

## 附录 A 磁路 习题解答【修订】

【A.9、A.16 未作修订】

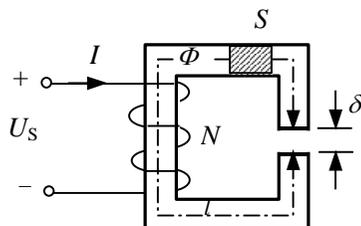
A.1 图示磁路，恒定电压为  $U_s$ ，线圈电阻为  $R$ ，匝数为  $N$ ，铁心平均长度为  $l$ ，横截面积为  $S$ ，磁导率为  $\mu$ ，气隙长度为  $\delta$ ，不计边缘效应和漏磁。求磁通势、总磁阻、磁通及气隙磁位差表达式。

解：线圈电流： $I = \frac{U_s}{R}$ ，磁通势： $F = NI = \frac{NU_s}{R}$

总磁阻： $R_m = \frac{l}{\mu S} + \frac{\delta}{\mu_0 S}$ ，磁通： $\Phi = \frac{NI}{R_m}$ ，

由磁路欧姆定律计算气隙磁位差：

$$U_\delta = \Phi R_\delta = \frac{NI}{R_m} \times \frac{\delta}{\mu_0 S}$$



图题 A.1

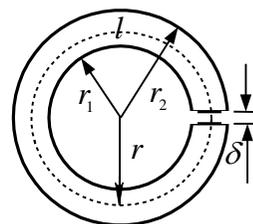
A.2 计算图示镯环形磁路的磁阻。已知内径  $r_1 = 2.0\text{cm}$ ，外径  $r_2 = 3.0\text{cm}$ ，截面为圆形，具有  $1\text{mm}$  的气隙，铁心材料的相对磁导率  $\mu_r = 500$ 。空气磁导率  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\text{H/m}$ 。[计算气隙截面时用式(A.21)进行修正]。

解：磁路平均半径为  $r = (r_1 + r_2)/2 = 2.5\text{cm}$

铁心平均长度  $l = (2\pi r - \delta) = 1.561 \times 10^{-1}\text{m}$

铁心截面半径为： $r_3 = (r_2 - r_1)/2 = 0.5\text{cm}$

铁心截面积  $S = \pi \times r_3^2 = 7.854 \times 10^{-5}\text{m}^2$



铁心磁阻： $R_m = \frac{l}{\mu_r \mu_0 S} = \frac{1.561 \times 10^{-1}}{500 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 7.854 \times 10^{-5}} = 3.163 \times 10^6 \text{ 1/H}$

修正后的气隙截面积  $S_\delta = \pi \times (r_3 + \delta/2)^2 = \pi \times (5 + 0.5)^2 = 95.03\text{mm}^2 = 9.503 \times 10^{-5}\text{m}^2$

气隙磁阻  $R_\delta = \frac{\delta}{\mu_0 S_\delta} = \frac{1.0 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7} \times 9.503 \times 10^{-5}} = 8.374 \times 10^6 \text{ 1/H}$

总磁阻  $R_{m\delta} = R_m + R_\delta = (3.163 + 8.374) \times 10^6 = 11.537 \times 10^6 \text{ 1/H}$

A.3 在图 A.2 所示的镯环上绕 1000 匝励磁线圈。欲在气隙中得到 1.3T 的磁感强度，试求线圈电流。

解：回路内磁通：
$$\Phi = B_{\delta} S_{\delta} = 1.3 \times 9.503 \times 10^{-5} = 1.235 \times 10^{-4} \text{ wb}$$

铁心内磁感应强度：
$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{1.235 \times 10^{-4}}{7.854 \times 10^{-5}} = 1.573 \text{ T}$$

铁心内磁场强度：
$$H = \frac{B}{\mu_r \mu_0} = \frac{1.573}{500 \times 4\pi \times 10^{-7}} = 2.504 \times 10^3 \text{ A/m}$$

铁心的磁位差：
$$U_m = Hl = 2.504 \times 10^3 \times 1.561 \times 10^{-1} = 390.87 \text{ A}$$

气隙的磁位差：
$$U_{\delta} = H_{\delta} \delta = \frac{B_{\delta}}{\mu_0} \delta = \frac{1.3}{4\pi \times 10^{-7}} \times 10^{-3} \approx 1034.5 \text{ A}$$

由基尔霍夫磁位差定律得：
$$NI = U_m + U_{\delta} = 390.87 + 1034.5 = 1425.4 \text{ A}$$

$$I \approx 1.425 \text{ A}$$

A.4 如果图 A.2 所示的镯环线圈气隙长度从原来的 1mm 增大到 2mm，但仍须保持气隙磁感强度为 1.3T，问线圈电流应该增大多少？

解：若气隙长度增大一倍，气隙磁感强度不变，则气隙磁位差也增大一倍。即

$$U_{\delta} = H_{\delta} \delta = 1034.5 \times 2 = 2069 \text{ A}$$

铁心磁位差近似不变，则由基尔霍夫磁位差定律得：

$$N(I + \Delta I) = U_m + U_{\delta}', \text{ 又 } NI = U_m + U_{\delta}$$

$$\therefore N\Delta I = \Delta U_{\delta} = 1034.5 \text{ A}, \quad \Delta I = 1034.5 \text{ A}/N = 1.034 \text{ A}$$

A.5 设镯环由 DR510 硅钢片冲成的圈环叠成，其平均长度为 70cm，有效截面为  $6.0 \text{ cm}^2$ 。线圈有  $10^4$  匝，均匀密绕在镯环上，不计漏磁。试求：

- (1) 设环中磁通为  $\Phi = 3.0 \times 10^{-4} \text{ Wb}$ ，需通以多大电流？
- (2) 当环中磁通增大一倍时，电流应为多大？
- (3) 当线圈中电流比(1)增大一倍时，环中磁通将变为多少韦伯？
- (4) 如在环上开一长度为 1mm 的气隙，磁通仍为  $3.0 \times 10^{-4} \text{ Wb}$  时，电流是多少？

解：(1) 磁感应强度  $B = \frac{\Phi}{S} = \frac{3 \times 10^{-4} \text{ Wb}}{6 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 0.5 \text{ T}$

查基本磁化曲线（即书中图 A.14）得：  $H \approx 160 \text{ A/m}$

由  $HI = NI$  得  $I = \frac{Hl}{N} = \frac{160 \times 0.7}{10^4} = 11.2 \text{ mA}$

(2) 若磁通增大一倍，则：  $\Phi = 6.0 \times 10^{-4} \text{ Wb}$  ，  $B = 1.0 \text{ T}$  ， 查曲线得：  
 $H \approx 380 \text{ A/m}$

$$I = \frac{Hl}{N} = \frac{380 \times 0.7}{10^4} = 26.6 \text{ mA}$$

(3) 当  $I = 22.4 \text{ mA}$  时

$$H = \frac{NI}{l} = \frac{10^4 \times 22.4 \times 10^{-3}}{0.7} = 320 \text{ A/m}$$

查曲线得：  $B \approx 0.9 \text{ T}$  ，  $\Phi = BS = 0.9 \times 6 \times 10^{-4} = 5.4 \times 10^{-4} \text{ Wb}$

(4)  $B = 0.5 \text{ T}$  ， 气隙的磁位差  $H_\delta \delta = \frac{B}{\mu_0} \times \delta = \frac{0.5}{4\pi \times 10^{-7}} \times 10^{-3} = 398 \text{ A}$

$$NI = Hl + H_\delta \delta = 160 \times (0.7 - 10^{-3}) + 398 = 510.2 \text{ A}$$

$$I = \frac{510.2 \text{ A}}{10^4} = 51 \text{ mA}$$

A.6 图示磁路中，磁通  $\Phi = 3 \times 10^{-3} \text{ Wb}$  时所需磁通势为 2000 安匝。欲使气隙长度  $\delta$  由 0.1cm 增至 0.12cm，且  $\Phi$  保持不变，试求所需磁通势。气隙横截面积为  $30 \text{ cm}^2$ 。

解：  $B = \frac{\Phi}{S} = \frac{3 \times 10^{-3}}{3 \times 10^{-3}} = 1 \text{ T}$  ，  $\Phi$  不变，  $B$  不变，  $H_m$  和

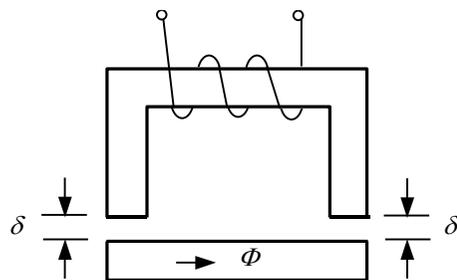
$H_\delta$  近似不变。

由  $NI = H_m l + H_\delta \times 2\delta$  得：

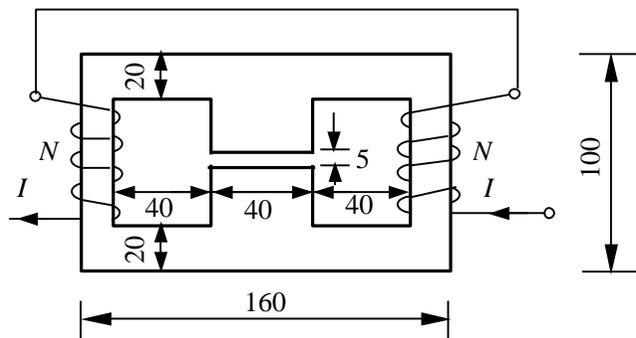
$$\Delta I \cdot N = 2\Delta\delta H_\delta = 2 \times 0.02 \times 10^{-2} \times \frac{1}{4\pi \times 10^{-7}} = 318 \text{ A}$$

磁通势  $F = 2000 + 318 = 2318 \text{ A}$

A.7 要在图示磁路的气隙中产生  $\Phi = 1.8 \times 10^{-3} \text{ Wb}$  的磁通，铁心厚 40mm，材料为 DR510 热轧低硅钢片。图中单位为 mm。求  $NI$  应为多少安匝？



图题 A.6



图题 A.7

解：由于磁路为对称磁路，可按气隙中心线将磁路分成相等的两个部分。在每一部分中

铁心的面积为： $S = 2 \times 4 \times 10^{-4} = 8 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ ，

铁心的平均长度： $l = (100 - 2 \times 10) \times 2 + 2 \times (80 - 20) - 5 = 275 \text{ mm} = 0.275 \text{ m}$

铁心内磁感应强度  $B = \frac{0.5\Phi}{S} = \frac{0.5 \times 1.8 \times 10^{-3}}{8 \times 10^{-4}} = 1.125 \text{ T}$ ，查曲线得： $H_m \approx 530 \text{ A/m}$

气隙中磁场强度  $H_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1.125 \text{ T}}{4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}} = 8.95 \times 10^5 \text{ A/m}$

【此处未用气隙截面积修正公式，近似认为铁心中  $B$  与气隙中相同】

$$NI = H_m l + H_\delta \delta = 530 \times 0.275 + 8.95 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-3} = 4620.75 \text{ A}$$

（若计及漏磁并用气隙截面积修正公式，答案约为 4622A）

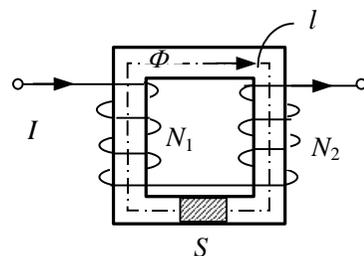
A.8 图示线性恒定磁通磁路，已知  $l=20\text{cm}$ ， $S=20\text{cm}^2$ ，

$\mu=10^{-2}\text{H/m}$ ， $N_1=500$  匝， $N_2=300$  匝， $I=0.5\text{A}$ ，不计漏磁。求磁通。

解：在回路  $l$  中，由基尔霍夫磁位差定律得： $N_1 I - N_2 I = Hl$

所以  $H = \frac{I}{l}(N_1 - N_2) = \frac{0.5}{0.2}(500 - 300) = 500 \text{ H/m}$

磁通  $\Phi = BS = \mu HS = 10^{-2} \times 500 \times 20 \times 10^{-4} \text{ Wb} = 0.01 \text{ Wb}$



图题 A.8

A.9 由 DR510 硅钢片叠成铁心，其形状尺寸如图 A.9 所示，单位是 cm。每个接缝处由于每层交替叠置，形成等效气隙 0.04cm。计算铁心截面时，应在外形尺寸上乘以叠片因数，设为 0.92。已知磁通势为 1500A，试求磁通值(相对误差小于 3%)。

解：铁心平均长度

$$l \approx 2 \times (6 + 2) + 2 \times (8 + 2) = 36 \text{ cm} = 0.36 \text{ m}$$

铁心的有效截面积为：

$$S = 2 \times 10^{-2} \times 3 \times 10^{-2} \times 0.92 = 5.52 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

设铁心内磁感应强度  $B = 1.0 \text{ T}$

磁通  $\Phi = BS = 5.52 \times 10^{-4} \text{ Wb}$

查曲线得：  $H_m \approx 380 \text{ A/m}$

气隙总长度  $\delta = 4 \times 0.04 = 0.16 \text{ cm} = 1.6 \times 10^{-3} \text{ m}$

气隙的面积为  $S_\delta = 2 \times 10^{-2} \times 3 \times 10^{-2} = 6.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

气隙中的磁感应强度

$$B_\delta = \frac{\Phi}{S_\delta} = \frac{5.52 \times 10^{-4} \text{ Wb}}{6 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 0.92 \text{ T}$$

气隙中的磁场强度  $H_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} = \frac{0.92 \text{ T}}{4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}} = 7.321 \times 10^5 \text{ A/m}$

磁通势

$$F = H_m l + H_\delta \delta = 380 \times 0.36 + 7.321 \times 10^5 \times 1.6 \times 10^{-3} \\ = 136.8 + 1171.4 = 1308.2 \text{ A}$$

相对误差为  $\frac{1500 - 1308.2}{1500} = 12.78\%$  大于 3%

再设铁心内磁感应强度  $B' = 1.1 \text{ T}$ ，查曲线得：  $H'_m \approx 500 \text{ A/m}$

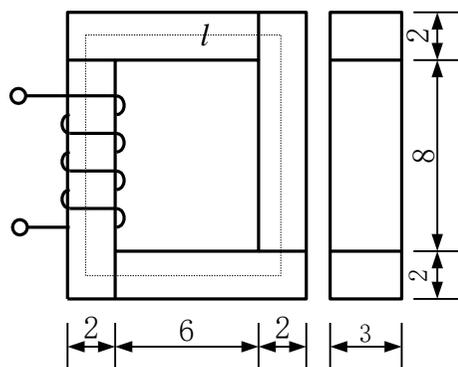
磁通  $\Phi' = 1.1\Phi = 6.072 \times 10^{-4} \text{ Wb}$ ，

气隙中的磁场强度  $H'_\delta = 1.1H_\delta = 8.0531 \times 10^5 \text{ A/m}$

磁通势  $F' = H'_m l + H'_\delta \delta = 500 \times 0.36 + 8.0531 \times 10^5 \times 1.6 \times 10^{-3} = 1468.5 \text{ A}$

相对误差为  $\frac{1500 - 1468.5}{1500} = 2.1\%$  小于 3%

所以磁通  $\Phi = \Phi' = 6.072 \times 10^{-4} \text{ Wb}$



图题 A.9

A.10 磁路横截面积  $S = 33 \text{ cm}^2$ ，励磁线圈匝数  $N = 300$ ，所加工频正弦电压  $U = 220 \text{ V}$ ，不计线圈电阻和漏磁。试求磁感应强度的最大值  $B_m$ 。

解：不计线圈电阻和漏磁，电压  $U = 4.44 fN\Phi_m$

$$\text{所以 } \Phi_m = \frac{U}{4.44 fN} = \frac{220}{4.44 \times 50 \times 300} = 3.3 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

$$B_m = \frac{\Phi_m}{S} = \frac{3.3 \times 10^{-3}}{33 \times 10^{-4}} = 1 \text{ T}$$

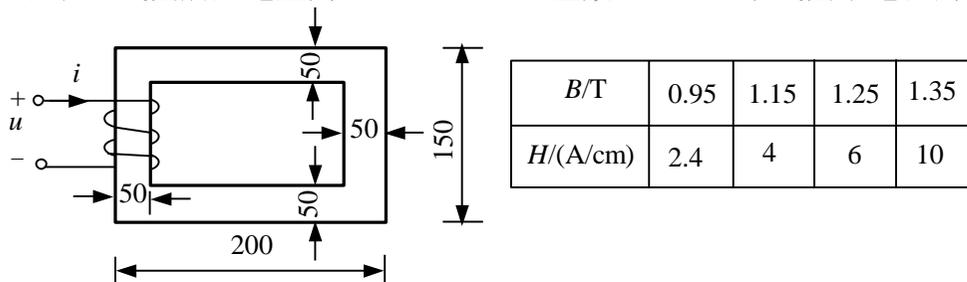
A.11 某交变磁通磁路，当励磁线圈所加正弦电压为 100V，50Hz 时，磁感应强度最大值为  $B_m=1.5\text{T}$ 。若电压改为 200V、频率改为 100Hz，再求  $B_m$ 。不计线圈电阻和漏磁。

解：不计线圈电阻和漏磁，电压  $U = 4.44 fN\Phi_m = 4.44 fNSB_m$

$$B_m = \frac{U}{4.44 fNS}, B_m \text{ 与电压 } U \text{ 成正比，与频率 } f \text{ 成反比。现电压 } U \text{ 和频率 } f \text{ 均增}$$

加一倍，故  $B_m$  保持不变。

A.12 图示磁路厚度为 40mm，其它尺寸如图，单位为 mm。材料的  $B-H$  关系如右表，线圈所加电压为 111V，50Hz，匝数  $N=200$ 。求线圈中电流的极大值。



图题 A.12

解：磁路平均长度： $l = (200 - 50) \times 2 + (150 - 50) \times 2 = 500 \text{ mm} = 50 \text{ cm}$

铁心截面积： $S = 4 \times 10^{-2} \times 5 \times 10^{-2} = 2.0 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

磁通最大值： $\Phi_m = \frac{U}{4.44 fN} = \frac{111}{4.44 \times 50 \times 200} = 2.5 \times 10^{-3} \text{ Wb}$

$$B_m = \frac{\Phi_m}{S} = \frac{2.5 \times 10^{-3}}{2.0 \times 10^{-3}} = 1.25 \text{ T}, \text{ 查表得: } H = 6 \text{ A/cm}$$

$$I = \frac{Hl}{N} = \frac{6 \times 50}{200} = 1.5 \text{ A}$$

A.13 某铁心线圈在  $f=50\text{Hz}$  时,其涡流损耗等于磁滞损耗,且总的铁损为  $1.0\text{kW}$ 。如果在  $f=60\text{Hz}$  时,铁心中磁通密度的幅值保持不变,问此时铁损应是多少?

解:铁损  $P$  可以写成  $P = k_1 f^2 + k_2 f$ , 其中  $k_1 f^2$  和  $k_2 f$  分别为涡流损耗和磁滞损耗,在  $f=50\text{Hz}$  时均为  $0.5\text{ kW}$ ,  $k_1$  和  $k_2$  为比例系数。

$$\text{当 } f = 50\text{Hz} \text{ 时, } k_1 f^2 = 0.5 \Rightarrow k_1 = \frac{0.5 \times 10^3 \text{ W}}{2500(\text{Hz})^2} = 0.2 \text{ W}/(\text{Hz})^2$$

$$k_2 f = 0.5 \Rightarrow k_2 = \frac{0.5 \times 10^3 \text{ W}}{50\text{Hz}} = 10 \text{ W}/\text{Hz}$$

$$\text{当 } f = 60\text{Hz} \text{ 时, } P = k_1 \times 60^2 + k_2 \times 60 = 0.2 \times 3600 + 10 \times 60 = 1.32\text{kW}$$

A.14 一个工作频率为  $400\text{Hz}$  电压比为  $115\text{V}/(36\text{V})$  的变压器,能否用在  $50\text{Hz}$  的电源上作  $115\text{V}/(36\text{V})$  的变压器?试说明其理由。反过来的情况如何?

答:不能。当变压器工作在额定状态下,铁心已接近饱和,由  $U = 4.44 f N \Phi_m$  公式可

知:当  $f$  从  $400\text{Hz}$  变到  $50\text{Hz}$ ,且变压器输入电压有效值不变时,主磁通  $\Phi_m$  将显著增大,变压器工作在磁化曲线高度饱和段,励磁电流增大且波形严重畸变,因此电流的各次谐波也增大,影响变压器及电路中其它器件的正常工作。

在工频下使用的变压器,通常采用硅钢片作铁心材料。当用于  $400\text{Hz}$  电源时,一方面其  $B-H$  特性要发生变化,另一方面铁心的涡流损耗(与频率平方成正比)明显增加。故为  $50\text{Hz}$  电源设计的变压器不能用于  $400\text{Hz}$  电源作变压用。

A.15 磁路平均长度为  $l=30\text{cm}$ ,横截面积  $S=4\text{cm}^2$ ,铁心未饱和,其相对磁导率为  $\mu_r=10^3$ ,匝数  $N=100$ ,试求线圈电感  $L$ 。不计线圈漏磁。

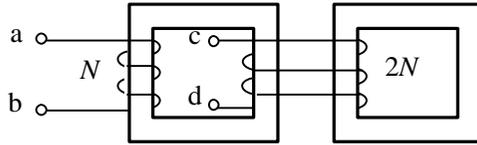
解:不计线圈漏磁时电感的计算公式(教材 A.47)为  $L = \frac{N^2}{R_m / \xi}$  (1)

其中  $\xi$  为波形修正系数。题中铁心未饱和,因此取  $\xi = 1$ 。

$$\text{磁阻 } R_m = \frac{l}{\mu_r \mu_0 S} = \frac{0.3}{10^3 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 4 \times 10^{-4}} = 5.968 \times 10^6 \text{ H}^{-1} \quad \text{代入式 (1) 得:}$$

$$L = \frac{100^2}{5.968 \times 10^6} \text{ H} = 16.755 \text{ mH}$$

A.16 图中的两个铁心具有相同的尺寸和磁导率  $\mu$ ，设  $\mu$  为常数，且忽略漏磁，线圈匝数分别为  $N$  和  $2N$ 。已知当 cd 开路时，线圈 ab 的电感为  $L_{ab}=0.25\text{mH}$ 。求当 ab 开路时线圈 cd 的电感  $L_{cd}$ 。



图题 A.16

解：由电感的计算公式  $L = \frac{N^2}{R_m / \xi} = \frac{N^2 \mu S}{l / \xi}$  可知，电感与匝数平方成正比，与截面积

成正比。现题中，从 cd 两端看，线圈匝数为  $2N$ ，铁心等效横截面积为  $2S$ ，较从 ab 两端看均增加一倍，因此

$$L_{cd} = 2^2 \times 2L_{ab} = 8L_{ab} = 2.0\text{mH}$$