声明：1.作答人不知道也不可能知道试题的标准答案。以下解答为作答人根据自己的思路书写，仅供参考。

2.我们绝对未在考试中实施任何作弊行为，绝对未将试卷、草稿纸带出考场，也绝对未在考试结束前将试题和答案透露给任何人，也绝对不会将试题和答案透露给工大以外的学生。

哈尔滨工业大学（深圳）2022 学年秋季学期

电路 IB 试题（A）参考答案

一、填空题（每题 2 分，满分 10 分）

1. 和；差

2. 单连支；它所包含的连支

3. $A_{11}A_{22}-A_{12}A_{21}=1$；$A_{11}A_{22}-A_{12}A_{21}=1$ 且 $A_{11}=A_{22}$

4. 9.91×10^{-3}Wb；滞后

【解析】

4. 由公式 $\dot{U}=j4.44fN\dot{\Phi}_m$ 有

$$\Phi_m=\frac{U}{4.44fN}=\frac{220}{4.44\times50\times100}=9.91\times10^{-3}\,Wb$$

$\dot{U}=4.44fN\angle90^\circ\times\dot{\Phi}_m$，所以磁通最大值相位滞后于电压90°.

5. 增大

【解析】不计漏磁，则磁路中只有一个磁通。由磁路欧姆定律得 $NI=R_m\Phi$，

由于不计边缘效应，因此 $S=S_\delta$（S 为铁心截面积，S_δ 为空气隙截面积）。则磁路中磁阻表达式为 $R_m=\dfrac{l}{\mu S}+\dfrac{\delta}{\mu_0 S}=\dfrac{1}{\mu_0 S}\left(\dfrac{l}{\mu_r}+\delta\right)$（$l$ 为铁心平均长度），当气隙减小 $\Delta\delta>0$ 时，有磁阻改变量

$\Delta R_m=\dfrac{\Delta\delta}{\mu_0 S}\left(\dfrac{1}{\mu_r}-1\right)$，铁磁材料 $\mu_r>1$，所以 $\Delta R_m<0$，又结合磁通势不变，电路中磁通 Φ 增大。

二、选择题（每题 3 分，满分 12 分）

1. A【解析】

方法一

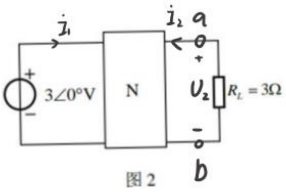
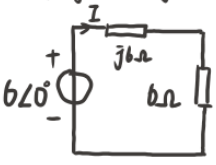


图 2

$$\begin{cases}\dot{U}_1=j3\dot{I}_1+j6\dot{I}_2\\ \dot{U}_2=j6\dot{I}_1+j6\dot{I}_2\\ \dot{U}_1=3\angle0^\circ V\end{cases}$$

整理得 $\dot{U}_2=6\angle0^\circ-j6\dot{I}_2$

则可将电路等效为



$Z=(6+j6)\,\Omega$，$\varphi=45^\circ$

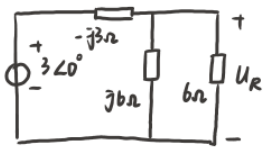
$I=\dfrac{U}{|Z|}=\dfrac{6}{6\sqrt{2}}$

$P=UI\cos\varphi=6\times\dfrac{6}{6\sqrt{2}}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=3W$

方法二

$Z=\begin{bmatrix} j3 & j6 \\ j6 & j6 \end{bmatrix}$ 满足互易条件，可将N等效为T型二端口网络

其中 $Z_1=j3-j6=-j3\Omega$，$Z_2=j6-j6=0\Omega$，$Z_3=j6\Omega$



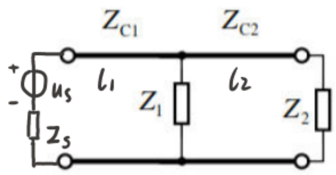
$$\dot{U}_R=\frac{6//j6}{6//j6-j3}\times 6\angle0^\circ=\frac{6}{j+1}\ ,\ U_R=3\sqrt{2}$$

$$P=\frac{U_R^2}{6\Omega}=\frac{9\times2}{6}=3W$$

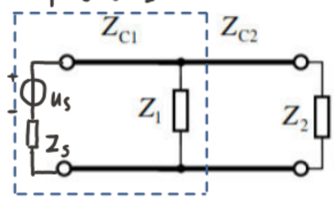
2．B

3．D【解析】

3. 假设给无损线的始端施加一激励源 U_S，始端负载为 Z_S



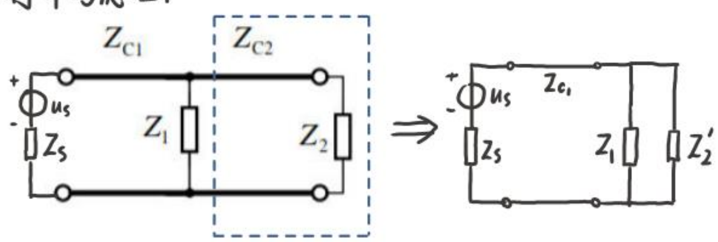
先来考虑 Z_2：



将无损线 l_2 左端所有部分看作始端

l_2 的终端反射系数为 $N_{22}=\frac{Z_2-Z_{C2}}{Z_2+Z_{C2}}=0$，所以 $Z_2=Z_{C2}=100\Omega$

再来考虑 Z_1：



将连接了负载 Z_2 的无损线 l_2 等效为阻抗 Z_2'

由 $Z_{C2}=Z_2$ 知负载 Z_2 与传输线 l_2 匹配，那么无损线 l_2 上电压与电流之比处处为 Z_{C2}，所以 $Z_2'=Z_{C2}=100\Omega$

无损线 l_1 终端反射系数为 $N_{21}=\frac{Z_1//Z_2'-Z_{C1}}{Z_1//Z_2'+Z_{C1}}=0$，

所以 $Z_{C1}=Z_1//Z_2'$，得 $Z_1=150\Omega$

4．A【解析】

$30\text{m} = \lambda = \frac{c}{f} = \frac{c}{\frac{\omega}{2\pi}}$，得 $\omega = 2\pi \times 10^7$ rad/s

$X_L = \omega L = 100\pi$

终端短路的无损线的等效阻抗为

$$jZ_c \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) = j500\tan\left(\frac{\pi x}{15}\right)$$

所以 $j500\tan\left(\frac{\pi x}{15}\right) = j\omega L = j100\pi$

$$x = \frac{15}{\pi}\arctan\left(\frac{\pi}{5}\right) = 2.68\text{m}$$

特别注意：$\frac{\pi x}{15}$ 是弧度制，若使用卡西欧计算器计算的 arctan 等为角度制则需进行转化后继续计算

三、计算题（每题 8 分，满分 40 分）

1． 解：① 由公式 $\boldsymbol{I}_t = \boldsymbol{B}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{I}_l$，已知连支电流，可求得树支电流 $\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -9 \\ 15 \end{bmatrix}$A

② 由公式 $\boldsymbol{U}_l = -\boldsymbol{B}_t\boldsymbol{U}_t$，已知树支电压，可求得连支电压 $\begin{bmatrix} u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ -3 \end{bmatrix}$V

③ 由矩阵 $\boldsymbol{B}$ 画出各基本回路，如图 1(a)~(c)所示。将各基本回路综合在一起得题中所求线图，如图 1(d)所示。

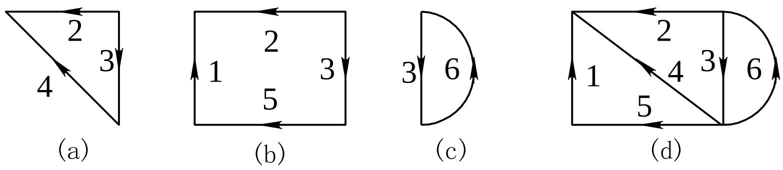


图 1

2． 解：非线性电阻左侧电路可等效为一个电流源并电阻 R_S，电流源表达式为

$$i_{eq} = \frac{U_S}{R_S} + i_S(t) = 6 + 0.5\cos(\omega t)\text{A}$$

当稳态分量单独作用时：$I_0 = 6 - \frac{U_0}{1} = 6 - U_0$，又 $I_0 = U_0^2$，解得 $U_0 = 2$V，$I_0 = 4$A，

动态电导 $G_d = \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}u} = 2u|_{u=2\text{V}} = 4$S，动态电阻为 $R_d = 0.25\Omega$

对于 $i_s(t)$：$\Delta i = \frac{1}{1+0.25}i_S(t) = \frac{2}{5}\cos(\omega t)$ A（并联分流），$\Delta u = \Delta i R_d = \frac{1}{10}\cos(\omega t)$ V

故 $i = 4 + \frac{2}{5}\cos(\omega t)$ A；$u = 2 + \frac{1}{10}\cos(\omega t)$ V

3. 解：将网络 N 划分为三个级联的子网络。对图 2 所示的子网络

$$\begin{cases} U_1 = U_2 + R_2(-I_2) \\ I_1 = U_1 / R_1 + (-I_2) = U_2 / R_1 + (1 + R_2 / R_1)(-I_2) \end{cases}$$

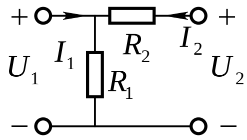


图 2

对应的传输参数矩阵为 $A = \begin{bmatrix} 1 & R_2 \\ 1/R_1 & 1 + R_2/R_1 \end{bmatrix}$

当 $R_1 = 2\Omega$，$R_2 = 1\Omega$ 时，上述矩阵变为子网络 N_1 的传输参数矩阵 $A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0.5 & 1.5 \end{bmatrix}$

当 $R_1 \to \infty$，$R_2 = 1\Omega$ 时，上述矩阵变为子网络 N_3 的传输参数矩阵 $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

对网络 N_2，由 Y 参数方程得：

$I_1 = 1.5U_1 - 3.5U_2$ （1）

$I_2 = -0.5U_1 + 1.5U_2$ （2）

由式（2）得 $U_1 = 3U_2 + 2(-I_2)$，再代入式（1）得 $I_1 = U_2 + 3(-I_2)$

因此网络 N_2 的传输参数矩阵 $A_2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

网络 N 的传输参数矩阵 $A = A_1A_2A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0.5 & 1.5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 9 \\ 3 & 8.5 \end{bmatrix}$

4. 解：将电容用一段长度为 l' 终端开路的传输线等效，如图 3 所示。

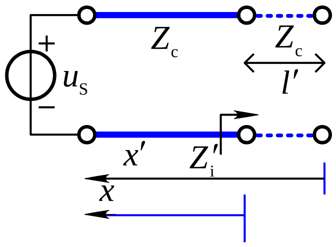


图 3

$Z_i' = -\mathrm{j}Z_c\cot(\frac{2\pi}{\lambda} \times l') = -\mathrm{j}|X_C| = -\mathrm{j}150$ 解得 $l' = 1\,\mathrm{m}$

这样相当于无损线增加了 1 米，等效终端开路，等效终端电流为零，

距等效终端 $x' = k\frac{\lambda}{2}$ 处均为波节，距终端波节的位置为：$x = x' - l' = k\frac{\lambda}{2} - l' = 4k - 1 \quad (k = 1,2,3,4)$

所以传输线上电流始终为零的点距终端的距离 x=3m, 7m, 11m, 15m。

5. 解：如图 4

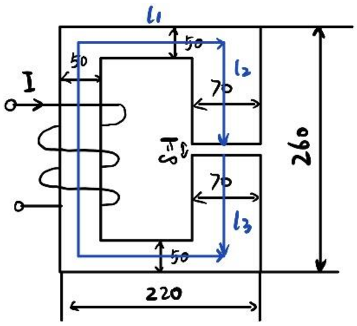


图 4

l_1＝2×(220－25－35)mm＋(260－50)mm＝530mm＝0.53m

l_2＝l_3＝(260－50－1)/2＝104.5mm＝1.045×10^{-1}m

S_1＝50×60mm^2＝3000mm^2＝3×10^{-3}m^2

S_2＝70×60＝4200mm^2＝4.2×10^{-3}m^2

S_δ= (70+1)(60+1)＝4331mm^2＝4.331×10^{-3}m^2

由基尔霍夫磁位差定律，$NI=\sum Hl$，则 $I=\dfrac{H_1l_1+2H_2l_2+H_\delta\delta}{1000}$ -----------------①

又 $H_1=\dfrac{B_1}{\mu_r\mu_0}=\dfrac{\Phi}{\mu_r\mu_0S_1}=477.469\text{A/m}$，$H_2=\dfrac{B_2}{\mu_r\mu_0}=\dfrac{\Phi}{\mu_r\mu_0S_2}=341.046\text{A/m}$，

$H_\delta=\dfrac{B_\delta}{\mu_0}=\dfrac{\Phi}{\mu_0S_\delta}=1.654\times10^5\text{ A/m}$，代入①得 $I\approx0.49\text{ A}$

四、计算题（每题 9 分，满分 18 分）

1． 解：由二端口输出端等效公式，题述二端口可等效为如下图 5 所示。

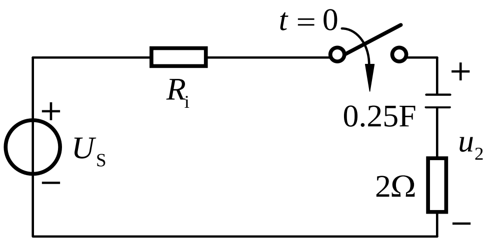


图 5

其中$U_\mathrm{S}=\dfrac{30}{A_{21}Z_\mathrm{S}+A_{11}}=30\text{V}$，$R_\mathrm{i}=\dfrac{A_{22}Z_\mathrm{S}+A_{12}}{A_{21}Z_\mathrm{S}+A_{11}}=6\Omega$

零状态电容相当于短路，所以$u_2(0_+)=\dfrac{2}{2+6}\times30\text{V}=7.5\text{V}$

稳态时电容相当于开路，所以$u_2(\infty)=30\text{V}$，时间常数$\tau=RC=(2+6)\times0.25\text{s}=2\text{s}$

由三要素公式，$u_2(t)=30-22.5e^{-t/2}\text{ V}(t>0)$。

2．解：（1）$\omega = 2\pi f = 6\pi \times 10^6 \text{rad/s}$，$\dfrac{\omega}{\beta} = v = 3\times 10^8 \text{m/s} \Rightarrow \beta = 2\pi \times 10^{-2}(1/\text{m})$，$\lambda = \dfrac{2\pi}{\beta} = 100\text{m}$。

电源左侧传输线长度为$\dfrac{\lambda}{4}$，其入端等效阻抗为$Z_{i1} = \dfrac{Z_{C1}^2}{Z_L} = \dfrac{100\times 100}{-200\text{j}} = 50\text{j}(\Omega)$

电源右侧传输线为终端短路线，其入端等效阻抗为$Z_{i2} = \text{j}Z_{C2}\tan\beta l_2 = \text{j}\times 50\tan\dfrac{\pi}{4} = 50\text{j}(\Omega)$

所以对于入端而言的集中参数等效电路为（如图 6）

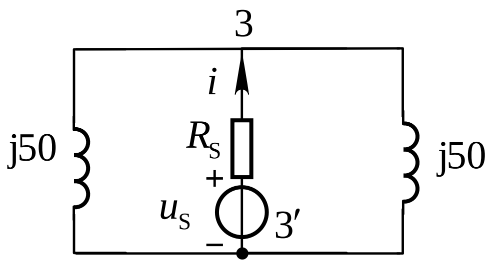


图 6

始端电流相量$\dot{I}_\text{m} = \dfrac{100\sqrt{2}\angle 0^\circ}{25 + (\text{j}50 \,||\, \text{j}50)} = \dfrac{100\sqrt{2}\angle 0^\circ}{25 + \text{j}25} = \dfrac{100\sqrt{2}\angle 0^\circ}{25\sqrt{2}\angle 45^\circ} = 4\angle -45^\circ\text{A}$，

时域表达式为$i = 4\cos(6\pi\times 10^6 t - 45^\circ)$。

（2）对于电源左侧传输线而言，其入端电压相量

$\dot{U}_\text{inm} = 100\sqrt{2}\angle 0^\circ - 25\times 4\angle -45^\circ = 100\sqrt{2} - 50\sqrt{2} + \text{j}50\sqrt{2} = 100\angle 45^\circ\text{V}$

入端电流相量$\dot{I}_\text{inm} = \dfrac{\dot{U}_\text{inm}}{\text{j}50} = 2\angle -45^\circ\text{A}$

因此$1-1'$端电压相量$\dot{U}_\text{1m} = \dot{U}_\text{inm}\cos\beta l_1 - \text{j}Z_{c1}\dot{I}_\text{inm}\sin\beta l_1 = -\text{j}Z_{c1}\dot{I}_\text{inm} = 200\angle -135^\circ\text{V}$

$1-1'$端电流相量$\dot{I}_\text{1m} = \dfrac{\dot{U}_\text{1m}}{-200\text{j}} = 1\angle -45^\circ\text{V}$

所以时域表达式为$u_1 = 200\cos(6\pi\times 10^6 t - 135^\circ)$，$i_1 = \cos(6\pi\times 10^6 t - 45^\circ)$。