第 13 章 均匀传输线 习题解答

13.1 同轴电缆的参数为 $R_0 = 7\Omega/\text{km}$， $L_0 = 0.3\text{mH/km}$， $G_0 = 0.5\times10^{-6}\text{S/km}$， $C_0 = 0.2\mu\text{F/km}$。试计算当工作频率为 800Hz 时此电缆的特性阻抗 Z_c、传播常数 γ、相速 v_p 和波长 λ。

解： $R_0 + \text{j}\omega L_0 = 7 + \text{j}2\pi\times800\times0.3\times10^{-3} = 7.1606\angle12.157°\ \Omega/\text{km}$

$$G_0 + \text{j}\omega C_0 = 0.5\times10^{-6} + \text{j}2\pi\times800\times0.2\times10^{-6} = 1005.31\times10^{-6}\angle89.972°\ \text{S/km}$$

波阻抗 $Z_c = \sqrt{\dfrac{R_0 + \text{j}\omega L_0}{G_0 + \text{j}\omega C_0}} = 84.396\angle-38.91°\Omega$

传播常数 $\gamma = \alpha + \text{j}\beta = \sqrt{(R_0 + \text{j}\omega L_0)(G_0 + \text{j}\omega C_0)} = 0.0533 + \text{j}0.066\ (1/\text{km})$

波长 $\lambda = \dfrac{2\pi}{\beta} = \dfrac{2\pi}{0.066} = 95.2\text{km}$，相速 $v_p = \lambda f = 95.2\times800 = 76163.5\quad \text{km/s}$

13.2 设沿某电缆分布着电压和电流行波

$$u = 14.1\text{e}^{-0.044x}\cos(5000t - 0.046x + \pi/6)\ (\text{单位：V, km, s})$$

$$i = 0.141\text{e}^{-0.044x}\cos(5000t - 0.046x + \pi/3)\ (\text{单位：A, km, s})$$

试求波阻抗、传播常数、波速、波长。

解：*可知这里的 u 和 i 都只有正向行波分量。*传输线上电压和电流行波可表示如下：

$$\begin{cases} u = U_\text{m}\text{e}^{-\alpha x}\cos(\omega t - \beta x + \psi_u) \\ i = I_\text{m}\text{e}^{-\alpha x}\cos(\omega t - \beta x + \psi_i) \end{cases}$$

波阻抗等于任一点处行波电压相量与同方向行波电流相量之比。根据给定的电压和电流行波可得出：

波阻抗 $$Z_c = \frac{U_\text{m}\angle\psi_u}{I_\text{m}\angle\psi_i} = \frac{14.1\angle\pi/6}{0.141\angle\pi/3} = 100\angle-30°\Omega$$

传播常数 $\gamma = \alpha + \text{j}\beta = 0.044 + \text{j}0.046(1/\text{km})$

波速 $v = \dfrac{\omega}{\beta} = \dfrac{5000}{0.046} = 108695.65\,\text{km/s}$

波长 $\lambda = \dfrac{v}{f} = \dfrac{108695.65}{5000/2\pi} = 136.59\text{km}$

13.3 某无损线波阻抗为$Z_c = 70\Omega$，终端负载阻抗$Z_2 = (35 + \mathrm{j}35)\Omega$。试计算输入阻抗，设线长为(a) $\lambda/4$；(b) $\lambda/8$。

解：输入阻抗
$$Z_i = \frac{Z_2 \cos\beta l + \mathrm{j}Z_c \sin\beta l}{Z_c \cos\beta l + \mathrm{j}Z_2 \sin\beta l} \times Z_c \qquad (1)$$

(a)　当$l = \lambda/4$ 时，$\beta l = \frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{\lambda}{4} = \pi/2$, $\cos\beta l = 0$, $\sin\beta l = 1$

$$Z_i = \frac{Z_c^2}{Z_2} = \frac{70^2}{35 + \mathrm{j}35} = 70\sqrt{2}\angle -45°\Omega$$

(b) 当$l = \lambda/8$　时 $\beta l = \pi/4$，$\cos\beta l = \sin\beta l = \sqrt{2}/2$

$$Z_i = \frac{Z_2 + \mathrm{j}Z_c}{Z_c + \mathrm{j}Z_2} \times Z_c = \frac{35 + \mathrm{j}35 + \mathrm{j}70}{70 - 35 + \mathrm{j}35} \times 70 = 70\sqrt{5}\angle 26.6°\Omega$$

13.4 长度为$\lambda/4$的无损线，终端接电阻$R_2 = 50\Omega$，现若使始端输入阻抗$Z_i = 200\Omega$，问该无损线波阻抗应为多少？又若$R_2 = 0$，则此无损线的输入阻抗是多少？

解：$l = \lambda/4$ ，$\beta l = \pi/2$ ，$\cos\beta l = 0$，$\sin\beta l = 1$，输入阻抗　$Z_i = \frac{Z_c^2}{R_2}$

若　$Z_i = 200\Omega$　则　$Z_c = \sqrt{Z_i R_2} = \sqrt{200 \times 50} = 100\Omega$；　若　$R_2 = 0$　则　$Z_i \to \infty$

13.5 一信号源通过波阻抗为 50Ω的无损线向 75Ω负载电阻馈电。为实现匹配，在均匀线与负载间插入一段$\lambda/4$ 的无损线，求该线的波阻抗。

解：当　$l = \lambda/4$　时，输入阻抗　$Z_i = \frac{Z_c^2}{R_2}$

匹配时　$Z_{c1} = Z_i$，即$50 = \frac{Z_c^2}{75}$　，　$Z_c = \sqrt{50 \times 75} = 61.24\Omega$

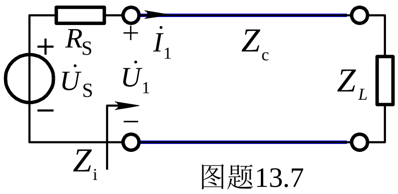
13.6 终端短路的无损线，其波阻抗$Z_c = 505\Omega$，线长 35m，波长λ=50m，求此无损线的等效电感值。

解：
$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{3\times 10^8}{50} = 6\times 10^6\ \mathrm{Hz}$$

终端短路时等效输入阻抗　$Z_i = \mathrm{j}Z_c \mathrm{tg}\beta l = \mathrm{j}505 \times \mathrm{tg}(\frac{2\pi}{50} \times 35) = \mathrm{j}1554.23\Omega = \mathrm{j}\omega L$

等效电感
$$L = \frac{|Z_i|}{\omega} = \frac{1554.23}{2\pi \times 6\times 10^6} = 41.22\ \ \mu\mathrm{H}$$

13.7 某无损线长 4.5m，波阻抗为 300Ω，介质为空气。线路始端接一内阻为 100Ω，电压为 10V，频率为 100MHz 的正弦电压源，以电源电压为参考相量。试计算在距始端 1m 处的电压相量。设负载阻抗为：(1)300Ω; (2)500Ω; (3) $-\mathrm{j}500\Omega$ 。



图题13.7

解　　$\beta=\dfrac{\omega}{v}=\dfrac{2\pi\times10^8}{3\times10^8}=\dfrac{2}{3}\pi/\mathrm{m}$

(1) $Z_L=300\Omega$，终端处于匹配状态，始端输入阻抗 $Z_i=Z_c=300\Omega$

$$\dot{U}_1=\frac{Z_i}{R_S+Z_i}\times\dot{U}_S=7.5\mathrm{V}\qquad \dot{I}_1=\dot{U}_1/Z_i=7.5/300=0.025\mathrm{A}$$

$x=1\mathrm{m}$， $\beta x=\beta\times1\mathrm{m}=2\pi/3$， $\dot{U}(1\mathrm{m})=\dot{U}_1\angle-2\pi/3=7.5\angle-120^\circ\mathrm{V}$

(2) $Z_L=500\Omega$， $\beta l=\dfrac{2\pi}{3}\times4.5=3\pi$， $\cos\beta l=-1$， $\sin\beta l=0$

$$Z_i=\frac{Z_L\cos\beta l+\mathrm{j}Z_c\sin\beta l}{Z_c\cos\beta l+\mathrm{j}Z_L\sin\beta l}\times Z_c=Z_L=500\Omega\qquad(1)$$

$$\dot{U}_1=\frac{500}{500+100}\times10\mathrm{V}=8.333\mathrm{V}\qquad \dot{I}_1=\dot{U}_1/Z_i=8.333/500=0.0167\mathrm{A}$$

$$\dot{U}(1\mathrm{m})=\dot{U}_1\cos(2\pi/3)-\mathrm{j}Z_c\dot{I}_1\sin(2\pi/3)=-4.167-\mathrm{j}4.33=6.009\angle-133.9^\circ\mathrm{V}$$

(3) $Z_L=-\mathrm{j}500\Omega$，由式(1)得： $Z_i=Z_L=-\mathrm{j}500\Omega$

$$\dot{U}_2=\frac{-\mathrm{j}500}{100-\mathrm{j}500}\times10\mathrm{V}=9.806\angle-11.31^\circ\mathrm{V}\qquad \dot{I}_1=\dot{U}_1/(-\mathrm{j}500)=0.0196\angle78.69^\circ\mathrm{A}$$

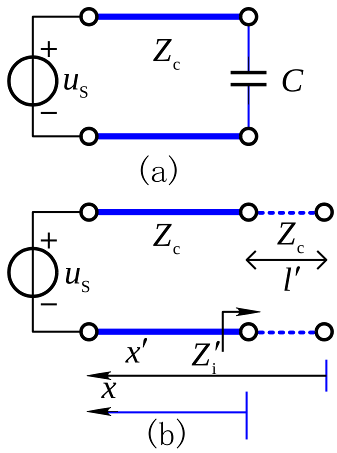
$$\dot{U}(1\mathrm{m})=\dot{U}_1\cos(2\pi/3)-\mathrm{j}Z_c\dot{I}_1\sin(2\pi/3)$$

$$=9.806\angle-11.31^\circ\times\cos120^\circ-\mathrm{j}0.0196\angle78.69^\circ\times\sin120^\circ$$

$$=0.192\angle-11.3^\circ\mathrm{V}$$

13.8 设图示无损线长为 17m，波阻抗 $Z_c=150\Omega$， u_S 为正弦电压源。传输线上的行波波长 $\lambda=8\mathrm{m}$，电容的容抗 $|X_C|=150\Omega$。试求传输线上电流始终为零的点距终端的距离。

解：　将电容用一段长度为l'终端开路的传输线等效。如图 13.8(b)所示。



图题13.8

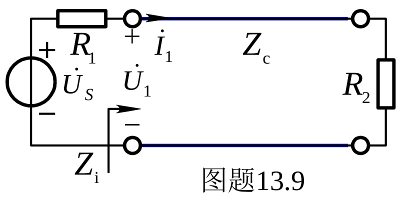
$$Z_i' = -jZ_c\cot(\frac{2\pi}{\lambda}\times l') = -j|X_C| = -j150 \qquad \text{解得} \qquad l' = 1\ \text{m}$$

这样相当于无损线增加了 1 米，等效终端开路，等效终端电流为零，距等效终端$x' = k\dfrac{\lambda}{2}$处均为波节，距终端波节的位置为：

$$x = x' - l' = k\frac{\lambda}{2} - l' = 4k - 1 \quad (k = 1,2,3,4)$$

所以传输线上电流始终为零的点距终端的距离x=3m, 7m, 11m, 15m。

13.9 无损均匀传输线线长$l = 35.5\text{m}$，波阻抗$Z_c = 600\Omega$，波速$v = 3\times10^8\text{m/s}$，正弦电压源$\dot{U}_S = 10\text{V}$，频率$f = 6\times10^6\text{Hz}$，电阻$R_2 = 4R_1 = 400\Omega$。(1)求始端电压$\dot{U}_1$和电流$\dot{I}_1$。(2)距离始端 12.5m 处的电压和电流相量。



图题13.9

解：　(1) $\beta l = \dfrac{2\pi f}{v}\times l = 1.5\pi$，$\cos\beta l = 0$，$\sin\beta l = -1$

$$\text{始端输入阻抗}\ Z_i = \frac{R_2\cos\beta l + jZ_C\sin\beta l}{Z_C\cos\beta l + jR_2\sin\beta l}\times Z_c = \frac{Z_c^2}{R_2} = 900\Omega$$

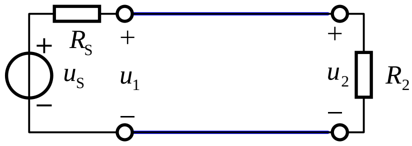
$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_S}{R_1 + Z_i} = \frac{10}{100+900} = 0.01\text{A}，\ \dot{U}_1 = Z_i\dot{I}_1 = 9\text{V}$$

(2)　$x = 12.5\text{m}$ 处，$\beta x = 0.5\pi$。$\cos\beta l = 0$，$\sin\beta l = 1$。电压、电流分别为

$$\dot{U}(x) = \dot{U}_1\cos\beta x - jZ_c\dot{I}_1\sin\beta x = -jZ_c\dot{I}_1 = -j6\text{V}$$

$$\dot{I}(x) = \dot{I}_1\cos\beta x - j\frac{\dot{U}_1}{Z_c}\sin\beta x = -j\frac{\dot{U}_1}{Z_c} = -j0.015\text{A}$$

13.10 图示电路中$R_S = 100\Omega$，$u_S = 150\cos(5000\pi t)\text{V}$，$R_2 = 100\Omega$。无损线线长$l = 10\text{km}$，$L_0 = 10^{-3}\text{H/km}$，$C_0 = 10^{-7}\text{F/km}$。求$u_1(t)$和$u_2(t)$。



图题 13.10

解：　$Z_c=\sqrt{\dfrac{L_0}{C_0}}=100\Omega=R_2$　处于匹配状态，所以输入阻抗 $Z_i=Z_c=100\Omega$ 为电阻性。

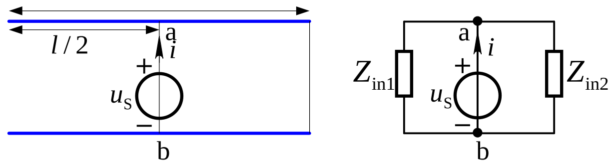
$$\therefore u_1=\frac{u_S}{R_S+Z_i}\times Z_i=75\cos(5000\pi t)\text{V}$$

波速 $v=\dfrac{1}{\sqrt{L_0C_0}}=10^5\,\text{km/s}=10^8\,\text{m/s}$，频率 $f=2500\,\text{Hz}$

波长 $\lambda=\dfrac{v}{f}=\dfrac{10^8}{2500}=4\times10^4\,\text{m}$，$\beta l=\dfrac{2\pi}{\lambda}\times l=\dfrac{2\pi}{4\times10^4}\times10^4=0.5\pi$，

$\dot{U}_{2m}=\dot{U}_{1m}\angle-\beta l=75\angle-90^\circ\,\text{V}$　，$\therefore u_2(t)=75\cos(5000\pi t-90^\circ)\text{V}$

13.11 图示无损传输线，长度为 $l=50\text{m}$，特性阻抗为 $Z_c=100\sqrt{3}\Omega$，传输线一端开路，一端短路，线路中点处接一电压源 $u_S(t)=3\sqrt{2}\cos(\omega t+30^\circ)\text{V}$，工作波长 $\lambda=300\text{m}$，求流过电压源的电流 $i(t)$。



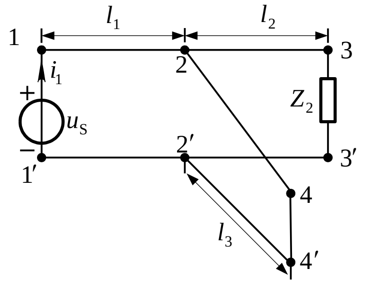
图题 13.11

解：　从 a-b 端向左看，令其等效阻抗为 Z_{in1}，其大小为 $Z_{in1}=-jZ_c\cot(\dfrac{2\pi}{\lambda}\times\dfrac{l}{2})=-j300\,\Omega$；

从 a-b 端向右看，令其等效阻抗为 Z_{in2}，其大小为 $Z_{in2}=jZ_c\tan(\dfrac{2\pi}{\lambda}\times\dfrac{l}{2})=j100\,\Omega$；

电流 $\dot{I}=\dfrac{\dot{U}_S}{Z_{in1}//Z_{in2}}=\dfrac{3\angle30^\circ\,\text{V}}{j150\,\Omega}=0.02\angle-60^\circ\,\text{A}$，则 $i(t)=0.02\sqrt{2}\cos(\omega t-60^\circ)\,\text{A}$

13.12 图示电路中无损均匀传输线 l_1、l_2、l_3，其长度均为 0.75m，特性阻抗 $Z_c=100\Omega$，$u_S=10\cos(2\pi\times10^8 t)\,\text{V}$，相位速度 $v=3\times10^8\text{m/s}$，终端 $3-3'$ 接负载 $Z_2=10\Omega$，终端 $4-4'$ 短路，求电源端的电流 $i_1(t)$



图题 13.12

解：$\lambda = v/f = 3\text{m}$，三段无损线长度为四分之一波长

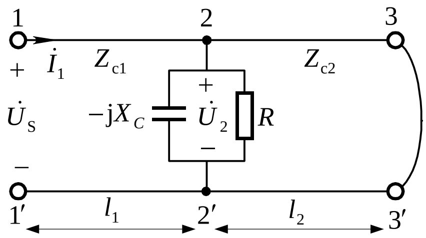
根据 $Z_{\text{i}}(x') = Z_{\text{c}} \dfrac{Z_{\text{L}}\cos\beta x' + \text{j}Z_{\text{c}}\sin\beta x'}{\text{j}Z_{\text{L}}\sin\beta x' + Z_{\text{c}}\cos\beta x'}$，并且 $\beta x' = \pi/2$，可得 $Z_{\text{i}} = \dfrac{Z_{\text{c}}^2}{Z_{\text{L}}}$

由 2 端向 4 端看等效输入阻抗 $Z_{2\text{-}4} \to \infty$，由 2 端向 3 端看等效输入阻抗 $Z_{2\text{-}3} = \dfrac{Z_{\text{c}}^2}{Z_2} = 1000\Omega$

故 $2-2'$ 端的等效阻抗 $Z_{2\text{-}2'} = Z_{2\text{-}3} = 1000\Omega$，从而由 1 端向 2 端看等效输入阻抗 $Z_{1\text{-}2} = \dfrac{Z_{\text{c}}^2}{Z_{2\text{-}2'}} = 10\Omega$

$\dot{U}_{\text{Sm}} = 10\angle 0°\text{V}$，$\dot{I}_{1\text{m}} = \dot{U}_{\text{Sm}}/Z_{12} = 1\angle 0°\text{A}$　则 $i_1(t) = \cos(2\pi \times 10^8 t)\ \text{A}$

13.13 图示两条架空均匀无损线的波阻抗 $Z_{\text{c1}} = 300\Omega$，$Z_{\text{c2}} = 200\Omega$，长度 $l_1 = \lambda/4$，$l_2 = \lambda/8$。$1-1'$ 端接电压源 $\dot{U}_{\text{S}} = 600\angle 0°\text{V}$，$2-2'$ 端接有集中参数 $R = 300\Omega$，$X_C = 200\Omega$，终端 $3-3'$ 短路。求：(1)从 $1-1'$ 端看入的入端阻抗 Z_{in}；(2)始端电流 I_1；(3) $2-2'$ 端电压 U_2。



图题 13.13

解：(1) 由 $2-2'$ 端向 $3-3'$ 端看等效输入阻抗 $Z_{2\text{-}3} = \text{j}Z_{\text{c2}}\tan(\dfrac{2\pi}{\lambda}\times\dfrac{\lambda}{8}) = \text{j}Z_{\text{c2}} = \text{j}200\ \Omega$

$2-2'$ 端的等效阻抗 $Z_{2\text{-}2'} = Z_{2\text{-}3} // (-\text{j}X_C) // R = \text{j}200\Omega // (-\text{j}200\Omega) // R = R$

从 $1-1'$ 端看入的入端阻抗 $Z_{\text{in}} = Z_{\text{c1}} \dfrac{R\cos\beta l_1 + \text{j}Z_{\text{c1}}\sin\beta l_1}{\text{j}R\sin\beta l_1 + Z_{\text{c1}}\cos\beta l_1}$，$\beta l_1 = \dfrac{2\pi}{\lambda}\times\dfrac{\lambda}{4} = \dfrac{\pi}{2}$

得 $Z_{\text{in}} = \dfrac{Z_{\text{c1}}^2}{R} = \dfrac{300^2}{300} = 300\ \Omega$

(2) 始端电流 $I_1 = \dfrac{U_{\text{S}}}{Z_{\text{in}}} = \dfrac{600\ \text{V}}{300\ \Omega} = 2\ \text{A}$

(3) $\dot{U}_2 = (\cos\beta x)\dot{U}_{\text{S}} - (\text{j}Z_{\text{c1}}\sin\beta x)\dot{I}_1 = -\text{j}Z_{\text{c1}}\dot{I}_1 = -\text{j}600\ \text{V} = 600\angle -90°\ \text{V}$

13.14 矩形电压波 u^+=200kV 和电流波 i^+=400A 沿架空线传播，线路终端接有 800Ω的电阻负载。试求波传到终端时负载所承受的电压为多少？

解：　波阻抗 $Z_c=\dfrac{u^+}{i^+}=\dfrac{200\times10^3}{400}=500\Omega$，终端反射系数 $N_2=\dfrac{R_2-Z_c}{R_2+Z_c}=\dfrac{3}{13}$

故负载承受的电压 $u_2=u_2^++N_2u_2^+=(1+\dfrac{3}{13})\times200\times10^3=246.15\text{kV}$

13.15 长度为 $l=600\text{m}$ 的无损线，波阻抗 $Z_c=500\Omega$，终端接 $1\text{k}\Omega$ 电阻，始端施以阶跃电压 $u_S=15\,\varepsilon(t)\text{V}$。试分析始端电流在 $0<t<6l/v$ 期间的波过程，最后的稳态解是多少？（波速 υ 可按光速计算）

解：终端反射系数 $N_2=\dfrac{Z_L-Z_c}{Z_L+Z_c}=\dfrac{1}{3}$，始端反射系数 $N_1=\dfrac{Z_S-Z_c}{Z_S+Z_c}=-1$

这是一个多次反射过程，反射过程如图题 13.15 所示。其中 $t_d=l/v$

当 $0<t<\dfrac{2l}{v}$ 时，反射波未达到始端，只有入射波。$i_1=i^+=\dfrac{u_1}{Z_c}=\dfrac{15\text{V}}{500\Omega}=30\text{mA}$

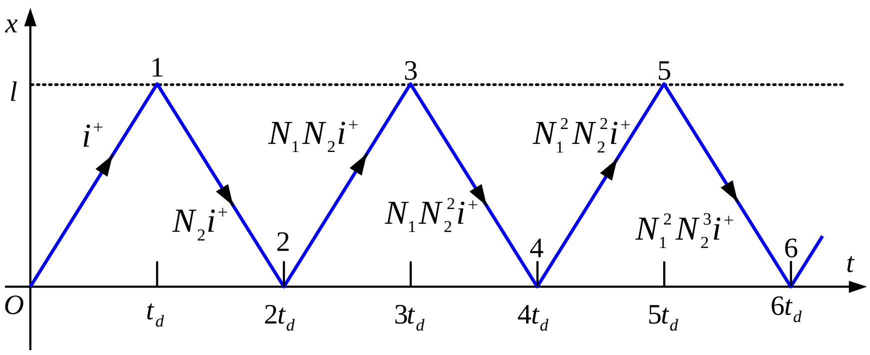
当 $\dfrac{2l}{v}<t<\dfrac{4l}{v}$ 时，反射波到达始端，　$i_1=i^+-N_2i^++N_1N_2i^+=30-10-10=10\text{mA}$

当 $\dfrac{4l}{v}<t<\dfrac{6l}{v}$ 时，始端电流为：

$$i_1=i^+-N_2i^++N_1N_2i^+-N_1N_2^2i^++N_1^2N_2^2i^+=30-10-10+\frac{10}{3}+\frac{10}{3}=16.67\text{mA}$$

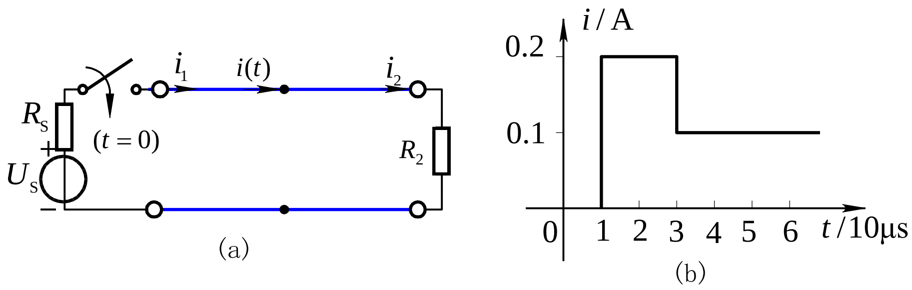
达到稳态时　$i_1(\infty)=\dfrac{u_1}{R_2}=15\text{mA}$

所以　$i_1(t)=\begin{cases}30\text{mA} & 0<t<2l/v\\ 10\text{mA} & 2l/v<t<4l/v\\ 16.67\text{mA} & 4l/v<t<6l/v\end{cases}$　　$i_1(\infty)=\dfrac{u_1}{R_2}=15\text{mA}$



图题13.15

13.16 图示无损均匀线线长 $l=6\text{km}$，波阻抗 $Z_c=600\Omega$，波速近似光速。又知 $R_S=Z_c$，$R_2=1800\Omega$，$U_S=240\text{V}$，$t=0$ 时开关接通。试确定无损线中点处电流 $i(t)$ 在 $0<t<60\mu\text{s}$ 期间内的变化规律。



图题 13. 16

解：波从始端传到中点所用的时间为：$t_1=\dfrac{l/2}{v}=\dfrac{3\times10^3}{3\times10^8}=10^{-5}\mathrm{s}=10\mu\mathrm{s}$

(1) 当 $0<t<10\mu\mathrm{s}$ 时，入射波从始端发出，尚未到达中点所以 $i(t)=0$。

(2) $10\mu\mathrm{s}<t<30\mu\mathrm{s}$ 时，入射波已经过中点，但在终端所产生的反射波还没有到达中点。

$$i(t)=i_1^+=\frac{U_S}{R_S+Z_c}=\frac{240}{600+600}=0.2\mathrm{A}$$

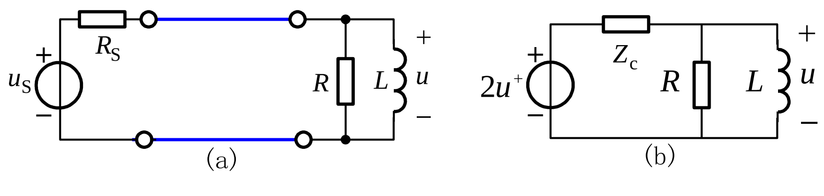
(3) $30\mu\mathrm{s}<t<60\mu\mathrm{s}$ 时，在终端所产生的反射波已经过中点，并于 $t=40\mu\mathrm{s}$ 时刻到达始端。由于

$R_S=Z_c$，所以到达始端后不再产生第二次反射

终端反射系数 $N_2=\dfrac{R_2-Z_c}{R_2+Z_c}=\dfrac{1800-600}{1800+600}=0.5$，$i_2^-=N_2i_2^+=N_2i_1^+=0.1\mathrm{A}$

$i(t)=i_1^+-i_2^-=0.1\mathrm{A}$。其波形如图13. 16(b)所示。

13.17 电路如图所示，设无损耗传输线长为 1ms 时间内波所传播的距离，波阻抗 $Z_c=R_S=200\Omega$。又已知 R=300Ω，L=0.1H，$u_S=10\,\varepsilon(t)-10\,\varepsilon(t-0.001\mathrm{s})\,\mathrm{V}$。求 t>0 时的零状态响应 $u(t)$。



图题13. 17

解：$0<t<1\mathrm{ms}$ 时，入射波电压尚未传播到终端，所以 $u(t)=0$；

$t>1\mathrm{ms}$ 时，入射波到达终端并产生反射波；$t>2\mathrm{ms}$ 时，反射波到达始端，但由于 $Z_c=R_S$，所以在始端不再产生第二次反射。根据彼德生法则，得到 $t>1\mathrm{ms}$ 时的终端等效电路如图(b)所示。其中

$$u^{+}=\frac{Z_{\mathrm{c}}}{R_{\mathrm{S}}+Z_{\mathrm{c}}}\times u_{\mathrm{S}}\times\varepsilon(t-0.001)=[5\varepsilon(t-0.001)-5\varepsilon(t-0.002)]\mathrm{V}$$

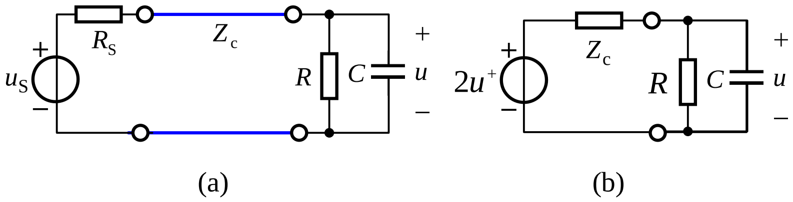
从电感两端看的等效电阻　$R_{\mathrm{i}}=\dfrac{RZ_{\mathrm{c}}}{R+Z_{\mathrm{c}}}=\dfrac{300\times200}{300+200}=120\Omega$　　$\tau=\dfrac{l}{R_{\mathrm{i}}}=\dfrac{1}{1200}\mathrm{s}$

$u(t)$ 的单位阶跃特性为　$s(t)=\dfrac{R}{Z_{\mathrm{c}}+R}\mathrm{e}^{-t/\tau}=0.6\mathrm{e}^{-1200t}\varepsilon(t)$

[求阶跃特性是方便求u^{+}的响应，因u^{+}是由两个阶跃信号叠加而成，则$u(t)$对u^{+}的响应也就是两个阶跃响应的叠加]

所以 $u(t)=[6\mathrm{e}^{-1200(t-0.001)}\varepsilon(t-0.001)-6\mathrm{e}^{-1200(t-0.002)}\varepsilon(t-0.002)]\,\mathrm{V}$

13.18　电路如图所示，无损均匀传输线长$l=300\mathrm{m}$，波阻抗$Z_{\mathrm{c}}=200\Omega$，$R_{\mathrm{S}}=50\Omega$，波速$v=3\times10^{8}\mathrm{m/s}$。又已知$R$=300Ω，$C=0.1\mathrm{F}$，$u_{\mathrm{S}}=10\,\varepsilon(t)\,\mathrm{V}$。求$0<t<3\mu\mathrm{s}$时的终端电压$u(t)$。



图题13.18

解：入射波从始端传到终端的时间$t=\dfrac{l}{v}=1\mu\mathrm{s}$

$0<t<1\mu\mathrm{s}$时，入射波电压尚未传播到终端，所以$u(t)=0$；

$t>1\mu\mathrm{s}$时，入射波到达终端并产生反射波；$2\mu\mathrm{s}<t<3\mu\mathrm{s}$时，反射波到达始端并产生二次反射，但反射波还没到达终端。根据彼德生法则，得到$2\mu\mathrm{s}<t<3\mu\mathrm{s}$时的终端等效电路如图(b)所示。其中

$$u^{+}=\frac{Z_{\mathrm{c}}}{R_{S}+Z_{\mathrm{c}}}\times u_{\mathrm{S}}=8\varepsilon(t)\mathrm{V}$$

从电容两端看的等效电阻

$R_{\mathrm{i}}=\dfrac{RZ_{\mathrm{c}}}{R+Z_{\mathrm{c}}}=\dfrac{300\times200}{300+200}=120\Omega$，$\tau=R_{\mathrm{i}}C=120\times0.1\,\mathrm{s}=12\,\mathrm{s}$

初始值：$u_{2}(t_{0+})=0$

稳态值：$u_{2}(\infty)=\dfrac{R}{R+Z_{\mathrm{c}}}\times2u^{+}=\dfrac{300}{300+200}\times2\times8=9.6\mathrm{V}$

终端电压$u(t)=[9.6(1-\mathrm{e}^{-(t-10^{-6})/12})\varepsilon(t-10^{-6})]\mathrm{V}$，$0<t<3\mu\mathrm{s}$