所以　$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 12.5-\text{j}26 & -2.5+\text{j}5 \\ -2.5+\text{j}5 & -\text{j} \end{bmatrix}\text{S}$$

10.3　求图示各二端口网络的 ***Z*** 参数。



图题 10.3

解 (a)：按网孔列写 KVL 方程得

$$\begin{cases} (R+2R)I_1 + 2RI_2 = U_1 & (1) \\ 2RI_1 + (R+2R)I_2 = U_2 + 3U_1 & (2) \end{cases}$$

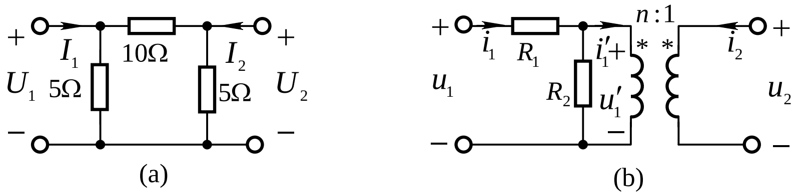
将式(1)代入式(2)整理得

$$\begin{cases} U_1 = 3RI_1 + 2RI_2 \\ U_2 = -7RI_1 - 3RI_2 \end{cases} \qquad \text{所以} \qquad \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 3R & 2R \\ -7R & -3R \end{bmatrix}$$

(b) 将Δ联接的三个阻抗转换成 Y 形联接，如图(c)所示，由此电路可直接写出 **Z** 参数

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 1+\text{j} & \text{j} \\ \text{j} & 0 \end{bmatrix}\Omega$$

10.4 求图示各二端口网络的 ***A*** 参数。



图题 10.4

解　(a)：列写节点电压方程

$$\begin{cases}(\frac{1}{5}+\frac{1}{10})U_1-\frac{1}{10}U_2=I_1 & (1)\\ -\frac{1}{10}U_1+(\frac{1}{5}+\frac{1}{10})U_2=I_2 & (2)\end{cases}$$

由式 (2)得　　$U_1=3U_2+10(-I_2)$　　(3)

代入式(1)整理得　　$I_1=0.8U_2+3(-I_2)$　　(4)

由式(3)和(4)得　　$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}3 & 10\Omega\\ 0.8\text{S} & 3\end{bmatrix}$

(b)解：根据基尔霍夫定律和理想变压器方程得

$$u_1=R_1i_1+u_1'=R_1i_1+nu_2 \qquad (1)$$

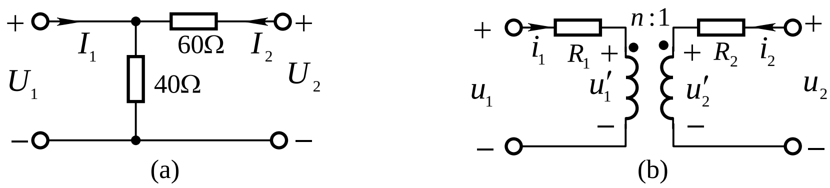
$$i_1=u_1'/R_2+i_1'=nu_2/R_2+(-i_2)/n \qquad (2)$$

将式(2) 代入式(1)整理得

$$u_1=(1+R_1/R_2)nu_2+(R_1/n)(-i_2) \qquad (3)$$

由式(3)和(1)得　$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}(1+R_1/R_2)n & R_1/n\\ n/R_2 & 1/n\end{bmatrix}$

10.6　求图示各二端口网络的 ***H*** 参数。



图题 10.6

解：(a)　列写网孔电流方程如下：

$$\begin{cases}U_1=40(I_1+I_2) & (1)\\ U_2=40I_1+100I_2 & (2)\end{cases}$$

由式(2)得　　$I_2=-0.4I_1+0.01U_2=H_{21}I_1+H_{22}U_2$　　(3)

代入式(1)整理得　　$U_1=24I_1+0.4U_2=H_{11}I_1+H_{12}U_2$　　(4)

由式(3)和(4)得　　$\mathbf{H}=\begin{bmatrix}24\Omega & 0.4\\ -0.4 & 0.01\text{S}\end{bmatrix}$

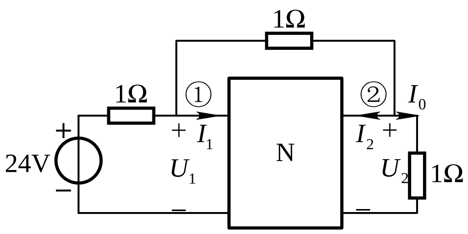
(b) 根据 KVL 和理想变压器方程得

$$\begin{cases} u_1 = R_1 i_1 + n u_2' & (1) \\ i_2 = -n i_1 & (2) \\ u_2' = u_2 - R_2 i_2 & (3) \end{cases}$$

将式(3)及式(2)代入式(1)整理得

$$\begin{cases} u_1 = \left(R_1 + n^2 R_2\right) i_1 + n u_2 \\ i_2 = -n i_1 \end{cases} \qquad \text{所以} \qquad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} R_1 + n^2 R_2 & n \\ -n & 0 \end{bmatrix}$$

10.7 已知由二端口网络组成的电路如图 10.7 所示，若该二端口网络的 $\boldsymbol{Y}$ 参数矩阵为 $\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} 0.4 & -0.2 \\ -0.2 & 0.6 \end{bmatrix}$S，试根据已知条件求 I_0。



图题 10.7

解： 将端口电流为变量，列写改进节电法方程

$$\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{1}\right)U_{\mathrm{n1}} - \frac{1}{1}U_{\mathrm{n2}} = \frac{24\mathrm{V}}{1} - I_1$$

$$-\frac{1}{1}U_{\mathrm{n1}} + \left(\frac{1}{1}+\frac{1}{1}\right)U_{\mathrm{n2}} = -I_2$$

补充二端口网络的参数方程　$I_1 = 0.4U_1 - 0.2U_2$

$I_2 = -0.2U_1 + 0.6U_2$

又因为　$U_1 = U_{\mathrm{n1}}, U_2 = U_{\mathrm{n2}}$

以上表达式联立求解得　$U_{\mathrm{n1}} = 13\mathrm{V}, U_{\mathrm{n2}} = 6\mathrm{V}$　$I_0 = \dfrac{U_{\mathrm{n2}}}{1\Omega} = 6\mathrm{A}$

10.9 试绘出对应于下列开路阻抗矩阵的任一种二端口网络模型。

(a) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\Omega$；　(b) $\begin{bmatrix} 1+4/s & 2/s \\ 2/s & 3+2/s \end{bmatrix}\Omega$；　(c) $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -4 & 4 \end{bmatrix}\Omega$

解：(a)中阻抗矩阵为对称矩阵，且矩阵中元素均为实数，故可用由电阻组成的 T 形电路来等效。如图(a)所示。其中

$$R_1 = Z_{11} - Z_{12} = 3 - 1 = 2\Omega, \quad R_2 = Z_{22} - Z_{12} = 2 - 1 = 1\Omega, \quad R_3 = Z_{12} = 1\Omega\text{。}$$

(b) 阻抗矩阵也为对称矩阵，但其元素含有 $1/s$，因此须用含有电容的 T 形电路等效，如图 (b)所示。其中

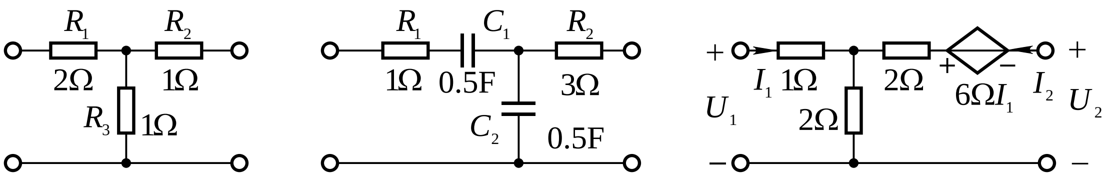
$$Z_1(s) = Z_{11} - Z_{12} = 1 + 2/s = R_1 + 1/(sC_1), \quad Z_2(s) = Z_{22} - Z_{12} = 3 = R_2,$$

$$Z_3(s) = Z_{12} = 2/s = 1/(sC_2), \quad \text{即} \quad R_1 = 1\Omega, \quad R_2 = 3\Omega, \quad C_1 = C_2 = 0.5\mathrm{F}$$

(c)所示矩阵不是对称矩阵，对应的二端口方程可写成如下形式

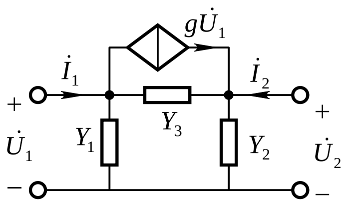
$$\left.\begin{array}{l|l} U_1 = 3I_1 + 2I_2 & \\ U_2 = 2I_1 + 4I_2 & -6I_1 \end{array}\right\}$$

虚线左侧部分可用 T 形电路等效，$6I_1$ 用一个电流控制电压源表示，如图 (c)所示。



(a)　(b)　(c)

10.10 证明给定 ***Y*** 参数可以用图题 10.10 所示电路来等效，求等效电路参数。



图题 10.10

解：对该电路列写节点电压方程如下：

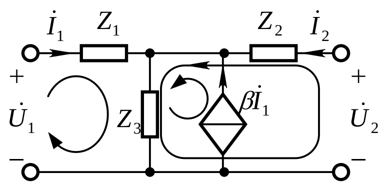
$$\begin{cases} \dot{I}_1 = (Y_1 + Y_3)\dot{U}_1 - Y_3\dot{U}_2 + g\dot{U}_1 = (Y_1 + Y_3 + g)\dot{U}_1 - Y_3\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = -Y_3\dot{U}_1 + (Y_2 + Y_3)\dot{U}_2 - g\dot{U}_1 = -(Y_3 + g)\dot{U}_1 + (Y_2 + Y_3)\dot{U}_2 \end{cases}$$

与导纳参数标准形式对比得：$Y_1 + Y_3 + g = Y_{11}$，$-Y_3 = Y_{12}$

$$-(Y_3 + g) = Y_{21}，\ Y_2 + Y_3 = Y_{22}$$

解得：$Y_1 = Y_{11} + Y_{21}, Y_2 = Y_{22} + Y_{12}, Y_3 = -Y_{12}, g = Y_{12} - Y_{21}$

10.11 证明给定 ***Z*** 参数可以用图题 10.11 所示电路来等效，求等效电路参数。



图题 10.11

解：选回路如图所示，列写回路电流方程

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = (Z_1 + Z_3)\dot{I}_1 + Z_3(\dot{I}_2 + \beta\dot{I}_1) = (Z_1 + Z_3 + \beta Z_3)\dot{I} + Z_3\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = Z_3\dot{I}_1 + (Z_2 + Z_3)\dot{I}_2 + \beta Z_3\dot{I}_1 = (Z_3 + \beta Z_3)\dot{I}_1 + (Z_2 + Z_3)\dot{I}_2 \end{cases}$$

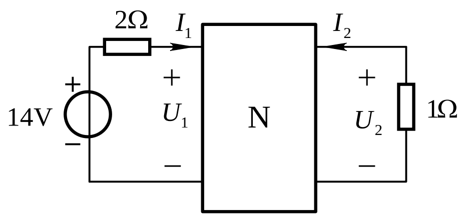
与阻抗参数标准形式对比得：

$Z_{11} = Z_1 + Z_3 + \beta Z_3$，$Z_{12} = Z_3$

$Z_{21} = Z_3 + \beta Z_3$，$Z_{22} = Z_2 + Z_3$

解得：$Z_1 = Z_{11} - Z_{21}, Z_2 = Z_{22} - Z_{12}, Z_3 = Z_{12}, \beta = Z_{21} / Z_{12} - 1$

10.12 图示电路中二端口网络 N 的电阻参数矩阵为 $\mathbf{R}=\begin{bmatrix}4 & 2\\ 4 & 5\end{bmatrix}\Omega$，求二端口 N 的端口电压 U_1 和 U_2。



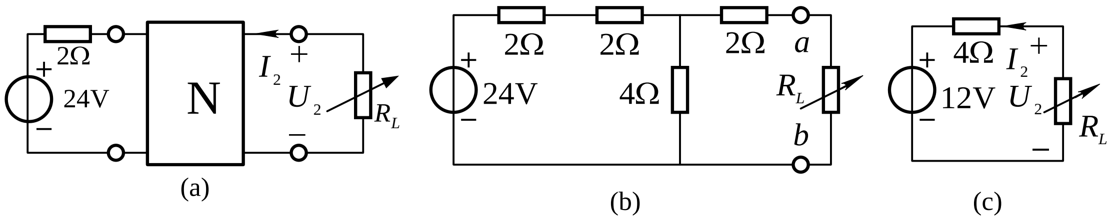
图题 10.12

解：由二端口的参数方程得： $\begin{cases}U_1=4I_1+2I_2\\ U_2=4I_1+5I_2\end{cases}$　（1）

由端口特性得 $\begin{cases}U_1=14-2I_1\\ U_2=-1\times I_2\end{cases}$　（2）

由式（1）和式（2）联立解得 $U_1=8\text{V}$，$U_2=2\text{V}$

10.13 图示二端口网络 N 的阻抗参数矩阵为 $\mathbf{Z}=\begin{bmatrix}6 & 4\\ 4 & 6\end{bmatrix}\Omega$。问 R_L 为何值时可获得最大功率，并求出此功率。



图题 10.13

解：方法一，将二端口网络用 T 形电路等效，如图 14.13(b)所示。

由图(b)得 a，b 端口的开路电压 $U_{\text{OC}}=\dfrac{4}{4+2+2}\times 24\text{V}=12\text{V}$

等效电阻 $R_{\text{i}}=\dfrac{1}{2}\times 4\Omega+2\Omega=4\Omega$，戴维南等效电路如图(c)所示。

所以当 $R_L=4\Omega$ 时它可获得最大功率。$P_{\max}=\dfrac{U_{\text{OC}}^2}{4R_{\text{i}}}=\dfrac{12^2}{4\times 4}=9\text{W}$

方法二，由二端口参数和端口条件得出戴维南等效电路。
由二端口网络 N 的阻抗参数矩阵和端口参数得：

$$U_1=24\text{V}-2\Omega\times I_1=6\Omega\times I_1+4\Omega\times I_2 \qquad (1)$$

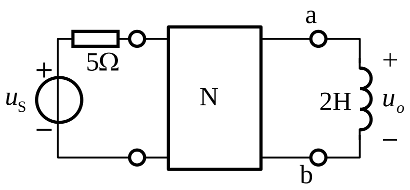
$$U_2=4\Omega\times I_1+6\Omega I_2 \qquad (2)$$

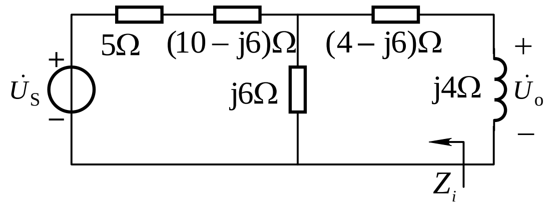
由式(1)得：　$I_1=3\text{A}-0.5I_2$ 代入式(2)

解得：$U_2=12\text{V}+4\Omega I_2$

由此表达式写出戴维南等效电路如图(c)所示。求最大功率与上述相同。

10.14 图示电路，已知$u_S = 15\cos 2t\text{V}$，二端口网络阻抗参数矩阵$\mathbf{Z}=\begin{bmatrix}10 & \text{j}6\\ \text{j}6 & 4\end{bmatrix}\Omega$。求 ab 端戴维南等效电路并计算电压$u_o$。





图题 10.14

解：将网络 N 用 T 型电路等效，如右图所示

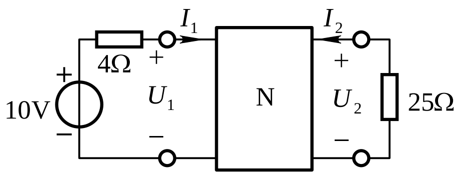
等效阻抗　$Z_i = 4-\text{j}6+\dfrac{\text{j}6\times(15-\text{j}6)}{\text{j}6+15-\text{j}6}=6.4\Omega$

开路电压　$\dot{U}_{OC}=\dfrac{\text{j}6}{5+10-\text{j}6+\text{j}6}\times\dfrac{15}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ=\text{j}3\sqrt{2}\text{V}$

$$\dot{U}_o=\frac{\text{j}4}{Z_i+\text{j}4}\times\dot{U}_{OC}=\frac{\text{j}4\times\text{j}3\sqrt{2}}{6.4+\text{j}4}=\frac{3.18}{\sqrt{2}}\angle 148^\circ\quad\text{V}$$

所以　$u_o = 3.18\cos(2t+148^\circ)\,\text{V}$

10.18 图示电路，已知二端口网络的混合参数矩阵为$\mathbf{H}=\begin{bmatrix}16\Omega & 3\\ -2 & 0.01\text{S}\end{bmatrix}$。求$U_2/U_1$，$I_2/I_1$。



图题 10.18

解：由混合参数方程得：$U_1 = 16I_1+3U_2$　(1)

$I_2=-2I_1+0.01U_2$　(2)

输入和输出端口还需满足

$U_1 = U_S-4I_1$　(3)

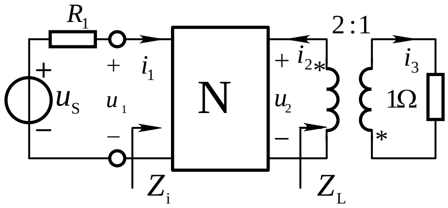
$I_2=-0.04U_2$　(4)

式（1）~（4）联立解得 $U_1=\dfrac{34}{35}U_S$，$I_1=\dfrac{1}{140}U_S$

$U_2=\dfrac{2}{7}U_S$，$I_2=-\dfrac{2}{175}U_S$

所以　$\dfrac{U_2}{U_1}=\dfrac{5}{17}$，$\dfrac{I_2}{I_1}=-1.6$

10.19 图示网络 N 的传输参数矩阵为 $A=\begin{bmatrix} 4/3 & 1\Omega \\ (1/3)\mathrm{S} & 1 \end{bmatrix}$，输入端口电阻 $R_1 = Z_{c1}$，并且 $u_S = 22\cos\omega t\mathrm{V}$。求电流 i_1, i_2 和 i_3。



图题 10.19

解：$Z_L = n^2 \times 1\Omega = 4\Omega$

$$R_1 = Z_{C1} = \sqrt{\frac{A_{11}A_{12}}{A_{21}A_{22}}} = \sqrt{\frac{4/3}{1/3}} = 2\Omega$$

输入阻抗 $$Z_i = \frac{A_{11}Z_L + A_{12}}{A_{21}Z_L + A_{22}} = \frac{(4/3)\times 4 + 1}{(1/3)\times 4 + 1} = \frac{19}{7}\Omega$$

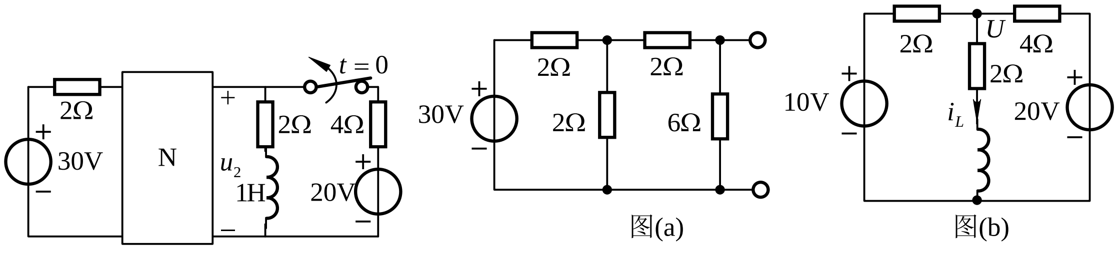
由于 R_1 和 Z_i 均为电阻，可不用相量计算电流。

$$i_1 = \frac{u_S}{R_1 + Z_i} = \frac{22\cos\omega t}{2 + (19/7)} = 4.667\cos(\omega t)\ \mathrm{A} \qquad u_1 = Z_i i_1 = 12.667\cos(\omega t)\ \mathrm{V}$$

由二端口参数得：$u_1 = \frac{4}{3}u_2 - i_2 \quad i_1 = \frac{1}{3}u_2 - i_2$

解得 $i_2 = \frac{1}{3}(u_1 - 4i_1) = -2\cos(\omega t)\mathrm{A}$，$i_3 = ni_2 = -4\cos(\omega t)\mathrm{A}$

10.23 图示电路中二端口的导纳参数矩阵为 $\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} 1 & -0.5 \\ -0.5 & 2/3 \end{bmatrix}\mathrm{S}$，电路原处于稳态，$t=0$ 时开关由闭合突然断开，用三要素法求 $t>0$ 时的电压 u_2。



图题 10.23

解：将二端口用Π型电路等效，如图(a)所示

其戴维南等效电路的等效电阻：　$R_i = \dfrac{6\times 3}{6+3} = 2\Omega$

开路电压$U_{OC} = \dfrac{6}{6+3}\times 15 = 10\text{V}$

求电感电流初值等效电路如图(b)所示

$$(0.5+0.5+0.25)U = 10/2 + 20/40$$

解得$U = 8\text{V}$　　$i_L(0_-) = U/2 = 4\text{A}$

$$u_2(0_+) = 10 - 2i_L(0_-) = 2\text{V}$$

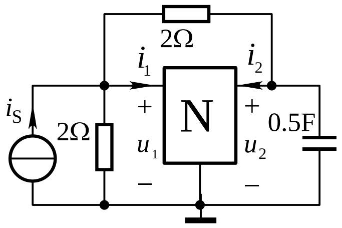
$$u_2(\infty) = 5\text{V}$$

$$\tau = L/R = 0.25\text{s}$$

由三要素法得：　　$u_2(t) = [5 - 3\text{e}^{-4t}]\text{V}$　　$t>0$

10.25　图示电路，已知$i_S(t) = 0.25\text{C}\times\delta(t)$，网络 N 的导纳参数矩阵为$\mathbf{Y}(s) = \begin{bmatrix} 0.5+0.5s & -0.5s \\ -0.5s & 1+0.5s \end{bmatrix}$。

求零状态响应$u_2(t)$。



图题 10.25

解：　$I_S(s) = 0.25$，列写节点电压方程如下

$$\begin{cases} (\frac{1}{2}+\frac{1}{2})U_1(s) - \frac{1}{2}U_2(s) + I_1(s) = 0.25 & (1) \\ -\frac{1}{2}U_1(s) + (\frac{1}{2}+0.5s)U_2(s) + I_2(s) = 0 & (2) \end{cases}$$

根据导纳参数得：

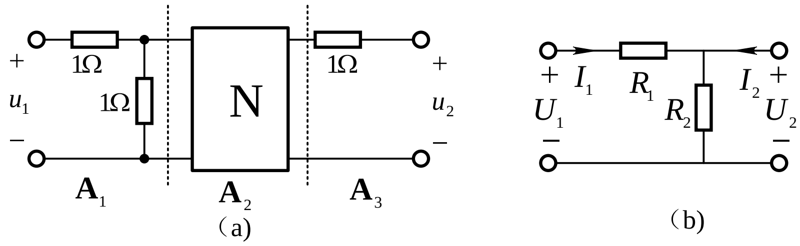
$$\begin{cases} I_1(s) = (0.5+0.5s)U_1(s) - 0.5sU_2(s) & (3) \\ I_2(s) = -0.5sU_1(s) + (1+0.5s)U_2(s) & (4) \end{cases}$$

将式(3)、(4)分别代入式 (1)、(2)解得：

$$U_2(s) = \frac{0.5(s+1)}{s^2+7s+8} = \frac{0.553}{s+5.56} - \frac{0.053}{s+1.44}$$

所以 $u_2(t) = (0.553\text{e}^{-5.56t} - 0.053\text{e}^{-1.44t})\varepsilon(t)\text{ V}$

10.26 已知图示网络 N 的阻抗参数矩阵为 $\mathbf{Z}=\begin{bmatrix}5 & 4\\4 & 5\end{bmatrix}\Omega$，求复合二端口网络的传输参数矩阵。



图题 10.26

解：将复合二端口网络分成三个级联的子二端口。先求两个 1Ω 电阻组成的二端口的传输参数。

由 R_1 和 R_2 组成的二端口[图(b)所示]的传输参数方程为

$$U_1=U_2+R_1I_1=U_2+R_1(\frac{U_2}{R_2}-I_2)=(1+\frac{R_2}{R_1})U_2+R_1(-I_2)$$

$$I_1=\frac{U_2}{R_2}-I_2=\frac{1}{R_2}U_2+1\times(-I_2)$$

所以该二端口的传输参数矩阵为 $\mathbf{A}'=\begin{bmatrix}1+\dfrac{R_1}{R_2} & R_1\\ \dfrac{1}{R_2} & 1\end{bmatrix}$

令 $R_1=R_2=1\Omega$，则得第一级子二端口的传输参数矩阵为 $\mathbf{A}_1=\begin{bmatrix}2 & 1\Omega\\1\text{S} & 1\end{bmatrix}$

令 $R_1=1\Omega$， $R_2\to\infty$，则得第三级子二端口的传输参数矩阵为 $\mathbf{A}_3=\begin{bmatrix}1 & 1\Omega\\0 & 1\end{bmatrix}$

将网络 N 的 Z 参数转换为 ***A*** 参数得

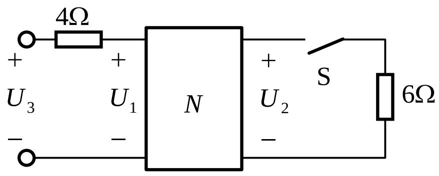
$$\mathbf{A}_2=\begin{bmatrix}1.25 & 2.25\Omega\\0.25\text{S} & 1.25\end{bmatrix}$$

复合二端口网络的传输参数矩阵为

$$\mathbf{A}=\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\mathbf{A}_3=\begin{bmatrix}2 & 1\\1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1.25 & 2.25\\0.25 & 1.25\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1\\0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2.75 & 8.5\Omega\\1.5\text{S} & 5\end{bmatrix}$$

其他试题

10.5 图示二端口网络。当开关 S 断开时测得 $U_3=9\text{V}, U_1=5\text{V}, U_2=3\text{V}$；开关 S 接通时测得 $U_3=8\text{V}$，$U_1=4\text{V}$，$U_2=2\text{V}$。求网络 N 的传输参数矩阵 $\boldsymbol{A}$。



图题 10.5

解：当开关断开时 $U_1=5\text{V}$，$I_1=\dfrac{U_3-U_1}{4\Omega}=1\text{A}$ ，$I_2=0$ ，$U_2=3\text{V}$

由传输参数方程得：

$$\begin{cases}5=A_{11}\times 3\\ 1=A_{21}\times 3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A_{11}=5/3\\ A_{21}=1/3\end{cases}$$

当开关接通时 $U_1=4\text{V}$，$I_1=\dfrac{U_3-U_1}{4\Omega}=1\text{A}$，$U_2=2\text{V}$，$-I_2=\dfrac{U_2}{6\Omega}=\dfrac{1}{3}\text{A}$

由参数方程又得

$$\begin{cases}4=\dfrac{5}{3}\times 2+\dfrac{1}{3}\times A_{12}\\ 1=\dfrac{1}{3}\times 2+\dfrac{1}{3}\times A_{22}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A_{12}=2\\ A_{22}=1\end{cases}\quad \text{所以}\quad \mathbf{A}=\begin{bmatrix}5/3 & 2\Omega\\ 1/3\text{S} & 1\end{bmatrix}$$

10.8 设二端口网络的阻抗参数 $\mathbf{Z}=\begin{bmatrix}4 & 3\\ 3 & 5\end{bmatrix}\Omega$。(1)求它的混合参数矩阵 $\boldsymbol{H}$；(2)若 $i_1=10\text{A}$，$u_2=20\text{V}$,求它消耗的功率。

解：(1)由阻抗参数方程得 $\begin{cases}u_1=4i_1+3i_2 & (1)\\ u_2=3i_1+5i_2 & (2)\end{cases}$

由式(2)得　　$i_2=-0.6i_1+0.2u_2$　　(3)

代入式(1)得　　$u_1=4i_1-1.8i_1+0.6u_2=2.2i_1+0.6u_2$　　(4)

由式(3)和(4)得　　$\mathbf{H}=\begin{bmatrix}2.2\Omega & 0.6\\ -0.6 & 0.2\text{S}\end{bmatrix}$

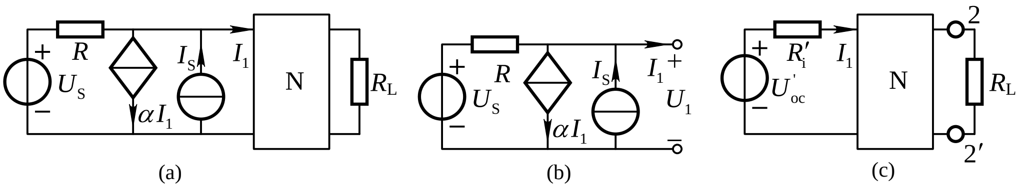
(2)　若 $i_1=10\text{A}$，$u_2=20\text{V}$，由式(3)和(4)解得

$$u_1=(2.2\times 10+0.6\times 20)\text{V}=34\text{V}$$
$$i_2=(-0.6\times 10+0.2\times 20)\text{A}=-2\text{A}$$

功率　　$p=u_1i_1+u_2i_2=34\times 10+20\times(-2)=300\text{W}$

注释：二端口消耗的功率等于两个端口消耗功率之和。

10.15 图示电路中，$U_S=1V, R=1\Omega, I_S=1A, \alpha=1$，试给出 R_L 获得最大功率的条件及最大功率值。其中二端口网络的传输参数矩阵为 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1 & 2\Omega \\ 3S & 4\end{bmatrix}$。



图题 10.15

解：为求 R_L 获得最大功率，应求 R_L 左端电路的戴维南等效电路。首先对二端口网络左端的电路部分进行化简，求其戴维南等效电路。在图(b)中，当端口开路时，$I_1=0$，开路电压为

$$U_{oc}'=RI_S+U_S=1\Omega\times1A+1V=2V$$

当图(b)中的独立源置零后，等效电阻为

$$R_i'=\frac{U_1}{-I_1}=\frac{-(\alpha I_1+I_1)R}{I_1}=2\Omega$$

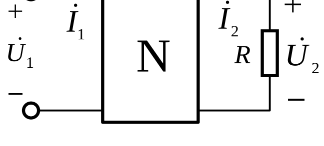
因此可将图(a)电路化简为图(c)的形式。再求 R_L 左端电路的戴维南等效电路，其开路电压和等效电阻分别为

$$U_{oc}=\frac{U_{oc}'}{A_{21}R_i'+A_{11}}=\frac{2}{3\times2+1}=\frac{2}{7}V$$

$$R_i=\frac{A_{22}R_i'+A_{12}}{A_{21}R_i'+A_{11}}=\frac{4\times2+2}{3\times2+1}=\frac{10}{7}\Omega$$

所以当 $R_L=R_i=10/7\Omega$ 时，它获得最大功率。最大功率 $P_{max}=\frac{U_{oc}{}^2}{4R_L}=\frac{1}{70}W$

10.16 图示电路，二端口网络输出端接电阻 R，定义 $H(j\omega)=\dot{U}_2/\dot{U}_1$，求出 $H(j\omega)$ 与二端口网络导纳参数和传输参数的关系。



图题 10.16

解：(1)当二端口用导纳参数表示时　$\dot{I}_2=Y_{21}\dot{U}_1+Y_{22}\dot{U}_2$　　(1)

由端口 2 得：$\dot{I}_2=\frac{-1}{R}\dot{U}_2$　　(2)

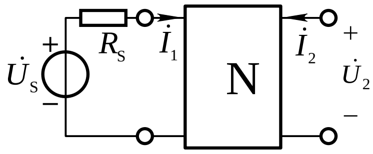
将式(2)代入式(1)得：　$-(\frac{1}{R}+Y_{22})\dot{U}_2=Y_{21}\dot{U}_1$　　所以 $H(j\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{-Y_{21}}{Y_{22}+1/R}$

(2)　当二端口用传输参数表示时

$$\dot{U}_1 = A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}(-\dot{I}_2) \qquad (3)$$

将式(2)代入式(3)得：$\dot{U}_1 = A_{11}\dot{U}_2 + \dfrac{A_{12}}{R}\dot{U}_2$。　所以 $H(\mathrm{j}\omega) = \dfrac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \dfrac{R}{A_{12} + RA_{11}}$

10.17　图示电路，电源含有内阻 R_S，定义 $H(\mathrm{j}\omega) = \dot{U}_2 / \dot{U}_S$，求出 $H(\mathrm{j}\omega)$ 与二端口网络阻抗参数和混合参数的关系。



图题 10.17

解：(1)当二端口用阻抗参数表示且 $\dot{I}_2 = 0$ 时

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_S - R_S\dot{I}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 \qquad (1)$$

$$\dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 \qquad (2)$$

$\dot{I}_1 = \dfrac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_{21}}$　　代入式(1)得：　$\dot{U}_S = (R_S + Z_{11})\dfrac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_{21}}$

$$H(\mathrm{j}\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_S} = \frac{Z_{21}}{R_S + Z_{11}}$$

(2)当二端口用混合参数表示时

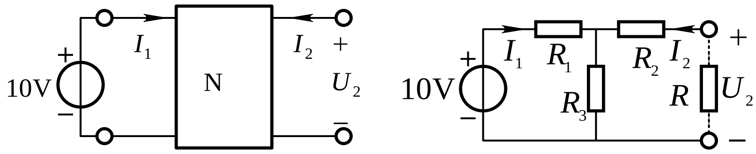
$$\dot{U}_1 = \dot{U}_S - R_S\dot{I}_1 = H_{11}\dot{I}_1 + H_{12}\dot{U}_2 \qquad (3)$$

$$\dot{I}_2 = H_{21}\dot{I}_1 + H_{22}\dot{U}_2 = 0 \qquad (4)$$

由式(4)得　$\dot{I}_1 = -\dfrac{\dot{H}_{22}}{\dot{H}_{21}}\dot{U}_2$　　代入式(3)得　$\dot{U}_S = (R_S + H_{11}) \times (-\dfrac{H_{22}}{H_{21}}\dot{U}_2) + H_{12}\dot{U}_2$

$$H(\mathrm{j}\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_S} = \frac{H_{21}}{H_{21}H_{12} - H_{22}(R_S + H_{11})}$$

10.20 图示电路中 N 为线性无源互易二端口网络。已知当 $I_2 = 0$ 时，$I_1 = 2\mathrm{A}$，$U_2 = 4\mathrm{V}$；当 $U_2 = 0$ 时，$I_2 = -1\mathrm{A}$。求终端接 10Ω 电阻时的电流 I_1 和 I_2。



图题 10.20

解：将二端口用 T 形路等效，如右图所示

由已知条件 当$I_2=0$时　$I_1=\dfrac{10}{R_1+R_3}=2\text{A}$，　$U_2=I_1R_3=2R_3=4\text{V}$

解得$R_3=2\Omega$　$R_1=3\Omega$

当$U_2=0$时　$-I_2=\dfrac{10}{3+\dfrac{2\times R_2}{2+R_2}}\times\dfrac{2}{2+R_2}=1\text{A}$　解得$R_2=2.8\Omega$

当终端接10Ω电阻时对回路列写 KVL 方程得

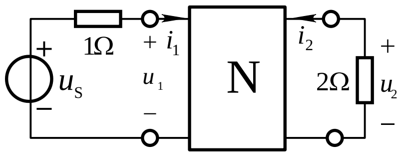
$$\begin{cases}5I_1+2I_2=10\\2I_1+14.8I_2=0\end{cases}$$

解得$I_1=2.114\text{A}$　$I_2=-0.286\text{A}$

10.21　图示二端口网络的阻抗参数矩阵为$\boldsymbol{Z}(\text{s})=\dfrac{1}{s+1}\begin{bmatrix}2&1\\1&3\end{bmatrix}\Omega$。

(1) 若输入电压$u_\text{S}(t)=\varepsilon(t)\text{V}$，试求零状态响应$u_2(t)$；

(2) 若输入电压$u_\text{S}(t)=10\cos(3t+60^\circ)\text{V}$，试求正弦稳态输出电压$u_2(t)$。



图题 10.21

解：（1）根据Z参数可列如下方程

$$\begin{cases}U_1(s)=\dfrac{2}{s+1}I_1(s)+\dfrac{1}{s+1}I_2(s)=U_S(s)-1\Omega\times I_1(s)=\dfrac{1}{s}-I_1(s)\\U_2(s)=\dfrac{1}{s+1}I_1(s)+\dfrac{3}{s+1}I_2(s)=-2\Omega\times I_2(s)\end{cases}$$

解得　$I_2(\text{s})=-\dfrac{0.5(s+1)}{s(s^2+5.5s+7)}$

$$U_2(s)=-2I_2(s)=\frac{s+1}{s(s^2+5.5s+7)}=\frac{1/7}{s}+\frac{1/3}{s+2}+\frac{-10/21}{s+3.5}$$

$$u_2(t)=(\frac{1}{7}+\frac{1}{3}\text{e}^{-2t}-\frac{10}{21}\text{e}^{-3.5t})\varepsilon(t)\ \text{V}$$

（2）由$U_2(s)$的表达式可得网络函数

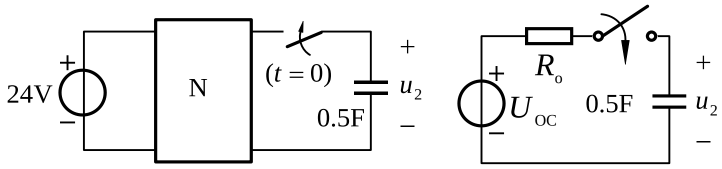
$$H(s)=\frac{U_2(s)}{U_\text{S}(s)}=\frac{s+1}{s^2+5.5s+7},\quad H(\text{j}3)=H(s)|_{s=\text{j}3}=\frac{1+\text{j}3}{-2+\text{j}16.5}$$

当$\dot{U}_{\mathrm{Sm}}=10\angle 60°\ \mathrm{V}$时

$$\dot{U}_{2\mathrm{m}}=H(\mathrm{j}3)\dot{U}_{\mathrm{Sm}}=\frac{1+\mathrm{j}3}{-2+\mathrm{j}16.5}\times 10\angle 60°\ \mathrm{V}=1.903\angle 34.65°\ \mathrm{V}$$

所以　　$u_2(t)=1.903\cos(3t+34.65°)\ \mathrm{V}$

10.22 已知图示电路中 N 的传输参数矩阵为$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}4/3 & 6\Omega\\(1/6)\mathrm{S} & 1\end{bmatrix}$，$u_2(0_-)=10\mathrm{V}$。求电压$u_2$。



图题 10.22

解：先求二端口输出端的戴维南等效电路

输出电阻　$R_{\mathrm{o}}=\dfrac{A_{22}Z_S+A_{12}}{A_{21}Z_S+A_{11}}=\dfrac{A_{12}}{A_{11}}=\dfrac{6}{4/3}=4.5\Omega$

终端开路电压　$U_{\mathrm{OC}}=\dfrac{\dot{U}_S}{A_{21}Z_S+A_{11}}=\dfrac{\dot{U}_S}{A_{11}}=\dfrac{24}{4/3}=18\ \mathrm{V}$

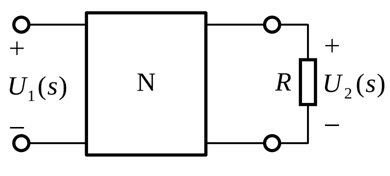
时间常数$\tau=R_{\mathrm{o}}C=4.5\times 0.5=2.25\mathrm{s}$，稳态值$u_2(\infty)=U_{\mathrm{OC}}=18\mathrm{V}$

由三要素公式得　$u_2(t)=(18-8\mathrm{e}^{-\frac{4}{9}t})\mathrm{V}\quad t>0$

10.24 图示二端口网络 N 在复频域的开路阻抗矩阵为

$$Z(s)=\begin{bmatrix}4+5/s & 5/s\\5/s & 4s+5/s\end{bmatrix}$$（式中s表示复频率），

图中电阻$R=10\Omega$。定义电压转移函数$H(s)=U_2(s)/U_1(s)$。求出$H(s)$及其极点，判断冲激响应是否振荡？



图题 10.24

解：由二端口网络的开路阻抗参数方程得

$$\begin{cases}U_1(s)=Z_{11}I_1(s)+Z_{12}I_2(s)=Z_{11}I_1(s)-Z_{12}\times\dfrac{U_2(s)}{R}\\U_2(s)=Z_{21}I_1(s)+Z_{22}I_2(s)=Z_{21}I_1(s)-Z_{22}\times\dfrac{U_2(s)}{R}\end{cases}$$

由上式求得电压转移函数：

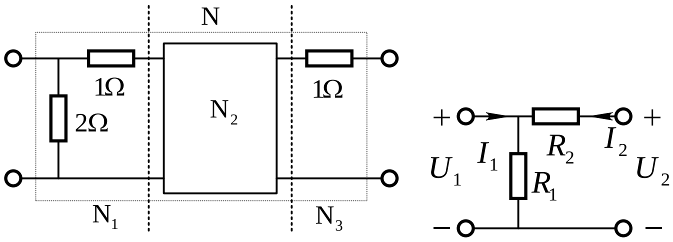
$$H(s)=\frac{U_2(s)}{U_1(s)}=\frac{Z_{21}R}{RZ_{11}+Z_{11}Z_{22}-Z_{12}Z_{21}}=\frac{5}{1.6s^2+6s+7}$$

上述电压转移函数的极点为

$$s_{1,2}=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4\times1.6\times7}}{2\times1.6}\approx-1.875\pm\mathrm{j}0.927$$

极点为复数，故存在振荡的冲激响应。

10.27 图示电路中网络 N_2 的导纳参数矩阵为 $\mathbf{Y}=\begin{bmatrix}1.5 & -3.5\\ -0.5 & 1.5\end{bmatrix}$S，求复合二端口 N 的传输参数矩阵。



图题 10.27

解：将网络 N 划分为三个级联的子网络。对图 N1 所示的子网络

$$\begin{cases}U_1=U_2+R_2(-I_2)\\ I_1=U_1/R_1+(-I_2)=U_2/R_1+(1+R_2/R_1)(-I_2)\end{cases}$$

对应的传输参数矩阵为 $A=\begin{bmatrix}1 & R_2\\ 1/R_1 & 1+R_2/R_1\end{bmatrix}$

当 $R_1=2\Omega$， $R_2=1\Omega$ 是上述矩阵变为子网络 N_1 的传输参数矩阵 $A_1=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0.5 & 1.5\end{bmatrix}$

当 $R_1\to\infty$， $R_2=1\Omega$ 是上述矩阵变为子网络 N_3 的传输参数矩阵 $A_3=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}$

对网络 N_2，由参数方程得：

$I_1=1.5U_1-3.5U_2$　　　(1)

$I_2=-0.5U_1+1.5U_2$　　（2）

由式（2）得 $U_1=3U_2+2(-I_2)$ 再代入式（1）得

$$I_1=U_2+3(-I_2)$$

因此网络 N_2 的传输参数矩阵 $A_2=\begin{bmatrix}3 & 2\\ 1 & 3\end{bmatrix}$

网络 N 的传输参数矩阵 $A=A_1A_2A_3=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0.5 & 1.5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & 2\\ 1 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4 & 9\\ 3 & 8.5\end{bmatrix}$