[组题经验有限，轻喷]

# 2022/2023 学年秋季学期
# 电路期末复习试题参考答案

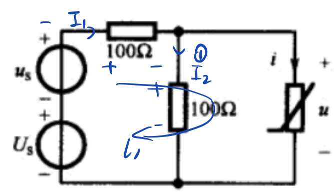
2022.11

## 一、填空题

1、 $BU=0$，　$B^T I_l = I$ → [连支电流是一组独立变量（单树支割集，树支电流用连支电流线性组合表示）]

2、 $1+0.0025\cos\omega t$　(V)　（注意单位）　[注意方法掌握]

[解析] 先求静态工作点，当只有直流电压源作用时，容易列写 KVL 与KCL 方程得




（①节点KCL） $I_2+I=I_1$　（$l_1$ KVL） $U_S=100I_1+100U$　补充：$\frac{U}{100}=I_2$

（因是直流稳态，$i$，$u$ 可写成 $I$、$U$），　解得 $U=1V$，　$I=0.02A$

求该工作点下非线性电阻的动态电导　$G_d=\frac{di}{du}\Big|_{u=1V}=0.04S$　$\therefore R_d=25\Omega$

$\therefore$ 小信号响应为 $\Delta u=\frac{u_s}{100+100//25}\times(100//25)=2.5\cos\omega t$ (mV)　$\therefore$ 电压 $u(t)$ 表达式为 $u(t)=1+0.0025\cos\omega t$ (V)

3、 行波在传输线上传播没有衰减（无损线）；终端反射系数 $|N_2|=1$.

[解析] 好好看书。

4、 $5.332\times10^{-2}+j6.5996\times10^{-2}$　　$7.6164\times10^{4}$

提示：$\omega=2\pi f$，$\gamma=\sqrt{(R_0+j\omega L_0)(G_0+j\omega C_0)}$，相速 $V_p=\frac{\omega}{\beta}$、计算器无法算复数开根，用模开根辐角减半.

5、 1.4　　4.312

[解析] 磁通最大值为 $\phi_m=\frac{U}{4.44fN}=\frac{62V}{4.44\times50s^{-1}\times200}=1.40\times10^{-3}\,Wb$

磁感应强度最大值为 $B_m=\frac{\phi_m}{S}=\frac{1.40\times10^{-3}\,Wb}{10\times10^{-4}m^2}=1.4T$

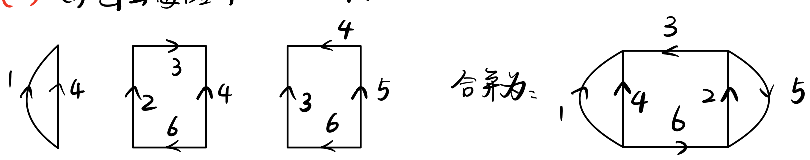
计算比损耗：　$B_m=1.4T>1T$，　取 $n=2$

$P_{Fe0}=P_{10/50}B_m^2\left(\frac{f}{50Hz}\right)^{1.3}=2.2\times1.4^2\ W/kg=4.312\ W/kg.$

→ 若要进一步计算总铁损，尚需计算铁心体积与总质量.

## 二、分析与计算

（一） (1) 画出每个基本回路如下：



(2) 树为 3,4,6．（因为每个回路只有一个连支，据此可确定连支，进而知树支编号）

$$B=\begin{array}{c}\begin{array}{cccccc}3&4&6&1&2&5\end{array}\\ \begin{bmatrix}0&-1&0&1&0&0\\1&-1&1&0&1&0\\-1&1&-1&0&0&1\end{bmatrix}\end{array}=\begin{bmatrix}B_t & B_\ell\end{bmatrix}\qquad 又\ C_\ell^T=-B_t$$

$$\therefore C_t=\begin{array}{c}\begin{array}{ccc}1&2&5\end{array}\\ \begin{bmatrix}0&-1&1\\1&1&-1\\0&-1&1\end{bmatrix}\end{array}\qquad \therefore C=\begin{array}{c}\begin{array}{cccccc}3&4&6&1&2&5\end{array}\\ \begin{bmatrix}1&0&0&0&-1&1\\0&1&0&1&1&-1\\0&0&1&0&-1&1\end{bmatrix}\end{array}=\begin{array}{c}\begin{array}{cccccc}1&2&3&4&5&6\end{array}\\ \begin{bmatrix}0&-1&1&0&1&0\\1&1&0&1&-1&0\\0&-1&0&0&1&1\end{bmatrix}\end{array}$$

(3) 答案不唯一、例如若选 2,3,6 为树支，则

$$B=\begin{array}{c}\begin{array}{cccccc}2&3&6&1&4&5\end{array}\\ \begin{bmatrix}-1&-1&-1&1&0&0\\-1&-1&-1&0&1&0\\1&0&0&0&0&1\end{bmatrix}\end{array}=\begin{array}{c}\begin{array}{cccccc}1&2&3&4&5&6\end{array}\\ \begin{bmatrix}1&-1&-1&0&0&-1\\0&-1&-1&1&0&-1\\0&1&0&0&1&0\end{bmatrix}\end{array}.$$

(二) 铁心平均长度 $l\approx 2\times(6+2)+2\times(8+2)=36cm=0.36m$

铁心的有效截面积为 $S=2\times10^{-2}\times3\times10^{-2}\times0.92=5.52\times10^{-4}m^2$

气隙总长度为 $\delta=0.04\times4=0.16cm=1.6\times10^{-3}m$

气隙面积为 $S_\delta=2\times10^{-2}\times3\times10^{-2}=6.0\times10^{-4}m^2$

$B=1T$时，查曲线得 $H_m\approx380A/m$　磁通 $\phi=BS=5.52\times10^{-4}Wb$，则气隙中磁感应强度

$B_\delta=\dfrac{\phi}{S_\delta}=\dfrac{5.52\times10^{-4}Wb}{6\times10^{-4}m^2}=0.92T$　气隙中的磁场强度 $H_\delta=\dfrac{B_\delta}{\mu_0}=\dfrac{0.92T}{4\pi\times10^{-7}H/m}=7.321\times10^5A/m$

磁通势 $F=H_m l+H_\delta\delta=380\times0.36+7.321\times10^5\times1.6\times10^{-3}=1308.2A$.

(三) 解：(1) $A=\begin{bmatrix}-1&1&0&0&-1&0\\0&-1&1&1&0&0\\0&0&-1&0&1&1\end{bmatrix}$

(2) 先写支路导纳矩阵 $Y$．　$Y=diag\left(\dfrac{1}{j\omega L_1},\dfrac{1}{R_2},\dfrac{1}{R_3},\dfrac{1}{R_4},\dfrac{1}{R_5},j\omega C_6\right)$

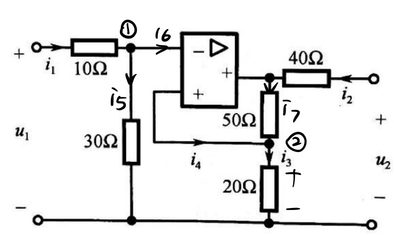
$$Y_n=AYA^T=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{j\omega L_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_5}&-\dfrac{1}{R_2}&-\dfrac{1}{R_5}\\-\dfrac{1}{R_2}&\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}&-\dfrac{1}{R_3}\\-\dfrac{1}{R_5}&-\dfrac{1}{R_3}&\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_5}+j\omega C_6\end{bmatrix}$$

(3) $\dot{U}_s=\begin{bmatrix}0&0&0&0&-\dot{U}_{s5}&0\end{bmatrix}^T$　$\dot{I}_s=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&\dot{I}_{s6}\end{bmatrix}^T$，

$A Y\dot{U}_s-A\dot{I}_s=\begin{bmatrix}\dfrac{\dot{U}_{s5}}{R_5}&0&-\dfrac{\dot{U}_{s5}}{R_5}-\dot{I}_{s6}\end{bmatrix}^T$.

$\therefore$ 节点电压方程为 $Y_n\dot{U}_n=\begin{bmatrix}\dfrac{\dot{U}_{s5}}{R_5}&0&-\dfrac{\dot{U}_{s5}}{R_5}-\dot{I}_{s6}\end{bmatrix}^T$.

(四) 解：(1) 由虚断特性，$i_6=i_4=0$，$\therefore$ $i_5=i_1$




$\therefore$ 由KVL，$u_1=(10+30)i_1=40i_1$

又由虚短特性，知 $U_{n_1}=U_{n_3}$，$\therefore$ 20Ω电阻上的压降为30Ω电阻上的压降，$\therefore i_3=1.5i_1$

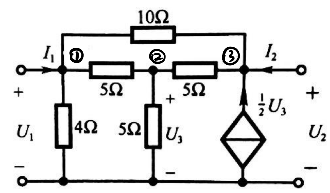
又由$i_4=0$，知$i_7=i_3$ ∴ $u_2=40i_2+(50+20)i_3=40i_2+105i_1$

∴ $Z=\begin{bmatrix}40&0\\105&40\end{bmatrix}\Omega$

[这是考研题，作业题中也有此种类型题，因电路图中并未画出"地"，所以看起来似乎不满足端口条件。但其实不用太关心]

(2) [对于结构简单的二端口，常利用节点电压法求其Y参数，用回路电流法求其Z参数]

对①、②、③节点列写节点电压方程：
$$\begin{cases} I_1=(\frac14+\frac15+\frac1{10})U_1-\frac1{10}U_2-\frac15U_3 \\ I_2=-\frac1{10}U_1+(\frac15+\frac1{10})U_2-\frac15U_3-\frac12U_3 \\ 0=-\frac15U_1-\frac15U_2+(\frac15+\frac15+\frac15)U_3\end{cases}$$




整理得 $\begin{cases} I_1=\frac{29}{60}U_1-\frac16U_2 \\ I_2=-\frac13U_1+\frac1{15}U_2\end{cases}$

∴ $Y=\begin{bmatrix}\frac{29}{60}&-\frac16\\-\frac13&\frac1{15}\end{bmatrix}S$.

(3) 由KVL得 $\dot U_1=2\times\dot I_1+\dot U_{10}$ (变压器一次侧电压)

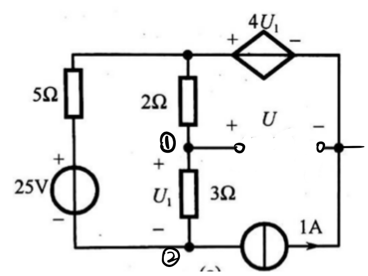
$\dot U_2=\dot U_{20}$，(变压器二次侧电压) $\dot I_2=\dot U_2\times j\omega+\dot I_{20}$ (变压器二次侧电流，注意参考方向)

又有 $\dot I_1=-\frac12\dot I_{20}$，$\dot U_{10}=2\dot U_{20}$ 得：$\dot U_1=2\times\dot I_1+2\dot U_2$，$\dot I_2=j\omega\dot U_2+(-2)\dot I_1$

∴ $H=\begin{bmatrix}2\Omega&2\\-2&j\omega S\end{bmatrix}$.

(五) 先求非线性元件以外部分的戴维南等效电路。

求开路电压：如右图，列节点方程，有

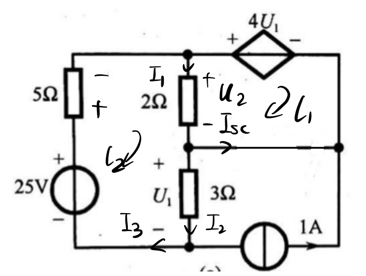



[注：含受控源，但控制支路和被控支路都在同一被等效部分中，故可作等效。]

$$\begin{cases}(\frac13+\frac12)U_{n1}-\frac13U_{n2}-\frac12\times4U_1=0\\(\frac15+\frac13)U_{n2}-\frac13U_{n1}-\frac15\times4U_1=1-5\end{cases}$$

补充：$U_{n1}-U_{n2}=U_1$ 解得 $U_{n1}=U_{oc}=30V$ ($U_{n2}=21V$, $U_1=9V$)

求等效电阻：用开路短路法，将原非线性元件处短接。




由$l_1$ KVL：$U_2=4U_1$ 对$l_2$列KVL：$5U_1+5I_3=25$

又$I_3=I_2-1=\frac{U_1}{3}-1$ 得 $U_1=4.5V$

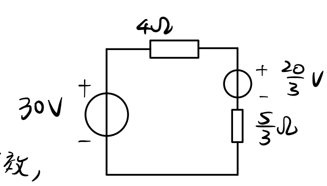
∴ $I_{sc}=I_1-I_2=\frac{U_2}{2\Omega}-\frac{U_1}{3}=7.5A$ ∴ $R_{eq}=4\Omega$

将非线性元件作分段线性近似：

① $0<I<2A$，$0<U<10V$时，将其用一$R_1=\frac{dU}{dI}=5\Omega$的电阻等效

$I=\frac{30}{9}>2A$，舍去

② $I>2A$，$U>10V$时，将其用一$R_2=\frac{dU}{dI}=\frac53\Omega$，串接$U_{eq}=\frac{20}{3}V$的结构等效，



则得 $I=\dfrac{30-\frac{20}{3}}{4+\frac{5}{3}}=\dfrac{70}{17}A>2A$， $U=\dfrac{70}{17}\times\dfrac{5}{3}+\dfrac{20}{3}=\dfrac{690}{51}V>10V$

综上，电流为 $\frac{70}{17}A$，电压为 $\frac{690}{51}V$。

[另解：可见该非线性电阻元件为流控型，且容易作分段线性等效而将电压电流表达为

$U=U_{eq}+R_{eq}\times I$ 的形式，所以也可一开始就把该非线性元件用一电压源和电阻串联的结构来等效，

然后列写KCL、KVL方程求出电压U、电流I和Ueq与Req的表达式，再代入Ueq与Req，检验I与U是否在对应的区段，

此非常规解法，也可借此练习KCL，KVL列写方法；此外，本卷未涉及针对压控、流控型非线性电阻列写(改进)节点方程，回路方程的习题，请认真复习作业题！]

(六) 解：从2-2'端口视入，2-3间传输线的集中参数等效阻抗为 $Z_3=-jZ_{c_2}\cot\beta l_2=-j\times300\times\cot\frac{\pi}{6}=-300\sqrt{3}j\,\Omega$

从2-2'端口视入，2-4间传输线的集中参数等效阻抗为 $Z_4=jZ_{c_2}\tan\beta l_3=300\sqrt{3}j\,\Omega$，以上两等效阻抗发生并联谐振，

可见，若从1-1'端口往终端看，$l_1$ 相当于终端开路，因此，从1-1'看进去的入端等效阻抗 $Z_i=-jZ_{c_1}\cot\beta l_1=-150j\,\Omega$

$\therefore\ \dot{U}_1=\dfrac{-150j}{150\sqrt{3}-150j}\dot{U}_S=\dfrac{150\angle-90^\circ}{300\angle-30^\circ}10\angle30^\circ=5\angle-30^\circ V$ $\qquad \dot{I}_1=\dfrac{\dot{U}_1}{Z_i}=\dfrac{1}{30}\angle60^\circ A$

$\dot{U}_2=\dot{U}_1\cos\beta x-jZ_c\dot{I}_1\sin\beta x=\frac{\sqrt{2}}{2}\times5\angle-30^\circ-j\times150\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{30}\angle60^\circ=5\sqrt{2}\angle-30^\circ V$

对3-3'端，入端电流 $\dot{I}_{3i}=\dfrac{\dot{U}_2}{-300\sqrt{3}j}A$，

$\therefore\ \dot{U}_3=\dot{U}_2\cos\beta x-j\dot{I}_{3i}Z_{c_2}\sin\beta x=\dot{U}_2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\dot{U}_2}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}}{3}\dot{U}_2=\frac{10\sqrt{3}}{3}\angle-30^\circ V$

对4-4'端，入端电流 $\dot{I}_{4i}=\dfrac{\dot{U}_2}{300\sqrt{3}j}A$，

$\dot{I}_4=\dot{I}_{4i}\cos\beta x-j\dfrac{\dot{U}_2}{Z_{c_2}}\sin\beta x=\dfrac{\dot{U}_2}{600\sqrt{3}j}+\dfrac{\dot{U}_2}{200\sqrt{3}j}=\dfrac{5\sqrt{2}\angle-30^\circ}{150\sqrt{3}\angle90^\circ}A=\frac{\sqrt{6}}{90}\angle-120^\circ A$

注意：若改为求 $u_2(t)$，$u_3(t)$，$i_4(t)$，记得转为时域表达式！

(七) 解：(1) 终端反射系数为 $N_2=\dfrac{100-200}{100+200}=-\frac{1}{3}$，始端反射系数为 $N_1=\dfrac{50-200}{50+200}=-\frac{3}{5}$

当 $0<t<l/2v$ 时，入射波尚未传到无损线中点处，$i(t)=0$；

$l/2v<t<3l/2v$ 时，入射波已传到无损线中点处，但终端反射波尚未到达，$i^+(t)=\frac{25}{200+50}=0.1A$，$\therefore i(t)=0.1A$

$3l/2v<t<5l/2v$ 时，第一个反射波传到无损线中点处，$i_1^-(t)=0.1A\times N_2=-\frac{1}{30}A$ $\quad\therefore i(t)=0.1A-(-\frac{1}{30}A)=\frac{2}{15}A$

$5l/2v<t<3l/v$，第一个反射波传到始端并发生了反射，此反射波传到了无损线中点处，$i_2^+(t)=-\frac{1}{30}\times(-\frac{3}{5})=\frac{1}{50}A$

$\therefore i(t)=0.1A-(-\frac{1}{30}A)+\frac{1}{50}A=\frac{23}{150}A$

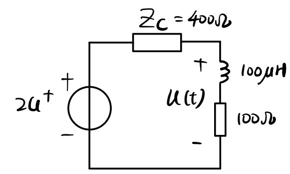
$\therefore i(t)=\begin{cases}0, & 0<t<l/2v, \\ \frac{1}{10}, & l/2v<t<3l/2v, \\ \frac{2}{15}, & 3l/2v<t<5l/2v, \\ \frac{23}{150}, & 5l/2v<t<3l/v,\end{cases}$ $\cdots$, 稳态时电流 $i(\infty)=\frac{25}{R_S+R_2}=\frac{1}{6}A$（稳态时无损线相当于理想导线）

(2) 波从一端传到另一端的时间 $t=\frac{l}{v}=\frac{3\times10^4}{3\times10^8}s=10^{-4}s=100\mu s$

在 $0\sim100\mu s$ 时，从始端发出的入射波未到达终端，$U^+=20kV$，$I^+=50A$，$u(t)=0$.

$100\mu s$ 时，入射波到达终端，发生反射。由于终端接一般性负载，故用彼德生法则分析其量值。

画出其集中参数等效电路如右所示：




$\tau=\frac{L}{R}=2\times10^{-7}s$ $u(0_+)=2u^+=40kV$（零状态电感相当于开路）

$u(\infty)=\frac{100}{100+400}\times2u^+=8kV$ $\therefore u(t)=8+32e^{-5\times10^6(t-10^{-4}s)}$.

$\therefore u(t)=\begin{cases}0, & 0<t<100\mu s \\ 8+32e^{-5\times10^6(t-10^{-4}s)}, & 100\mu s<t<150\mu s\end{cases}$

（八）解：(1) 首先写出复合二端口网络的传输参数方程 $\begin{cases}U_1=A_{11}U_2-A_{12}I_2 \\ I_1=A_{21}U_2-A_{22}I_2\end{cases}$

当 $R_L=\infty$ 时，可知 $I_2=0$，也即 $\begin{cases}U_1=A_{11}U_2 & (1) \\ I_1=A_{21}U_2 & (2)\end{cases}$

又知 $\frac{U_1}{I_1}=7\Omega$（想想为什么不是 $-7\Omega$？二端口的参考方向约定？）

将 $\frac{(1)}{(2)}$ 得：$7=\frac{A_{11}}{A_{21}}$ (3) 同理，当 $R_L=0$ 时，类似可得 $\frac{A_{12}}{A_{22}}=\frac{45}{7}$ (4)

又知复合二端口是对称二端口，由互易及对称条件有 $A_{11}=A_{22}$ (5) $A_{11}A_{22}-A_{12}A_{21}=1$ (6)

由 (3)(4)(5) 得 $\frac{A_{12}}{A_{21}}=45$ 代入 (6) 有 $(7A_{21})^2-45A_{21}^2=1 \Rightarrow A_{21}=\frac{1}{2}$，进而 $A_{11}=A_{22}=\frac{7}{2}$，$A_{12}=\frac{45}{2}$

$\therefore$ 复合二端口的A参数为 $A=\begin{bmatrix}\frac{7}{2} & \frac{45}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{7}{2}\end{bmatrix}$.

由 $A_aA_b=A$，有 $A_b=A_a^{-1}A=\begin{bmatrix}\frac{4}{3} & -6 \\ -\frac{1}{6} & 1.5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{7}{2} & \frac{45}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{7}{2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{5}{3} & 9\Omega \\ \frac{1}{6}S & \frac{3}{2}\end{bmatrix}$

(2) 由 $P_{U_S}=U_SI_1$ $\therefore I_1=2A$ $\therefore U_1=U_S-R_SI_1=21-4\times2=13V$

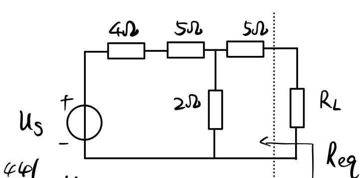
又 $\begin{cases}U_1=\frac{7}{2}U_2-\frac{45}{2}I_2 \\ I_1=\frac{1}{2}U_2-\frac{7}{2}I_2\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}I_2=-0.5A \\ U_2=0.5V\end{cases}$ $\therefore R_L=\frac{U_2}{-I_2}=1\Omega$
$\longrightarrow$ 注意此处为何是 $-I_2$？

(3) 将A参数化为Z参数：由 $\begin{cases}U_1=\frac{7}{2}U_2-\frac{45}{2}I_2 & ① \\ I_1=\frac{1}{2}U_2-\frac{7}{2}I_2 & ②\end{cases}$ $\therefore$ Z参数为 $\begin{bmatrix}7 & 2 \\ 2 & 7\end{bmatrix}\Omega$

$①-7\times②$：$U_1-7I_1=2I_2$ $\therefore U_1=7I_1+2I_2$ [(2)(3) 另解，可适当利用A参数入端等效阻抗公式或输出端等效公式]

再代回①有：$\frac{7}{2}U_2=\frac{45}{2}I_2+7I_1+2I_2$ 得 $U_2=7I_2+2I_1$

$\therefore$ 可得该二端口的T形等效电路：




求虚线左侧的戴维南等效电路：$R_{eq}=\frac{73}{11}\Omega$ $U_{oc}=\frac{42}{11}V$

$\therefore$ 当 $R_L=\frac{73}{11}\Omega$ 时，$R_L$ 获得最大功率，最大功率为 $P_{max}=\frac{(\frac{42}{11})^2}{4\times\frac{73}{11}}=\frac{441}{803}W$