理论力学
期末试题

哈工大网盘计划简介

1.项目初衷

鉴于（1）哈工大各类 QQ 群内学习资料多且繁杂，而文件文字太多会导致文件被 tx 屏蔽或者降低 QQ 群信用星级；（2）校内诚信复印和纸张记忆垄断；（3）很多营销号在卖资料且售价很高；（4）学长学姐的自编材料很好，还想分享给下一届；等问题，网盘计划应运而生！哈尔滨工业大学网盘计划**旨在将窝工的各类学习资料进行归类整理，并且以网盘的形式发出来**，历时一年，现已小成，扫描了上百份校内复印店试题文档，归类整理了近 40 个 G 的学习资料给大家，已经花费上千元，现入不敷出，如果您希望网盘计划继续运营下去的话，可通过以下方式进行捐赠。

QQ支付

推荐使用微信支付

2.网盘计划成就（密码 1920）

哈工大网盘计划
密码1920

哈工大电子教材

群名称:哈工大网盘计划（预）
群　号:953062322

腾讯自动屏蔽以上链接，请用浏览器扫一扫

理论力学自测复习题

静力学部分

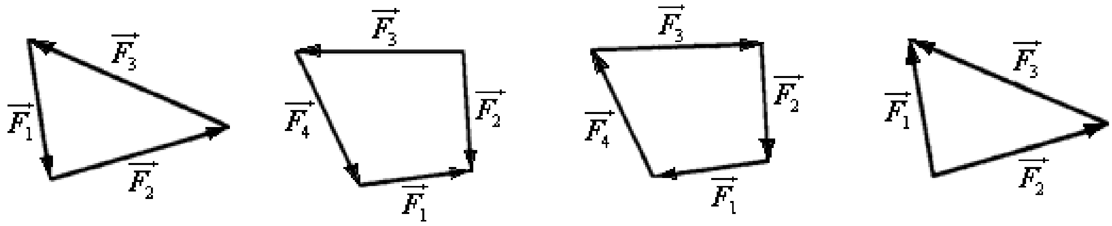
一、填空题：（每题 2 分）

1、作用于物体上的力的三要素是指力的__大小__、__方向__和__作用点__。

2、当物体处于平衡状态时，作用于物体上的力系所满足的条件称为__平衡条件__，此力系称为__平衡__力系，并且力系中的任一力称为其余力的__平衡力__。

3、力的可传性原理适用于__刚体__，加减平衡力系公理适用于__刚体__。

4、将一平面力系向其作用面内任意两点简化，所得的主矢相等，主矩也相等，且主矩不为零，则此力系简化的最后结果为__一个合力偶__



A　　B　　C　　D

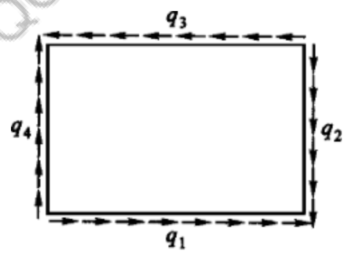
5、下列各图为平面汇交力系所作的力多边形，试写出各力多边形中几个力之间的关系。

A、$\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3=0$、B、$\vec{F}_2=\vec{F}_3+\vec{F}_4+\vec{F}_1$ C、$\vec{F}_1+\vec{F}_4+\vec{F}_3+\vec{F}_2=0$ D、$\vec{F}_1=\vec{F}_2+\vec{F}_3$。

6、某物体只受三个力的作用而处于平衡状态，已知此三力不互相平行，则此三力必并且__汇交于一点、共面__

7、一平面力系的汇交点为 A，B 为力系作用面内的另一点，且满足方程 $\sum m_B=0$。若此力系不平衡，则其可简化为__作用线过 A、B 两点的一个合力__。

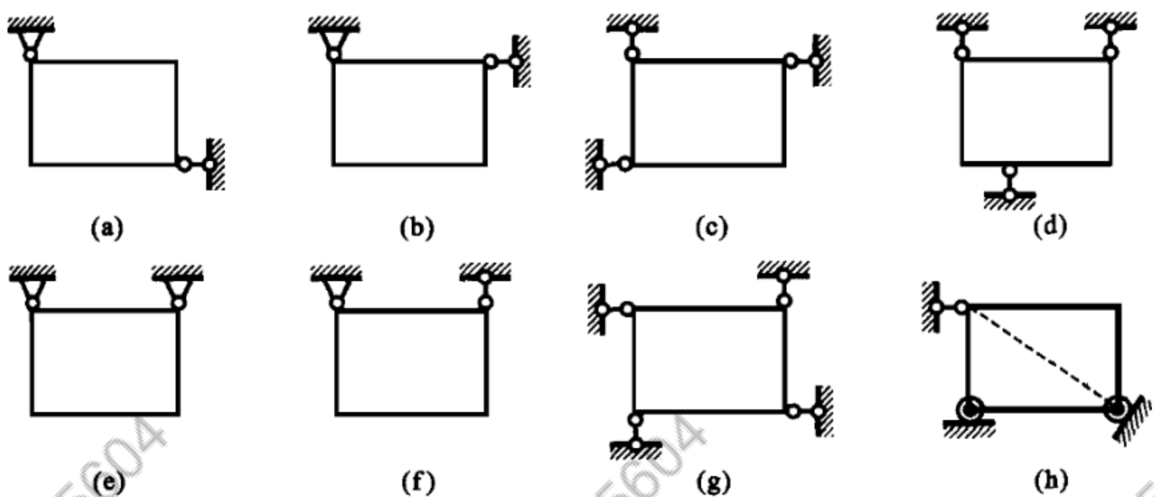
8、长方形平板如右图所示。荷载集度分别为 q_1、q_2、q_3、q_4 的均匀分布荷载（亦称剪流）作用在板上，欲使板保持平衡，则荷载集度间必有如下关系：__$q_3=q_1=q_4=q_2$__。



9、平面一般力系平衡方程的二力矩式为__$\sum F_x=0$、$\sum M_A=0$、$\sum M_B=0$__，其适用条件是__A、B 两点的连线不垂直于 x 轴__

10、平面一般力系平衡方程的三力矩式为__$\sum M_A=0$、$\sum M_B=0$、$\sum M_C=0$__，其适用条件是__A、B、C 三点不共线__。

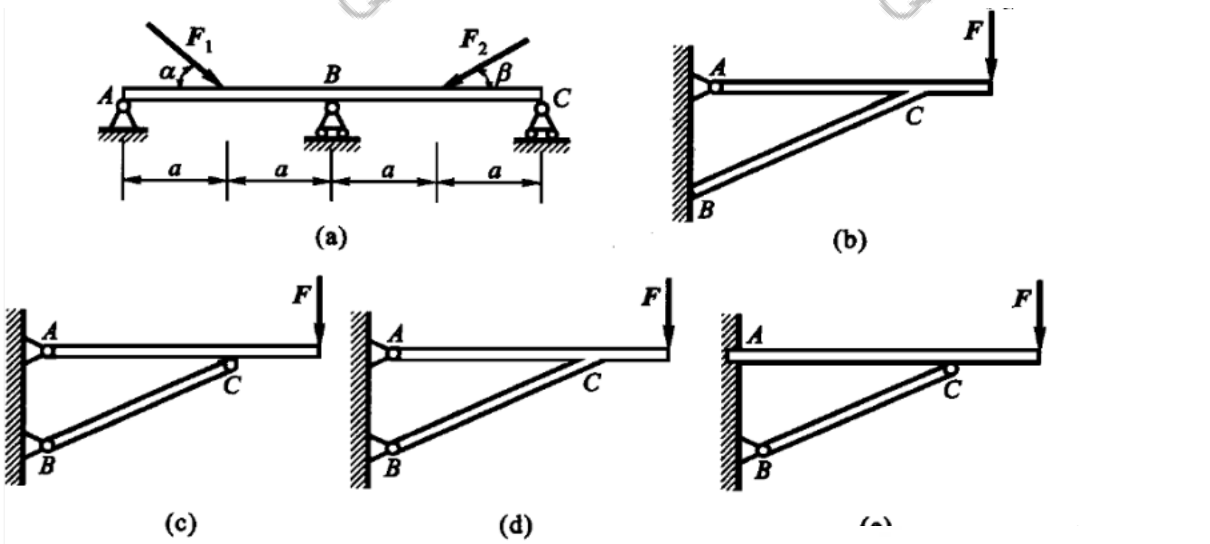
11、正方形平板受任意平面力系作用，其约束情况如下图所示，则其中__a b c f h__



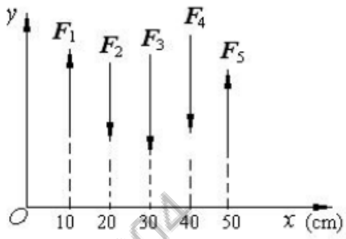
(a)　(b)　(c)　(d)

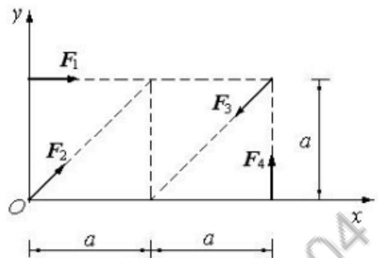
(e)　(f)　(g)　(h)

属于静定问题；<u>　　d e g　　</u> 属于超静定问题。



12、已知平面平行力系的五个力（下左图示）分别为 $F_1 = 10$ N，$F_2 = 4$ N，$F_3 = 8$ N，$F_4 = 8$ N 和 $F_5 = 10$ N，则该力系简化的最后结果为<u>　　大小 0.4 N·m、顺时针转的力偶　</u>。





13、平面力系如右图，已知 $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = F$，则：⑴力系合力的大小为<u>　$F_R = \sqrt{2}F$　</u>；

⑵力系合力作用线距 O 点的距离为<u>　$d = \dfrac{\sqrt{2}-1}{2}a$　　</u>

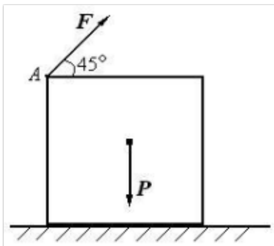
（合力的方向和作用位置应在图中画出）。

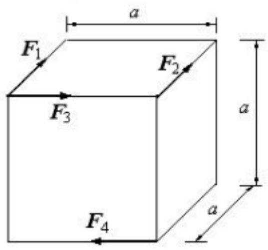
14、二力构件是指<u>　　只受两个力作用且处于平衡状态的轻质刚性构件　　　　</u>，作用在二力体上的两个力的作用线必与<u>　　　二力作用点的连线　　　</u>相重合。

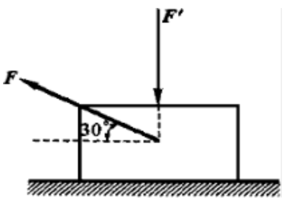
15、在下图所示的平面平衡问题中，属于静定问题的有<u>　　b c　　　</u>，属于超静定问题的有<u>a d e　　</u>。

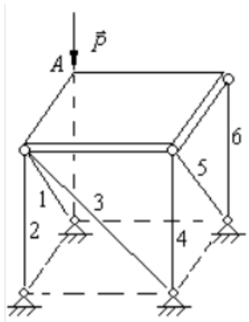
16、置于铅垂面内的均质正方形簿板（下左一图所示）重 $P = 100$kN，与地面间的摩擦系数 $f = 0.5$，欲使簿板静止不动，则作用在点 A 的力 F 的最大值应为<u>　35.4 kN（$\frac{\sqrt{2}}{4}P$）　　　</u>。

17、下左二图所示正立方体边长为 a，四个力 $\boldsymbol{F}_1$、$\boldsymbol{F}_2$、$\boldsymbol{F}_3$、$\boldsymbol{F}_4$ 大小皆等于 F，作用在相应的边上，如图所示。则此力系简化的最终结果是<u>　其力的大小为 2F、力偶矩的大小为</u>









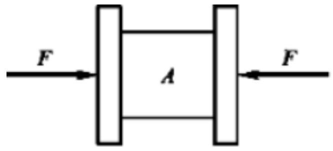
<u>Fa　</u>；并在图中画出。

18、如上右二图所示，已知 $F' = 60$kN，$F = 20$kN，物块与地面间的静摩擦系数μ= 0.5，动摩擦系数μ'= 0.4，则物体所受摩擦力的大小为<u>　　17.32（$10\sqrt{3}$）kN　</u>。

19、上右一图示矩形板（重量不计）用六根直杆固定的地面上（各杆重均不计）；杆端均为光滑球铰链。在 A 点作用铅直力 $\vec{P}$，则其中内力为零的杆是<u>　　1、3、5　　　　</u>。

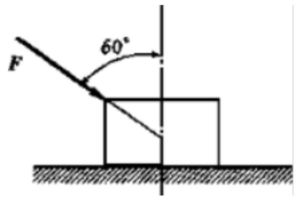
20、将一空间力系向某点进行简化，若得到的主矢和主矩正交，则此力系简化的最后结果为一个合力。

21、摩擦角φ_f是指静摩擦力 $F = F_{max} = f_s F_N$ 时，全约束力与接触面公法线间的夹角，并且 $\tan\varphi_f = f_s$。



22、某空间力系满足条件：$\sum F_y=0$、$\sum F_z=0$、$\sum M_x(\boldsymbol{F})=0$、$\sum M_y(\boldsymbol{F})=0$，则该力系简化的最后结果是平行于 x 轴且与 y 轴相交的一个合力。

23、如右图所示，作用在左右两木板的压力大小均为F时，物体A静止不下落。如压力大小均改为$2F$，则物体受到的摩擦力将是原来的 1 倍。



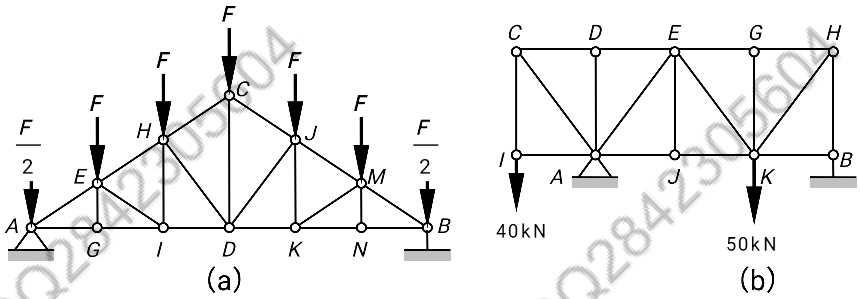
24、右下图所示物块重 5kN，其与水平面间的摩擦角$\varphi_f=35^0$，今用力 $\boldsymbol{F}$ 推动物块。已知 $F = 5$ KN，则此物块将静止不动。

25、铰结点的特征是在结点处各杆件以光滑圆柱铰相连接，其只能传递力而不能传递力偶，当杆件受到外力作用产生变形时，结点处各杆端部间的夹角都会发生变化，它有 2 个约束反力。

26、刚结点的特征是在结点处各杆件为刚性连接，其既能传递力也能传递力偶，当杆件受到外力作用产生变形时，结点处各杆端部的夹角保持不变，即在各杆件的刚接端部都有一个相同的转角，它有 3 个约束反力。

27、右图所示平面桁架中，内力为零的杆件有：a. EG、MN，
b. AI、AD、EJ、GK、BK。

28、设右图所示平面桁架的受力与支撑情况如图示，则其 A、B 两支座约束力为：a. 都为 $3F$，方向铅垂向上；b. $F_A = 70$ kN、$F_B = 20$ kN，方向都铅垂向上



(a) (b)

二、判断题：下列说法中，正确的在题目序号前的括号内画“√”、错误的画“×”

(√) 1、受二力作用而平衡的物体上所受的两个力一定是等值、反向、共线的。

(×) 2、作用于刚体上的力可以在其上任意的平移而不改变该力对刚体的作用效果。

(×) 3、同一力偶对空间不同点之矩是不相同的。

(×) 4、若一个物体仅受三个力作用而平衡，则此三力一定汇交于一点且共面。

(×) 5、力 $\boldsymbol{F}$ 对空间一点 O 之矩应书写为：$\vec{m}_o(F)=\vec{r}\times\vec{F}$。

(×) 6、力偶在空间任一轴上的投影不一定都为零。

(×) 7、若某物体受一平面力系作用而平衡，则可根据此力系的平衡条件列出三个平衡方程，从而可以求解出三个未知量。

(√) 8、在平面力系中，力偶矩的方向规定为：逆时针方向转为正、顺时针方向转为负。

(×) 9、两个人相互推对方而都静止不动，是因为两人对对方的作用力大小相等、方向相反且沿着同一条直线。

(√) 10、一力偶对空间任一点之矩都是相同的。

(×) 11、若等式 $\vec{R}=\vec{F}_1+\vec{F}_2$ 成立，则等式 $R=F_1+F_2$ 一定成立。

(√) 12、力偶在空间任一轴上的投影都为零。

(√) 13、在平面力系中，力对点之矩可用代数量表示，其正负号的规定为：若力使受力物体绕矩心逆时针方向旋转取正、顺时针方向旋转取负。

(√) 14、力偶可以在其作用面内任意的旋转和平移而不改变其对物体的作用效果。

(√) 15、同时作用于同一个物体上的力和力偶不能进行合成。

(√) 16、一个力偶不能和一个力等效。
(×) 17、作用于刚体上的力，若沿其作用线移动到另一刚体上，仍不改变其作用效果。
(×) 18、若同时作用在一个刚体的三个力的作用线汇交于一点，则此刚体一定平衡。
(√) 19、如果一个力与一个力系等效，则这个力称为该力系的合力。
(×) 20、如果某力 F 在空间某坐标轴上的投影为零，则这个力的大小为零。
(×) 21、物体的重心位置就是其几何中心。
(√) 22、根据力系的平衡条件最多可以求出物体静力平衡问题中的六个未知量。

三、单项选择题：将下列各题中正确答案的序号填在题中的括号内

1、二力平衡公理是用于（A ）。
A、刚体　B、刚体系　C、变形体　D、任何物体或物体系

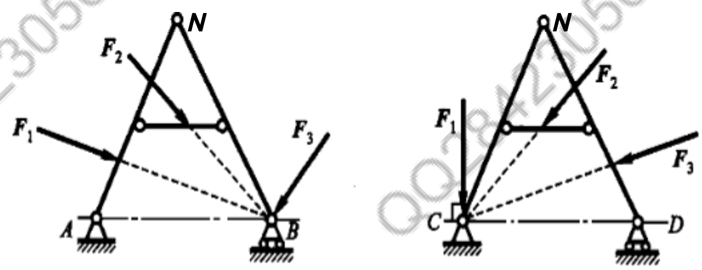
2、若某刚体受力 $\boldsymbol{F}_1$、$\boldsymbol{F}_2$ 的共同作用，且 $\boldsymbol{F}_1$、$\boldsymbol{F}_2$ 的大小相等、方向相反，则该刚体（D ）。
A、处于平衡状态　B、受到一个力偶的作用　C、一定处于不平衡状态
D、处于平衡状态或受到一个力偶的作用　E、所处的状态无法确定

3、对于一个不平衡的平面一般力系而言，（C ）。
A、总可以用一个力去和它平衡　B、总可以用一个力偶去和它平衡
C、总可以用一个力和一个力偶去和它平衡　D、不可能用一个力偶去和它平衡

4、若刚体在某平面内受到三个力偶的作用，则此三个力偶（A ）。
A、总可以用一个力偶去和它平衡　B、总可以用一个力去和它平衡
C、总可以用一个力和一个力偶去和它平衡　D、不可能用一个力偶去和它平衡

5、关于力在某轴上的投影和力在某轴方向上的分力，下列说法正确的是（C ）。
A、两者都是矢量　B、两者都是代数量　C、投影为代数量，分力为矢量
D、分力为代数量，投影为矢量

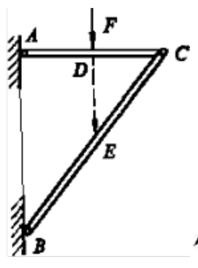
6、下图所示结构受三个已知力作用，分别汇交于点 B 和点 C，则其平衡时有（B ）。
A、$F_{NA}=0$，F_{ND}不一定为零
B、$F_{ND}=0$，F_{NA}不一定为零
C、F_{NA}，F_{ND}均不一定为零　D、$F_{NA}=0$，$F_{ND}=0$

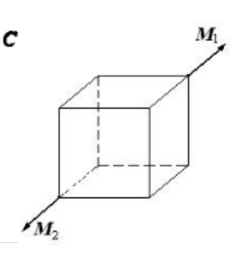


7、一个力在某坐标轴上投影的绝对值和其沿着同一轴方向上分力的大小（C ）。
A、一定相等　B、一定不相等　C、可能相等也可能不相等　D、无法比较

8、某空间力系若：⑴ 各力作用线均通过某一固定点；⑵ 各力作用线分别通过两固定点；⑶ 各力作用线分别平行两固定点的连线，则其独立平衡方程式的最大数目分别为：⑴（A ）；⑵（C ）；⑶（ A ）。
A、3 个　B、4 个　C、5 个　D、6 个　E、2 个

9、在右图所示的支架中，在 D 点处作用一集中力 **P**，各干自重不计。若根据力的可传性原理将作用力沿其作用线移到 E 点，则（B ）。
A、A、B、C 三点处的约束反力保持不变
B、A、B、C 三点处的约束反力都将发生变化
C、A、B 两点处的约束反力保持不变，但 C 点处的约束反力将发生变化
D、A、B 两点处的约束反力发生变化，但 C 点处的约束反力保持不变
E、条件不足，无法判断

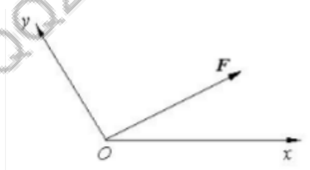




10、某正方体仅受两个力偶作用，该两力偶矩矢等值、反向，即 $\boldsymbol{M}_2=-\boldsymbol{M}_1$，但不共线（如右图示），则正方体（A ）。
A、平衡　B、不平衡　C、因条件不足，难以判断是否平衡

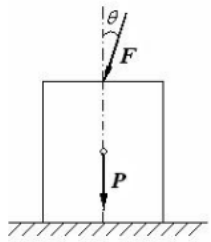
11、空间力偶矩是（ D ），而空间力矩是（C ）。

A、代数量　　B、滑动矢量　　C、定位矢量　　D、自由矢量



12、将右图所示大小为 100 N 的力 $\boldsymbol{F}$ 沿图示的 x、y 方向分解，若 $\boldsymbol{F}$ 在 x 轴上的投影为 86.6 N，而沿 x 方向的分力的大小为 115.47 N，则 $\boldsymbol{F}$ 在 y 轴上的投影为（ A ）。

A、0　　B、50 N　　C、70.7 N　　D、86.6 N　　E、100 N　　F、57.7 N



13、一物块重 P，放在粗糙的水平面上，其摩擦角φ_f = 20°，若力 $\boldsymbol{F}$ 作用于摩擦角之外（如右下图所示），已知θ= 30°，$F = P$，则物体是否能保持静止（注：物块不会翻倒）（ A ）。

A、能　　B、不能　　C、处于临界状态

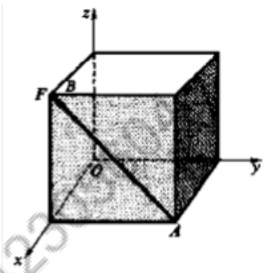
D、P 与 F 的值较小时能保持静止，否则不能

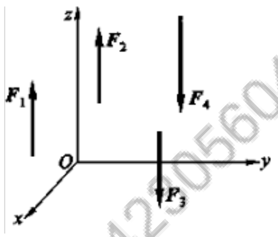
14、下图示沿正立方体的前侧面AB方向作用一力$\boldsymbol{F}$，则该力（ D ）。

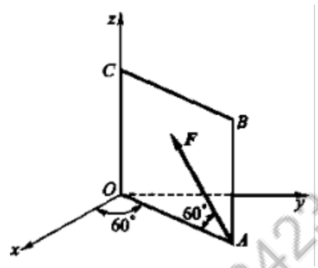
A、对x、y、z轴之矩全相等　　C、对x、y轴之矩相等

B、对x、y、z轴之矩全不等　　D、对y、z轴之矩相等

15、右图示空间平行力系，各力作用线与 z 轴平行。若此力系平衡，则其独立的平衡方程为（ C ）。







A、$\sum F_x=0$，$\sum F_y=0$，$\sum M_x(\boldsymbol{F})=0$　　C、$\sum F_z=0$，$\sum M_x(\boldsymbol{F})=0$，$\sum M_y(\boldsymbol{F})=0$

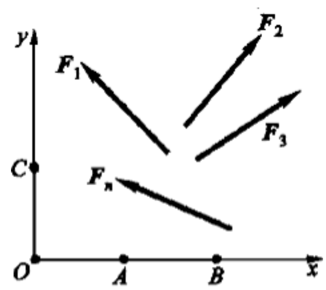
B、$\sum F_y=0$，$\sum F_z=0$，$\sum M_z(\boldsymbol{F})=0$　　D、$\sum F_x=0$，$\sum M_y(\boldsymbol{F})=0$，$\sum M_z(\boldsymbol{F})=0$

16、图示力 $\boldsymbol{F}$ 的作用线在 $OABC$ 平面内，此力对各坐标轴之矩为（ B ）。

A、$M_x(\boldsymbol{F})\neq0$，$M_y(\boldsymbol{F})\neq0$，$M_z(\boldsymbol{F})\neq0$　　B、$M_x(\boldsymbol{F})\neq0$，$M_y(\boldsymbol{F})\neq0$，$M_z(\boldsymbol{F})=0$

C、$M_x(\boldsymbol{F})\neq0$，$M_y(\boldsymbol{F})=0$，$M_z(\boldsymbol{F})=0$　　D、$M_x(\boldsymbol{F})=0$，$M_y(\boldsymbol{F})=0$，$M_z(\boldsymbol{F})=0$

四、多选题（下列各题中至少有一项正确答案，请将正确答案的序号填在题中的括号内；每题 3 分，漏选得 1 分；错选、多选不得分）



1、右图所示的 $\boldsymbol{F}_1$、$\boldsymbol{F}_2$、$\boldsymbol{F}_3$、…、$\boldsymbol{F}_n$ 为一平面力系，若此力系平衡，则下列各组平衡方程中（ BDE ）是彼此独立的平衡方程。

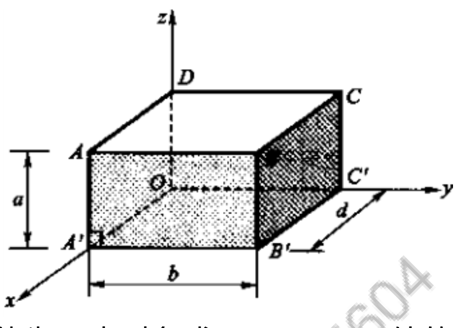
A、$\sum F_y=0$，$\sum M_A(\boldsymbol{F})=0$，$\sum M_B(\boldsymbol{F})=0$

B、$\sum F_x=0$，$\sum F_y=0$，$\sum M_0(\boldsymbol{F})=0$

C、$\sum M_A(\boldsymbol{F})=0$，$\sum M_B(\boldsymbol{F})=0$，$\sum M_0(\boldsymbol{F})=0$

D、$\sum M_A(\boldsymbol{F})=0$，$\sum M_B(\boldsymbol{F})=0$，$\sum F_x=0$

E、$\sum M_A(\boldsymbol{F})=0$，$\sum M_B(\boldsymbol{F})=0$，$\sum M_C(\boldsymbol{F})=0$



2、如右下图所示，下列方程组中（ D ）是空间力系平衡的充分和必要条件。

A、$\sum M_x=0$，$\sum M_y=0$，$\sum M_z=0$，$\sum M_{BB'}=0$，$\sum M_{CC'}=0$，$\sum F_y=0$

B、$\sum M_{AA'}=0$，$\sum M_{BB'}=0$，$\sum M_{CC'}=0$，$\sum M_x=0$，$\sum M_y=0$，$\sum M_z=0$

C、$\sum F_y=0$，$\sum F_z=0$，$\sum M_{AA'}=0$，$\sum M_x=0$，$\sum M_y=0$，$\sum M_z=0$

D、$\sum F_x=0$，$\sum F_y=0$，$\sum F_z=0$，$\sum M_x=0$，$\sum M_y=0$，$\sum M_z=0$

3、右下图所示的多跨静定梁，受力和约束情况如图。若以整体为研究对象求 A、B、D 三处的

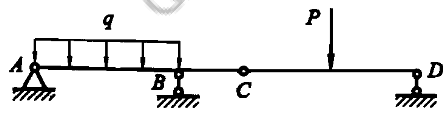
支反力，可采用下列（ BC ）组平衡方程求解。

A、$\sum M_A(\boldsymbol{F})=0$，$\sum M_B(\boldsymbol{F})=0$，$\sum M_D(\boldsymbol{F})=0$

B、$\sum M_A(\boldsymbol{F})=0$，$\sum M_B(\boldsymbol{F})=0$，$\sum F_y=0$

C、$\sum F_x=0$，$\sum F_y=0$，$\sum M_A(\boldsymbol{F})=0$

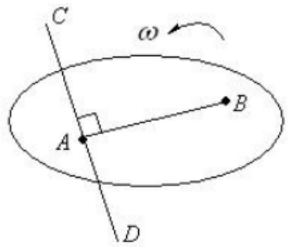
D、$\sum F_x=0$，$\sum M_A(\mathbf{F})=0$，$\sum M_B(\boldsymbol{F})=0$



运动学部分

一、填空题：（每题 2 分）

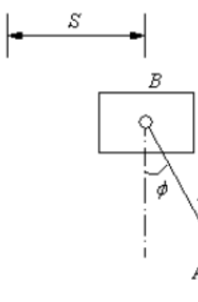
1、刚体作平面运动，某瞬时平面图形的角速度为 ω，A、B 是平面图形上任意两点，设 $AB=l$，今取 CD 垂直 AB（右下图示），则 A、B 两点的绝对速度在 CD 轴上的投影的差值为 $l\omega$。

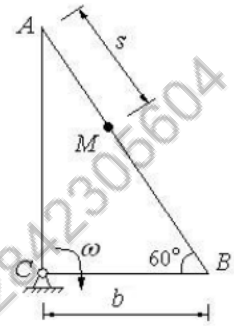


2、$\boldsymbol{a}_\tau$、$\boldsymbol{a}_n$ 分别表示点的切向加速度与法向加速度，试指出在怎样的运动中会出现下述三种情况：(1) $a_\tau=0$， 匀速曲线运动， ；(2) $a_n=0$， 直线运动 ；(3) $a=0$， 匀速直线运动 。

3、刚体平面运动通常可分解为 随基点的平移 和 绕基点的转动 这两种基本形式的运动；其中 平移 部分的运动规律与基点的选则有关， 转动 部分的运动规律与基点的选则无关。

4、如右二图所示，已知物块 B 按 $s=a+b\sin\phi$ 运动、且 $\phi=\omega t$（其中 a、b、ω 均为常量），杆长 L。若取小球 A 为动点，物体 B 为动坐标，则牵连速度 υ_e = $b\omega\cos\omega t$ ，相对速度 υ_r = $L\omega$（方向如右图示） （方向均须在图中表示出来）。



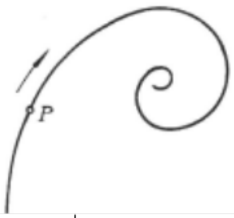


5、直角三角形板 ABC（右一图所示），一边长为 b，以匀角速度 ω 绕轴 C 转动，点 M 以 $s=vt$ 自 A 沿 AB 边向 B 运动，其中 v 为常数。当点 M 通过 AB 边的中点时，点 M 的相对加速度 a_r = 0 ；牵连加速度 a_e = $b\omega^2$ ，科氏加速度 a_C = $2v\omega$ （方向均须在图中表示出来）。

6、刚体的速度瞬心是指 平面运动刚体上瞬时速度等于零的点 。

7、若已知平面运动刚体上一点 A 的速度 $\boldsymbol{v}_A$ 和刚体的角速度 $\boldsymbol{\omega}$，则其上任一点 B 的速度 $\boldsymbol{v}_B$ = $\vec{v}_A+\vec{\omega}\times\vec{r}_{BA}$。

二、判断题： 下列说法中，正确的在题目序号前的括号内画“√”、错误的画“×”



(×) 1、若点的速度的大小是常数，则其加速度一定为零。

(×) 2、右图所示动点 P 沿螺线自外向内运动，若它走过的弧长与时间的一次方成正比，则该动点的速度会越来越快。

(×) 3、上述动点 P 的加速度亦将越来越大。

(√) 4、刚体的在作平动时，其体内任一点的运动都可以代替整个刚体的运动。

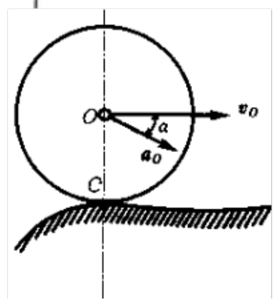
(√) 5、刚体的平动是刚体平面运动的特例情况。

(√) 6、平面运动刚体上任意两点的速度在它们连线上的投影相等。

(√) 7、平面运动刚体在任意瞬时都有一个惟一确定的速度瞬心。

(×) 8、刚体的速度瞬心只可能在刚体上。

(√) 9、如右图所示，半径为 R 的车轮沿曲面滚动。若已知轮心 O 在某一瞬时的速度 $\boldsymbol{v}_o$ 和加速度 $\boldsymbol{a}_o$，则该车轮在此瞬时的角加速度等于 $a_o\cos\alpha/R$。



三、单项选择题：将下列各题中正确答案的序号填在题中的括号内

1、已知动点沿 x 轴作直线运动，某瞬时速度为 $v_x = \dot{x} = 2$ (m/s)，瞬时加速度为 $a_x = \ddot{x} = -2$ (m/s^2)，则一秒种以后该点的速度的大小（D　）。

A、 等于零　　B、等于－2 m/s　　C、等于－4 m/s　　D、 无法确定

2、刚体作定轴转动时，刚体上点的切向加速度为（B　），法向加速度为（C　）。

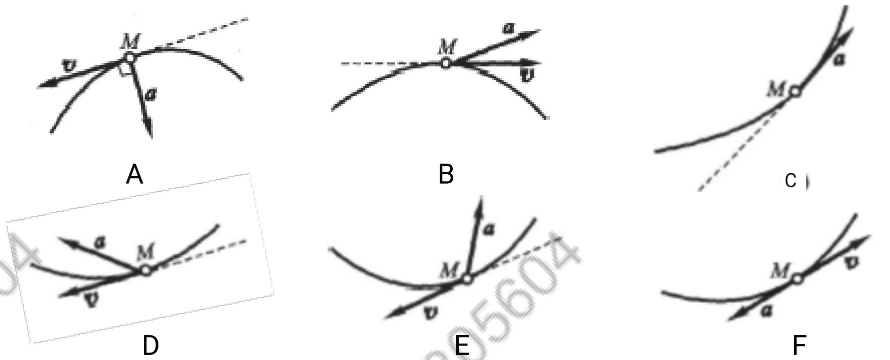
A、$\vec{r} \times \vec{\alpha}$　　B、$\vec{\alpha} \times \vec{r}$　　C、$\vec{\omega} \times \vec{v}$　　D、$\vec{v} \times \vec{\omega}$

3、A、B 是作平面运动平面图形上的两点，已知 A 点速度 $\boldsymbol{v}_A$ 的方向垂直于 AB，则 B 点速度 $\boldsymbol{v}_B$ 的方向（ A ）。

A、垂直于 AB　　B、沿着 AB，指向 A　　C、沿着 AB，背离 B　　D、无法确定　E、等于零

四、多选题（下列各题中至少有一项正确答案，请将正确答案的序号填在题中的括号内；每题 3 分，漏选得 1 分；错选、多选不得分）

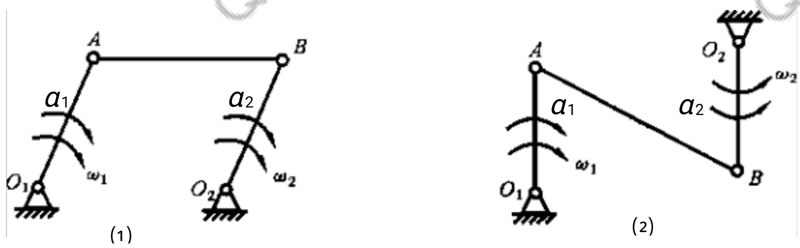
1、如下图所示，动点M作曲线运动，虚线为其运动轨迹的切线，则动点M在图示的六个瞬时运



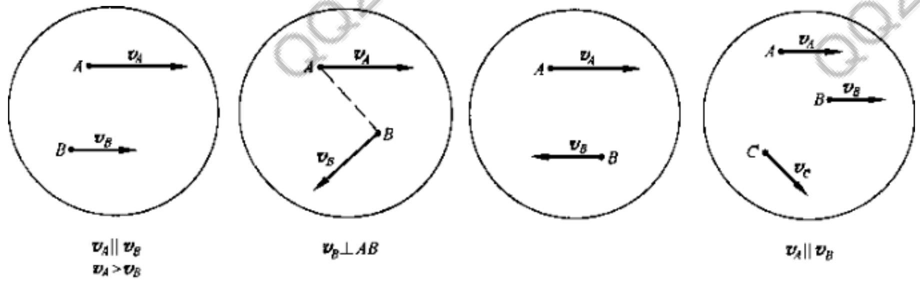
动中（ ACDE　　）可能发生，（　BF　　）不可能发生。

2、已知 $O_1A = O_2B$，则在下图所示瞬时($O_1A \parallel O_2B$) ω_1与ω_2、α_1与α_2的关系分别为：(1)（　AB　），(2)（　AD　）。

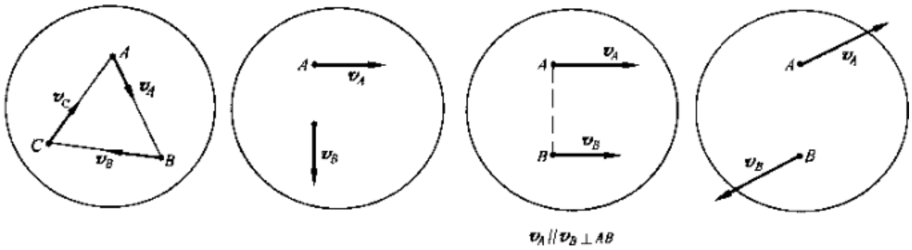
A、$\omega_1 = \omega_2$　　B、$\alpha_1 = \alpha_2$　　C、$\omega_1 \neq \omega_2$　　D、$\alpha_1 \neq \alpha_2$　　E、无法确定



3、根据平面运动刚体上各点速度的分布规律可知：下列平面图形上指定点的速度分布（　G　）是可能的。



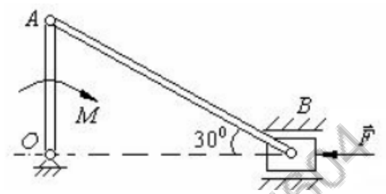
A　B　C　D



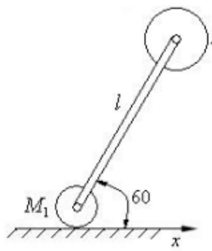
E　F　G　H

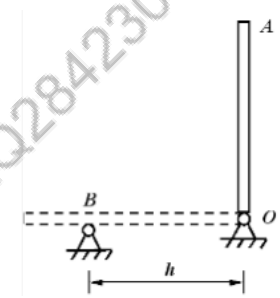
动力学部分

一、填空题：（每题 2 分）



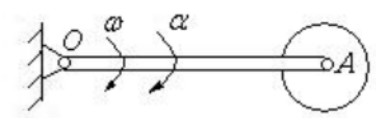
1、图示曲柄连杆相机构，已知曲柄 OA 长 L，重量不计，连杆 AB 长 $2L$，重 P，受矩为 M 的力偶和水平力 F 的作用，在图示位置平衡。若用虚位移原理求解，则必要的虚位移之间的关系为 $L\delta\varphi=\delta x_B$（方向须在图中画出），力 F 的大小为 M/L。



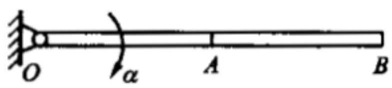


2、如图所示，质量分别为 m、$2m$ 的小球 M_1、M_2，用长为 l 而重量不计的刚杆相连。现将 M_1 置于光滑水平面上，且 M_1M_2 与水平面成 60°角。如无初速释放、则当小球 M_2 落地时，M_1 球移动的水平距离为 向左移动 $\frac{1}{3}l$。

3、如右图所示，均质细杆 OA 长 L，质量为 m，自铅垂位置经微小转动后绕 O 轴倒下，至水平位置时与一尖角 B 相碰。在碰撞前瞬时 O 轴作用于杆 OA 的约束力为 $F_x=\frac{3}{2}mg(\rightarrow)$、$F_y=\frac{1}{4}mg(\uparrow)$。



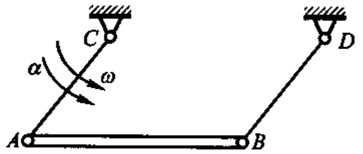
4、如右图所示系统由匀质圆盘与匀质细杆铰连而成。已知：圆盘半径为 r、质量为 M，杆长为 l、质量为 m；在图示位置时，杆的角速度为 ω、角加速度为 α，圆盘的角速度、角加速度均为零。则系统的惯性力系向定轴 O 简化后，其主矩为 大小为 $(M+\frac{m}{3})l^2\alpha$、逆时针转。



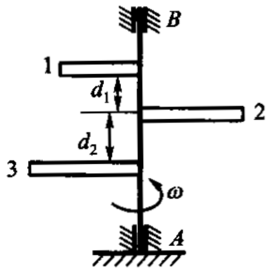
5、右图示定轴转动的 OAB 杆是由两个质量分别为 m_1（OA 杆）和 m_2（AB 杆）的均质细杆焊接而成，且 $OA=AB=l$，在图示瞬时杆的角速度为 $\omega=0$，角加速度为 α，将 OAB 杆的惯性力向 A 点进行简化结果为主矢 $F_{IR}=\frac{1}{2}(m_1+3m_2)l\alpha(\uparrow)$、主矩 $M_{IA}=\frac{1}{6}(5m_2-m_1)l^2\alpha$（逆时针）。

6、在下左图所示的平面机构中，AC // BD、且 $AC=BD=a$，均质杆 AB 的质量为 m、长为 l，

杆 AB 将作<u>　平移　</u>运动，其惯性力系的简化结果是<u>　　一个作用线过其质心的一个合力，大小为 $F_{IR}=ma\sqrt{\alpha^2+\omega^4}$，方向与 $\vec{a}_A$ 的方向相反　　</u>。

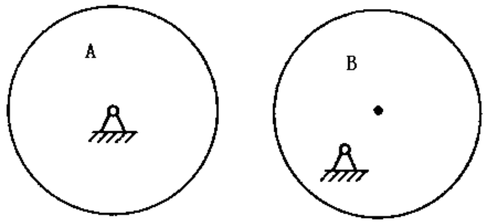


7、三根均质细杆与 AB 轴固连（右图示），已知三根杆件位于同一平面内，且以角速度ω转动，1、2、3 杆的质量与长度分别为 m_1、l_1，m_2、l_2，m_3、l_3，各杆间的距离如图所示，分别为 d_1、d_2。若该转动刚体为动平衡，则各杆质量与长度及杆间的距离应满足条件：<u>　$m_2l_2=m_1l_1+m_3l_3$、$d_2=\frac{m_1l_1}{m_3l_3}d_1$　</u>。



8、轮船前进速度为v_1，质量为m的人在甲板上以相对速度v_2分别沿如下方向运动：⑴与船同向；⑵与船反向；⑶与船方向垂直。则三种情况下人的动量分别为：⑴<u>$m(v_1+v_2)$　</u>；⑵<u>　$m(v_1-v_2)$　</u>；⑶<u>　$m\sqrt{v_1^2+v_2^2}$　</u>。

9、右图所示的两均质圆轮，其质量、半径均完全相同，轮A绕其几何中心旋转，轮B的转轴偏离几何中心。⑴如果两轮以相同的角速度转动，则它们的动能<u>　不相同　</u>；⑵如果在两轮上施加力偶矩相同的力偶，不计重力，则它们的角加速度<u>不相同　</u>（填是否相同）。



10、动能与势能区别在于：动能是指运动物体本身所具有的克服外力做功的能力，而势能是指有势力所具有的对处于势力场中物体做功的能力；在势力场中两者<u>　可以相互转换　　</u>。

11、质点或质点系所受的力在虚位移上所做的功称为<u>　虚功　</u>，理想约束是指<u>约束力不做功或所做功之和等于零的约束或 作用在一力学体系上诸约束力在任意虚位移中所做虚功之和等于零的约束称为理想约束　　</u>。

12、有势力的特点是：<u>其对处于势力场中的物体所做之功只与物体在势力场中的相对位置有关，而与物体的运动轨迹无关；</u>，如果一质点沿一封闭曲线运动一周，作用在该质点上的有势力所做的功为：<u>　0　</u> J。

二、判断题：下列说法中，正确的在题目序号前的括号内画“√”、错误的画“×”

(×　) 1、质点有运动就有惯性力。

(√　) 2、质点系的内力不能改变质点系的动量与动量矩。

(×　) 3、已知质点的运动方程就可以确定作用于质点上的力；已知作用于质点上的力也可以确定质点的运动方程。

(　√) 4、虚位移是假想的、极微小的位移，它与时间、主动力以及运动的初始条件无关。

(　√) 5、不论刚体作何种运动，其惯性力系向一点简化的主矢的大小都等于刚体的质量与其质心加速度的乘积，方向则与质心加速度方向相反。

(×　) 6、质点所受合力的方向就是质点的运动方向。

(×　) 7、若质量相同的两个质点，在相同外力的作用下运动，则这两质点的运动轨迹、速度和加速度完全相同。

(×　) 8、用力推车时，如果对小车施加的推力越来越小，则小车的运行速度必然越来越小。

(×　) 9、在坡地上匀速前进的汽车，其在坡谷和坡顶处对地面的压力相同。

(　√)10、若质点在空中运动时只受重力作用，则无论质点作自由落体运动、或质点被上抛、或质点从楼顶被水平弹出，其惯性力的大小和方向都相同。

(　√)11、当质点作匀速直线运动时，它对该直线外任意一固定点的动量矩保持不变。

(　×)12、在计算质点系的动量矩时，可以设想整个质点系的质量都集中在它的质心位置，从而把整个质点系看作一个质点。

(×)13、由于质点系的动量 $\boldsymbol{P}=\sum m_i\boldsymbol{v}_i=m\boldsymbol{v}_C$（其中 $m=\sum m_i$），则质点系的动量矩可按下式计算：

$$L_O=\sum M_O(m_i v_i)=M_O(mv_C);\quad L_z=\sum M_z(m_i v_i)=M_z(mv_C)$$

(×)14、作平面运动的刚体，若所受外力之主失为零，则刚体只能绕质心的转动。

(×)15、作平面运动的刚体，若所受外力对质心之主矩为零，刚体只能作平移。

(×)16、若作用于质点系的外力系之主矢和主矩都等于零，则该质点系的动能不会变化。

(√)17、若作用于质点系的外力系之主矢和主矩都等于零，则该质点系的质心运动状态保持不变。

(√)18、零势能的位置是可以任意选取的，当所取零势能的位置不同时，则某一位置的势能值也是不同的。

(√)19、当某系统的机械能守恒时，则作用在该系统上的力全部都是有势力。

(√)20、理想约束的约束力所做的功都等于零。

(×)21、动量是一个瞬时的量，相应地，冲量也是一个瞬时的量。

(×)22、质点作匀速直线运动和匀速圆周运动时，其动量不变化。

(√)23、刚体绕定轴匀速转动时，其动量将发生变化；但如果刚体的质心恰好在转动轴上，则其动量不变化。

(×)24、如已知力 $F=a(b-t)$，则该力从零到 t_1 时间内的冲量为：$I=a(b-t_1)t_1$。

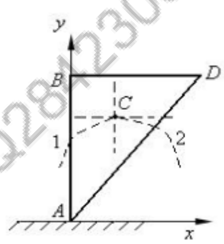
(×)25、若质点系的动量为零，则质点系所受外力的矢量和也一定为零。

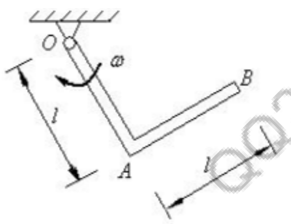
(×)26、若质点系的动量守恒，那么该质点系所受外力系为平衡力系。

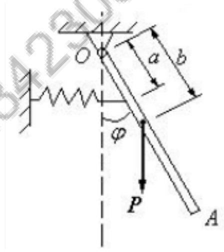
三、单项选择题：将下列各题中正确答案的序号填在题中的括号内

1、若已知了质点的运动方程，（ A ）确定质点所受作用力的大小；若确定了质点在任一瞬时所受的全部作用力的合力，则质点的运动方程（ B ）确定。

A、就可以　　B、不能　　C、因条件不足，无法判断能否







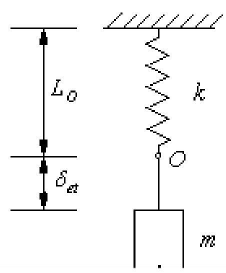
2、图示三棱柱 ABD 的 A 点置于光滑水平面上，初始位置 AB 边铅垂，无初速释放后，质心 C 的轨迹为（B ）。

A、水平直线　　B、铅垂直线

C、曲线 1　　D、曲线 2

3、均质等边直角弯杆 OAB（由右中图所示）的质量共为 2 m，以角速度 ω 绕 O 轴转动，则弯杆对 O 轴的动量矩的大小为（ C ）。

A、$L_O=\dfrac{2}{3}ml^2\omega$　　B、$L_O=\dfrac{4}{3}ml^2\omega$　　C、$L_O=\dfrac{5}{3}ml^2\omega$　　D、$L_O=\dfrac{7}{3}ml^2\omega$



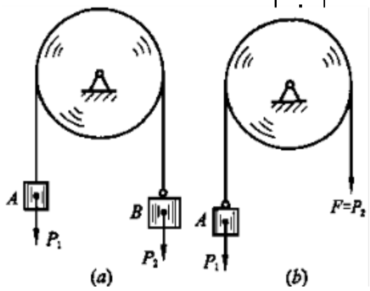
4、右上图所示 OA 杆重为 P，对 O 轴的转动惯量为 J，弹簧的弹性系数为 k，当杆处于铅垂位置时弹簧无变形，则 OA 杆的铅垂位置附近作微振动的运动微分方程为（ A ）。

A、$J\ddot{\varphi}=-ka^2\varphi-Pb\varphi$　　B、$J\ddot{\varphi}=ka^2\varphi+Pb\varphi$

C、$-J\ddot{\varphi}=-ka^2\varphi+Pb\varphi$　　D、$-J\ddot{\varphi}=ka^2\varphi-Pb\varphi$

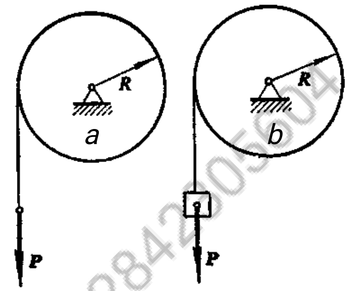
5、已知物体的质量为 m，弹簧的刚度为 k，原长为 L_o，静伸长为 δ_{et}，如以弹簧原长末端为坐标原点、铅直向下为 Ox 轴正向（右图示），则重物的运动微分方程为（ A ）。

A、$m\ddot{x}=mg-kx$　　B、$m\ddot{x}=kx$　　C、$m\ddot{x}=-kx$　　D、$m\ddot{x}=mg+kx$



6、右图所示的(*a*)、(*b*)两种情形，其中 A 物体重量 P_1 相同，若(*a*)图中 B 物体重量 P_2 与(*b*)图中绳子的拉力 F 相等（$P_2>P_1$），则在这两种情形中，A 物体上升的加速度（ B ）。

A、相等　　B、(*a*)情形小于(*b*)情形　　C、(*a*)情形大于(*b*)情形



D、条件不足，无法判断

7、右图所示两轮的质量和大小均相同，a 轮是在力 P 作用下而转动，b 轮是由于挂重为 P 的重物而转动，则两轮的角加速度（C　）。

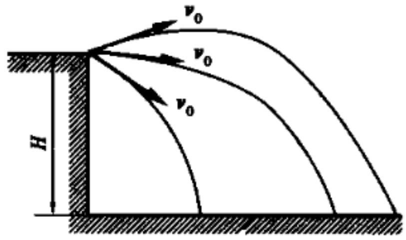
A、相等　　B、a 轮小于 b 轮　　C、a 轮大于 b 轮

D、条件不足，无法判断

8、对于绕定轴转动的刚体，在计算其对转轴的转动贯量时，有下述两种简化方法：⑴将刚体质量集中在质心；⑵将刚体质量集中于一点，此点到转轴的距离等于回转半径。其中（B　）。

A、⑴正确　　B、⑵正确　　C、⑴⑵都正确　　D、⑴⑵都不正确

9、三个质量相同的质点，从同一高度处以大小相等、倾角不同的初速度 v_0 抛出（如右图所示），若不计空气阻力，则当质点落到同一水平面上时，三者速度大小的关系是（A　），重力对三者做功多少的关系是（A　）。



A、都相同　　B、斜向上抛质点的速度大

C、斜向下抛质点的速度大　　D、对斜向上抛质点做的功多一些

E、对斜向下抛质点做的功多一些

10、将质量为 m 的小球以速度 $\boldsymbol{v}_1$ 竖直向上抛出，小球回落到地面时的速度为 $\boldsymbol{v}_2$。已知 $v_1 = v_2$，则此两瞬时小球的动量（ C　）。

A、相等　　B、不相等　　C、等值反向　　D、无法确定

四、多选题（下列各题中至少有一项正确答案，请将正确答案的序号填在题中的括号内；每题 3 分，漏选得 1 分；错选、多选不得分）

1、下列说法中正确的有（ EF　　）。

A、质量相同的两物体，其惯性力也相同　　B、两物体质量相同，加速度大小相等，则惯性力相同

C、作平动的刚体，其惯性力系向任一点简化的结果均为一合力，大小为 $F_{IR} = -Ma_C$

D、达朗贝尔原理就是把动力学问题变为静力学问题　　E、内力不能改变质点系质心的运动

F、若不考虑机械能与其它能量间的转换，则只要有力对物体作功，物体的动能就会增加

G、平面运动刚体的动能可由其质量及其质心的速度完全确定

H、内力不能改变质点系的动能　　I、质点系的动能是质点系内各质点动能的代数和

J、内力不能改变质点系的动量，因而对质点系的运动不起任何作用

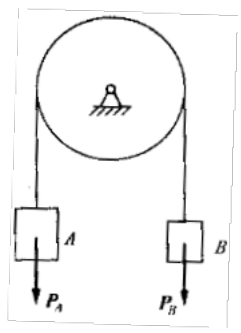
2、下述说法正确的是（　BDE　　）。

A、功是非负的标量　　B、作用于质点上的力系之功等于各分力之功的代数和

C、平面运动刚体的动能，等于刚体随任意基点作平动的动能与其绕过基点且垂直于运动平面之轴转动的动能之和

D、质点作曲线运动时，切向力作功，法向力不作功　　E、动能是非负的标量

3、如图所示均质圆盘，转动贯量为 J_o，可绕定轴自由转动，无摩擦；绕在盘上的绳子两端各挂一重物，其重量分别为 P_A、P_B，且 $P_A > P_B$。如果可以认为绳子不会在圆盘上滑动（即绳与圆盘间有足够的摩擦力），悬挂 A、B 两重物的绳索张力分别为 F_A、F_B。则下述说法正确是（BD　　）。



A、在 $P_A > P_B$ 的条件下，只要适当选择 P_A、P_B 的大小，一定能使 $F_A = F_B$。

B、在 $P_A > P_B$ 的条件下，在圆盘上加一逆时针转向的力偶，必须适当选择 P_A、P_B 的大小及力偶矩的大小，才能使 $F_A = F_B$。

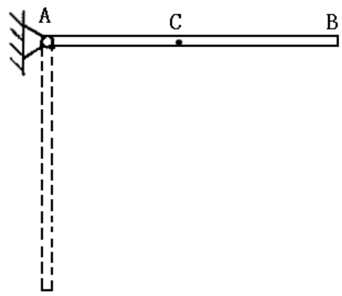
C、在 $P_A > P_B$ 的条件下，在圆盘上加一顺时针转向的力偶，必须适当选择 P_A、P_B 的大小及力偶矩的大小，才能使 $F_A = F_B$。

D、无论 P_A、P_B 为多大，只要 $P_A > P_B$，则在圆盘上加一适当大小的逆时针转向的力偶，一定能使 $F_A = F_B$。

E、无论 P_A、P_B 为多大，只要 $P_A > P_B$，则在圆盘加一适当大小的顺时针转向的力偶，一定能使 $F_A = F_B$。

F、无论怎样选择圆盘上所加力偶的转向及大小以及 P_A、P_B 的大小，只要 $P_A = P_B$，则绝不可能使 $F_A = F_B$。

4、右图所示均质杆 AB，长为 l、质量为 m，A 端以光滑铰链固定，AB 杆可绕 A 点在铅直平面内转动，C 点为质心。当 AB 杆由水平位置无初速度摆到铅直位置时，其动能为 T，则（ AC ）。



A、$T=\frac{1}{2}mv_C^2+\frac{1}{2}J_C\omega^2=\frac{1}{6}ml^2\omega^2$　　B、$T=\frac{1}{2}mv_C^2$

C、$T=\frac{1}{2}J_A\omega^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}ml^2\omega^2=\frac{1}{6}ml^2\omega^2$

D、$T=\frac{1}{2}mv_C^2+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}ml^2\omega^2=\frac{7}{24}ml^2\omega^2$

E、$T=\frac{1}{2}J_C\omega^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{12}ml^2\omega^2=\frac{1}{24}ml^2\omega^2$

5、在上题中，当杆AB由水平位置摆至铅直位置时，下述计算重力作功的式子中正确的是（ BC ）。

A、$W=mgl$　　B、$W=\int_0^{\frac{\pi}{2}} mg\cos\varphi\cdot\frac{l}{2}d\varphi=\frac{1}{2}mgl$

C、$W=mg\cdot\frac{l}{2}=\frac{1}{2}mgl$　　D、$W=mg\cdot\frac{l}{2}\cdot\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{4}mgl$

6、下述系统中机械能守恒是（ C ）。

A、内力不作功的系统　　B、机械能不能转化为其他能量的系统

C、只有有势力作功的系统　　D、其约束为理想约束的系统

7、若不计摩擦，下述说法正确的是（ABD ）。

A、固定铰支座的约束力不作功　　B、光滑铰链连接处的内力作功之和为零。

C、作用在刚体速度瞬心上的力不作功　　D、刚体及不可伸长的柔索，内力作功之和为零。

8、关于弹簧的弹性势能，以下说法正确的是（ BFJ ）。

⑴如果取弹簧原长处为零势能位置，则弹性力场中任一位置的势能：

A、必为正值　　B、必为负值　　C、可为正值也可为负值

⑵若不取弹簧原长处为零势能位置，则弹性力场中任一位置的势能：

D、必为正值　　E、必为负值　　F、可为正值也可为负值

⑶无论是否取弹簧原长处为零势能位置，弹性力场中任一位置的势能都：

G、必为正值　　H、必为负值　　I、可为正值也可为负值　　J、与伸长量平方的减小值成正比

说明：

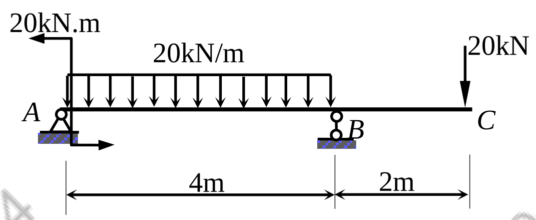
1. 此只是基本概念部分，且除此之外，还应加各章课后思考题；
2. 除此之外，还需要熟练掌握受力图、点的合成运动及刚体平面运动中点的速度与加速度矢量分析图的正确画法；
3. 各类问题的求解方法和具体计算，一定要注意解题规范和严密性。

祝大家都考出好成绩！

再见！

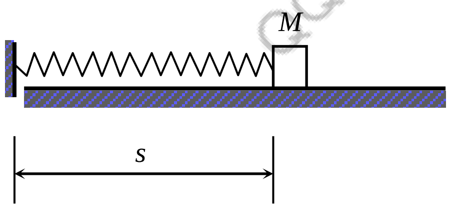
一．简答题（共 40 分，每题 5 分）

1. (5 分) 计算如图所示梁的支座反力。



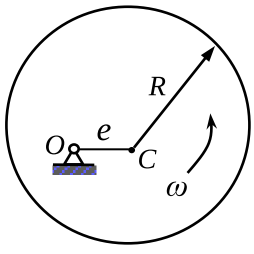
题一、1图

2. (5 分) 如图所示滑块 M 沿水平线运动方程为 $s=a+b\sin\omega t$，a、b、ω 为常数。求速度方程和加速度方程。



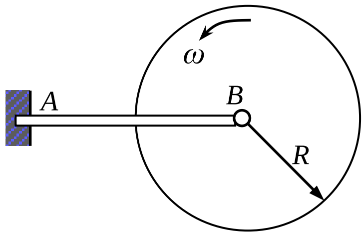
题一、2图

3. (5 分) 图示偏心轮半径为 R，质量为 m，偏心距 $e=\dfrac{R}{2}$，以匀角速度 ω 绕 O 轴转动。求动量矩 L_O。



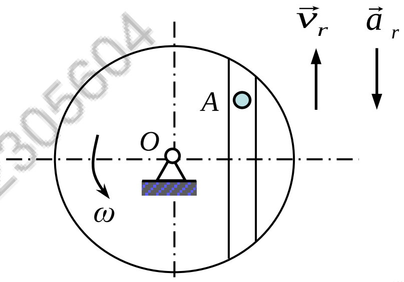
题一、3图

4. (5 分) 图示 AB 杆重量不计，B 端以铰链与均质圆盘连接，圆盘半径为 R，以匀角速度 ω 绕 B 轴转动。试以 B 为简化中心进行惯性力简化，并计算固定端 A 的约束反力。



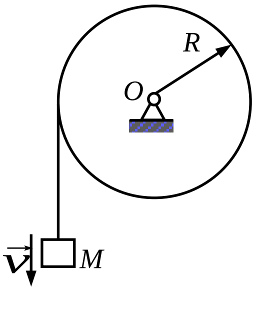
题一、4图

5. (5 分) 圆盘以匀角速度 ω 绕 O 轴转动，圆盘上开一滑槽，动点 A 在槽内运动的速度和加速度分别为 $\vec{v}_r$、$\vec{a}_r$，方向如图所示。试分别画出 A 点的速度、加速度关系图。



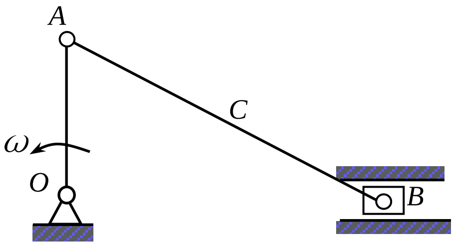
题一、5图

6. (5 分) 图示鼓轮半径为 R，质量为 m，可绕 O 轴转动。绕在鼓轮上的绳一端挂有物块 M，质量为 m_1。M 以匀速 $\vec{v}$ 下降，绳不可伸长且与鼓轮间无滑动。求整个系统的动能。



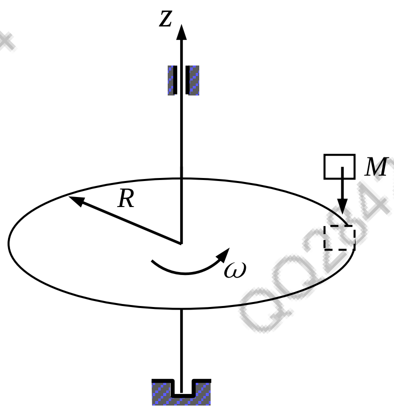
题一、6图

7. (5 分) 图示曲柄 OA 长为 r，以匀角速度 ω 绕 O 轴转动，杆长 $l=2r$ 。当 OA 垂直于 OB 时，求 ω_{AB} 和 AB 杆中点 C 的速度。



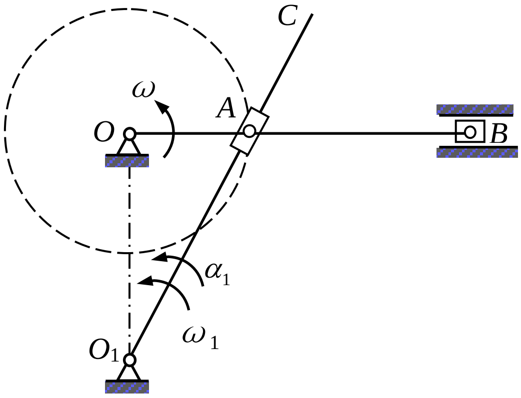
题一、7图

8. (5 分) 图示水平均质圆盘质量为 m_1，半径为 r，以匀角速度 ω 绕 z 轴转动，将一个质量为 m_2 的物块 M 放到圆盘上，物块与圆盘之间无滑动。求圆盘的角速度。



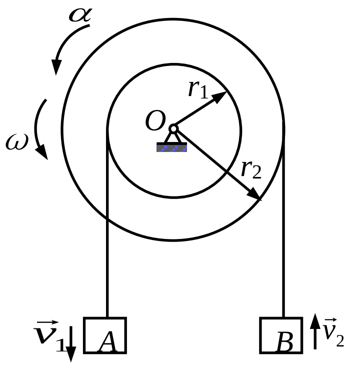
题一、8图

二.（15 分）图示机构，曲柄 OA 以匀角速度 ω 绕 O 轴逆时针转动，已知 $OA=r$、$OO_1=\sqrt{3}r$、$AB=2r$。当 OA 运动到水平位置时，AB 杆也处于水平。求此瞬时（1）滑块 B 的速度；（2）摇杆 O_1C 的角速度和角加速度。



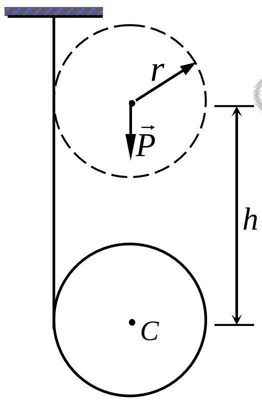
题二图

三．（15 分） 图示重物 A 和 B 质量分别为 m_1 和 m_2，挂在两条不可伸长的绳上。两绳分别绕在半径为 r_1 和 r_2 的鼓轮的两个轮上，已知鼓轮对 O 的转动惯量为 J。系统在重力作用下转动，求鼓轮的角加速度 α。



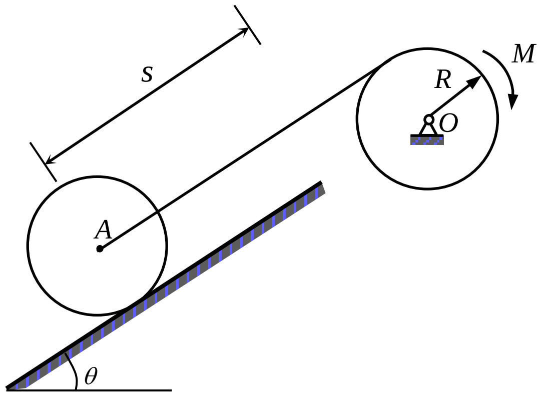
题三图

四．（15 分） 图示均质圆柱重 $\vec{P}$，半径为 r，绕在一端固定的绳上，从静止开始下落。绳不可伸长，求圆柱质心下落的速度和加速度。



题四图

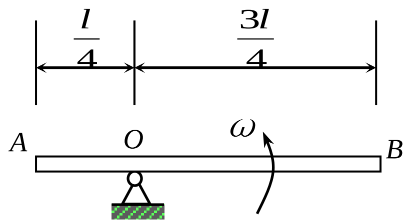
五．（15 分） 图示圆柱 A 和鼓轮 O 为均质物体，质量均为 m，半径均为 r，绳子不可伸长，质量不计。圆柱 A 在粗糙斜面上纯滚（只滚不滑），斜面倾角为 θ，不计滚阻力偶。鼓轮 O 在常力偶 M 作用下绕 O 轴转动，当圆柱 A 沿斜面前进 s 距离时，求鼓轮的角加速度和绳子拉力。



题五图

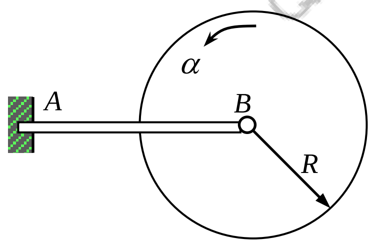
一．简答题（共 40 分，每题 5 分）

1. (5 分) 图示均质杆 AB 长为 l，质量为 m，以匀角速度 ω 绕 O 轴转动。求动量矩 L_O 。



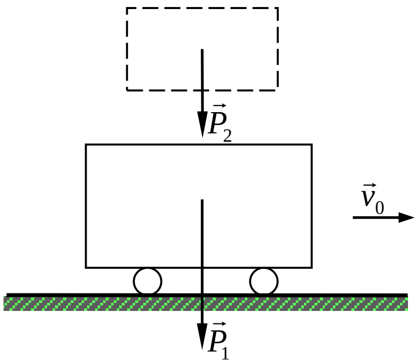
题一、1图

2. (5 分) 图示 AB 杆重量不计，长为 l，B 端以铰链与均质圆盘连接，圆盘半径为 R，质量为 m，以角加速度 α 绕 B 轴转动。试以 B 为简化中心进行惯性力简化，并计算固定端 A 的约束反力。



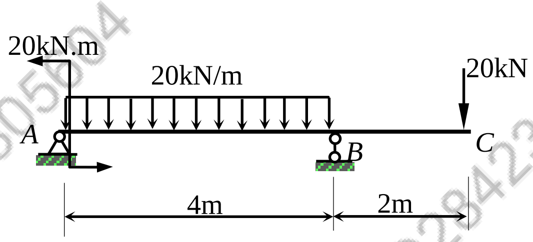
题一、2图

3. (5 分) 图示小车重 $P_1 = 3\text{kN}$，以速度 $v_0 = 1\text{m/s}$ 水平运动。有一重物 $P_2 = 1\text{kN}$，铅锤落入车厢内。求此后小车的速度。



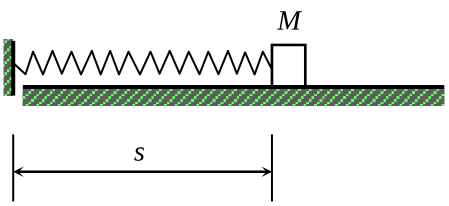
题一、3图

4. (5 分) 计算如图所示梁的支座反力。



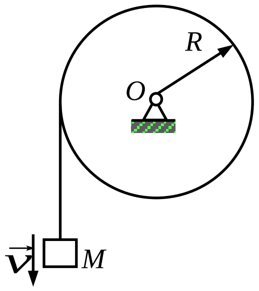
题一、4图

5. (5 分) 如图所示滑块 M 沿水平线运动方程为 $s = a + b\sin\omega t$， a、b、 ω 为常数。求速度方程和加速度方程。



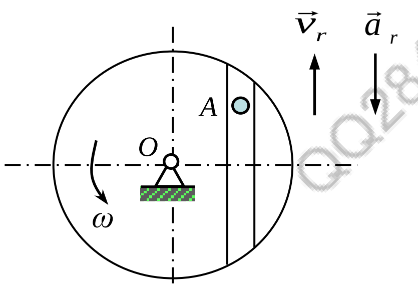
题一、5图

6. (5 分) 图示鼓轮半径为 R，质量为 m，可绕 O 轴转动。绕在鼓轮上的绳一端挂有物块 M，质量为 m_1。M 以匀速 $\vec{v}$ 下降，绳不可伸长且与鼓轮间无滑动。求整个系统的动能。



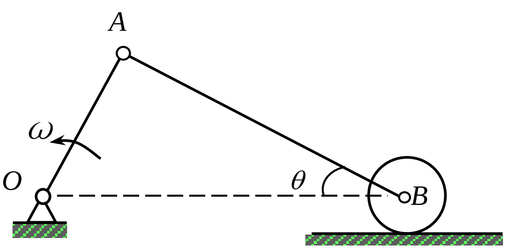
题一、6图

7. (5 分) 圆盘以匀角速度 ω 绕 O 轴转动，圆盘上开一滑槽，动点 A 在槽内运动的速度和加速度分别为 $\vec{v}_r$、$\vec{a}_r$，方向如图所示。试分别画出 A 点的速度、加速度关系图。



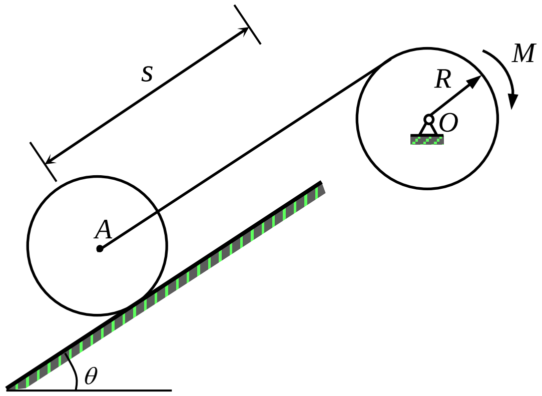
题一、7图

8. (5 分) 图示曲柄 OA 长为 r，以匀角速度 ω 绕 O 轴转动。AB 杆长为 l，B 端与沿水平面纯滚动的圆柱铰接，当 OA 垂直于 AB 时，求 B 点的速度。



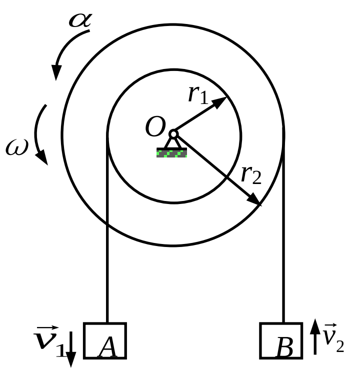
题一、8图

二．（15 分） 图示圆柱 A 和鼓轮 O 为均质物体，质量均为 m，半径均为 R，绳子不可伸长，质量不计。圆柱 A 在粗糙斜面上纯滚（只滚不滑），斜面倾角为 $\theta=30^\circ$，不计滚阻力偶。鼓轮 O 在常力偶 $M=2mgR$ 作用下绕 O 轴转动，当圆柱 A 从静止开始沿斜面前进 s 距离时，求鼓轮的角加速度和绳子拉力。



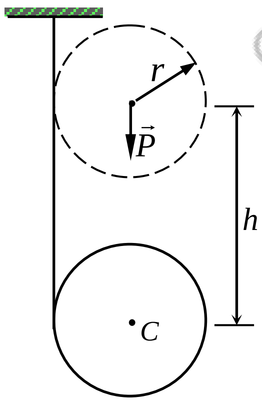
题二图

三.（15 分） 图示重物 A 和 B 质量分别为 m_1 和 m_2，挂在两条不可伸长的绳上。两绳分别绕在半径为 r_1 和 r_2 的鼓轮的两个轮上，已知鼓轮对 O 的转动惯量为 J。系统在重力作用下转动，求鼓轮的角加速度 α。



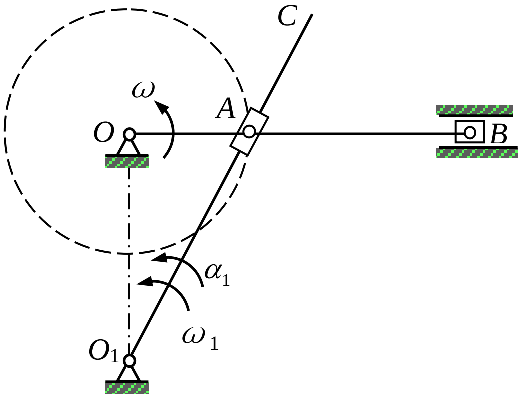
题三图

四.（15 分） 图示均质圆柱重 $\vec{P}$，半径为 r，绕在一端固定的绳上，从静止开始下落。绳不可伸长，求圆柱质心下落的速度。



题四图

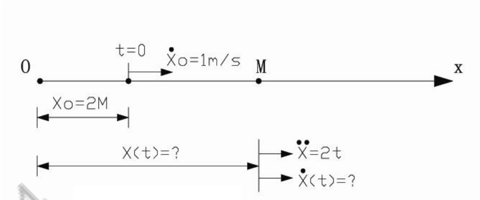
五.（15 分）图示机构，曲柄 OA 以匀角速度 ω 绕 O 轴逆时针转动，已知 $OA=r$，$OO_1=\sqrt{3}r$， $AB=2r$。当 OA 运动到水平位置时，AB 杆也处于水平。求此瞬时（1）滑块 B 的速度；（2）摇杆 O_1C 的角速度和角加速度。



题五图

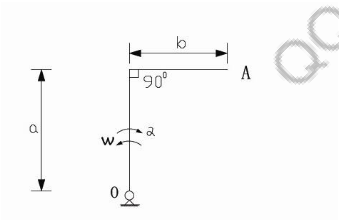
一、概念题（共 30 分,每题 5 分）

1. (5 分) M 点做直线运动，加速度方程为 $\ddot{x}=2t(t以s计，x以m计)$， t=0 时， $x_0=2\text{m}$, $\dot{x}_0=1m/s$，求速度方程 $\dot{x}(t)=?$ 运动方程 $x(t)=?$



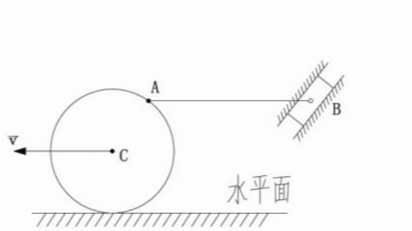
题一、1 图

2. (5 分) 图示折杆，图示瞬时角速度 ω，角加速度 α 已知，转向如图，试求 A 点的速度 $\vec{V}_A$ 和加速度 $\vec{a}_A$ (方向标在图上)。a, b 已知。



题一、2 图

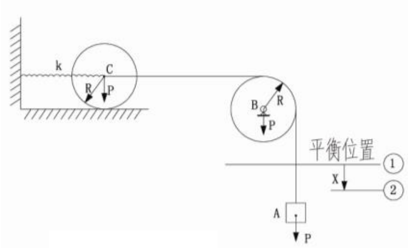
3. (5 分)图示系统，半径为 R 的圆盘沿水平面做纯滚动，圆心 C 速度为 $\vec{V}$，试在图上画出 A、B 两点速度的方向及 AB 杆速度瞬心 I_{AB} 的位置。



题一、3 图

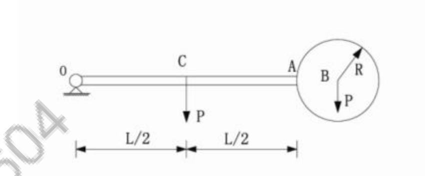
4. (5 分)图示系统，物块 A 重 P；均[illegible]、C 重均为 P，半径为 R；圆盘 C

可沿水平面作纯滚动，滚阻不计。轮心 C 与弹簧常数为 k 的水平弹簧相连。试求 A 块由平衡位置下降 x 时，系统各力所作总功 $W_{12}=?$（写上答案便可）。



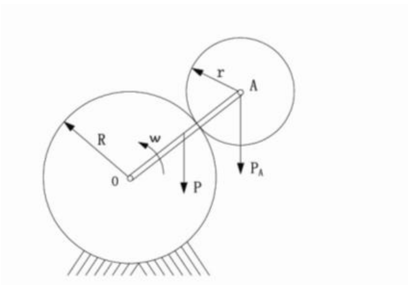
题一、4 图

5.　（5 分）图示均质杆 OA 长为 l，重为 P，与 OA 杆固结的均质圆盘半径为 R，重也为 P，求系统对 O 轴（垂直纸面）的转动惯量 $J_0=?$



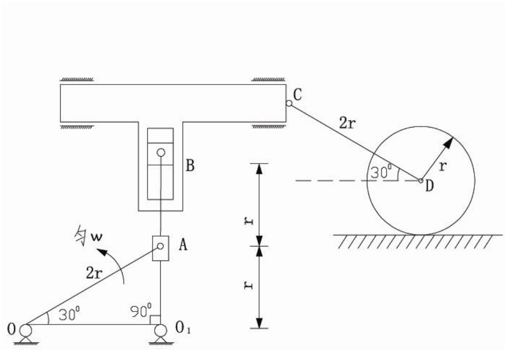
题一、5 图

6.　（5 分）半径为 r 的均质圆盘 A 重 P_A，由重为 P 的均质杆 OA 带动，沿半径为 R 的固定轮上做纯滚动，$OA=R+r$，图示位置 OA 杆角速度为 ω，求系统的动能 T。



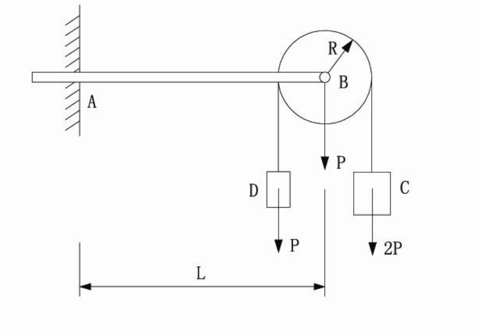
题一、6 图

二、（20 分）图示平面机构，$OA = O_1B = CD = 2r$，曲柄 OA 以匀角速度 ω 绕 O 转动，半径为 r 的 D 轮沿水平面做纯滚动，图示位置 $O_1A = AB = r$，求此瞬时 D 轮的角速度 ω_D 和角加速度 α_D 分别为多少，转向画在图上。



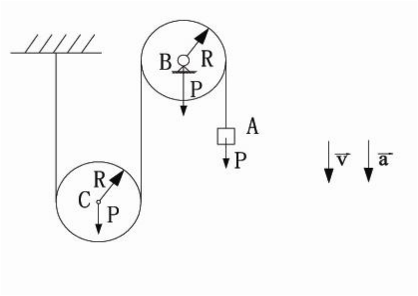
题二图

三、（20 分）如图所示，系统由静止开始运动，B 为均质圆盘，重 P，半径 R；C 块重 2P；D 块重 P。悬臂梁 AB 长l，重不计，求运动时，A 的反力。（方法任选）。



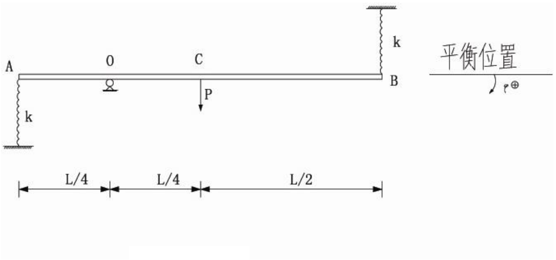
题三图

四、（15 分）图示系统，A 块重 P，图示瞬时，速度$\vec{V}$，加速度$\vec{a}$已知，方向如图，B、C 都是圆盘，重 P，半径 R，试求：



1. 系统动量$\vec{P}$（大小、方向）；
2. 系统对 B 轴（垂直纸面）的动量矩 L_B（大小、转向）；
3. 系统动能 T；
4. 分别对 A 块、B、C 圆盘进行惯性力系简化，其简化中心分别选在 A、B、C，将简化结果标在图上。

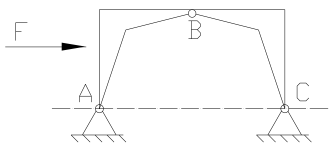
五、（15 分）图示质量弹簧系统，已知 P，l，k（弹簧常数），水平位置为系统平衡位置，初始受扰动，AB 做微幅振动，φ 坐标如图示，求微幅振动微分方程（方法任选）。



题五图

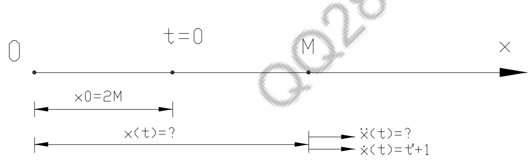
一、概念题（共 30 分,每题 5 分）

1. （5 分)画出物体 AB、BC（不包含销钉和支座）的受力图与系统整体 ABC 受力图。各物体的自重不计，所有接触处均光滑接触。



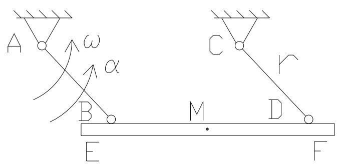
题一、1 图

2. （5 分）M 点做直线运动，速度方程为 $\dot{x}=t^2+1$（t以s计，x以m计），t=0 时，$x_0=2$m, 求加速度方程 $\ddot{x}(t)=$？运动方程 $x(t)=$？



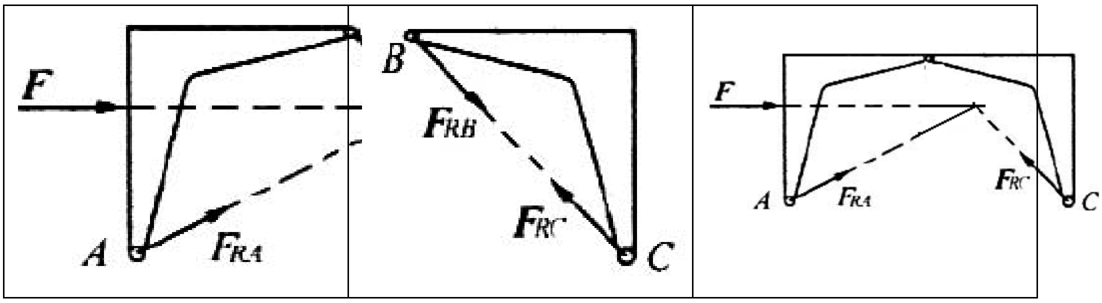
题一、2 图

3. (5 分) 如图所示，AB = CD = r，瞬时角速度 ω，角加速度 α 已知，转向如图，试求杆 EF 中点 M 的速度 V_M 和加速度 a_M (方向标在图上)。



题一、3 图

（1）答案：



（2）答案：

A.　加速度方程

$$\ddot{x}(t)=2t$$

B.　运动方程

$$x(t)=\frac{1}{3}t^3+t+2$$

（3）答案：

A.　速度大小

$$V_M=\omega r$$

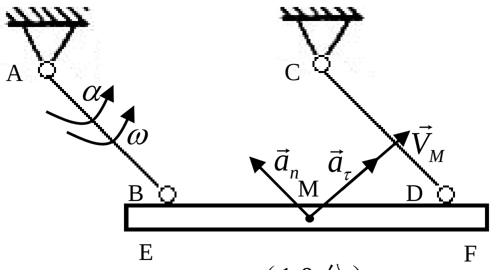
B.　加速度大小

向心加速度大小：$a_n=\omega^2 r$

切向加速度大小：$a_\tau=\alpha r$

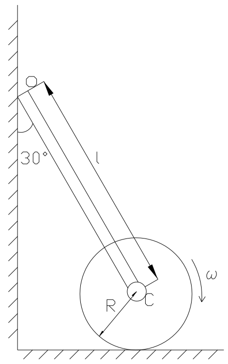
全加速度大小：$a_M=\sqrt{a_n^2+a_\tau^2}=r\sqrt{\omega^4+\alpha^2}$

C.　方向



（1.0 分）

4. (5 分)图示系统，均质杆 OC 与均质圆盘质心在 C 点铰接。杆长 l，质量为 m；圆盘半径为 R，质量为 m，沿水平面以角速度 ω 作纯滚动。求图示位置杆的动量大小 P=?



题一、4 图

答案：1）$v_C = \omega R$ (1 分)

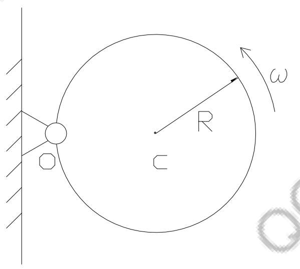
2）找到杆瞬心 A，得到其质心速度

$$v_{C'} = v_C \frac{AC'}{AC} = \frac{v_C}{\sqrt{3}}$$

3）杆动量大小

$$P = mv_{C'} = \frac{\sqrt{3}}{3} m\omega R$$

5. （5 分）图示均质圆盘半径为 R，质量为 m，绕定轴 O 以角速度 ω 逆时针转动。求圆盘对 O 轴的动量矩大小 $L_0 = ?$



题一、5 图

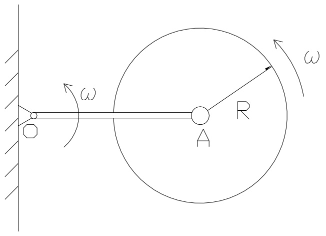
答案：1）圆盘对定轴 O 的转动惯量

$$J_O = \frac{1}{2}mR^2 + mR^2 = \frac{3}{2}mR^2$$

2）圆盘对轴 O 的动量矩大小

$$L_O = J_O\omega = \frac{3}{2}m\omega R^2$$

6. （5 分）图示均质杆 OA 长 l，质量为 m，绕定轴 O 以角速度 ω 逆时针转动；半径为 R 的均质圆盘质量为 m，其质心与杆端点 A 铰接，且相对杆 OA 以角速度 ω 逆时针转动，求杆与圆盘所组成系统的动能 T。



题一、6 图

答案：1）杆的动能

$$T_1 = \frac{1}{2}J_O\omega^2 = \frac{1}{6}m\omega^2 l^2$$

2）圆盘的动能

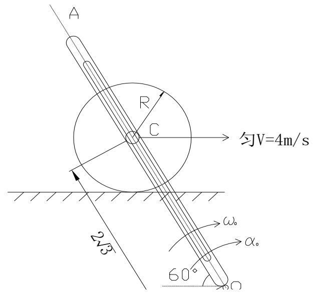
$$T_2 = \frac{1}{2}mv_A{}^2 + \frac{1}{2}J_A(\omega+\omega)^2$$

$$= \frac{1}{2}m\omega^2 l^2 + mR^2\omega^2$$

3）系统动能

$$T = \frac{1}{3}m\omega^2(2l^2 + 3R^2)$$

二、（20 分） 如图所示，轮 C 在水平面上作纯滚动，销钉 C 固结在圆轮的中心 C 上，此销钉在摇杆内滑动，并带动摇杆绕 O 轴转动，轮 C 以速度 $V = 4\ m/s$ 匀速滚动。$OC = 2\sqrt{3}\ \mathrm{m}, \theta = 60^0, R = 1\mathrm{m}$，求在图示位置摇杆 OA 的角速度 ω_0 与角加速度 α_0 各为多少？

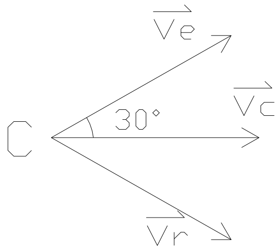


题二图

解：求 ω_0 （10 分）

动点：轮 C 上的轮心 C

动系：摇杆 OA

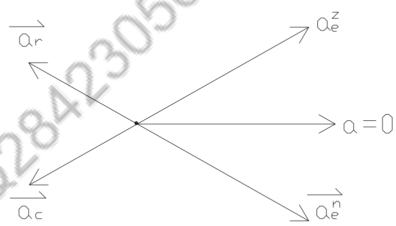


$$\vec{V}_c = \vec{V}_e + \vec{V}_r$$

$$V_c = 4m/s, V_e = 2\sqrt{3}m/s, V_r = 2m/s$$

$$\omega_0 = \frac{V_e}{OC} = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 1\ 1/\mathrm{s}\ (\circlearrowleft)$$

求 α_0：



$$\vec{a}_c = \vec{a}_e^{\tau} + \vec{a}_e^{n} + \vec{a}_r + \vec{a}_c$$

$$a_c = 0;$$

$$a_e^{\tau} = ?;$$

$$a_e^{n} = 2\sqrt{3}\omega_0^2 = 2\sqrt{3}m/s^2;$$

$$a_r = ?;$$

$$a_c = 2\omega_e V_r = 2\omega_0 V_r = 4m/s^2$$

投影到 ⊗ 轴上，

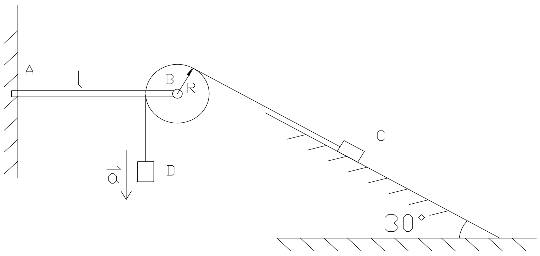
$$0 = a_e^{\tau} + 0 + 0 - a_c$$

$$\therefore\ \mathrm{a}_e^{\tau} = a_c = 4m/s\ \text{(与设同向)}$$

$$\alpha_0 = \frac{a_e^{\tau}}{2\sqrt{3}} = \frac{4}{2\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1.155\ 1/\mathrm{s}^2$$

三、（20 分）如图所示，杆 AB 长L，重量不计，A 端固定， B 端与均质圆盘 B 在圆盘质心 B 处铰接，圆盘 B 质量为$2m$，半径R。物块 C 和 D 质量均为m，由轻绳相连，轻绳绕在 B 轮上并且与 B 轮无滑移，物块 C 置于倾角为 30° 的光滑斜面上。系统由静止开始运动。求：

1. 物块 C 的加速度。
2. 作用在物块 C 上的绳的拉力。
3. B 端的约束反力。
4. A 端的约束反力。



题三图

1. 求物块 C 的加速度

解：（1）动能定理

$$T_1 = 0$$

$$T_2 = T_D + T_B + T_C$$

$$= \frac{1}{2} m\dot{X}^2 + \frac{1}{2} J_0 (\frac{\dot{X}}{R})^2 + \frac{1}{2} m\dot{X}^2 = \frac{3}{2} m\dot{X}^2 \quad (J_0 = \frac{1}{2} 2mR^2)$$

$$W_{12} = mgX - mgX\sin 30^0 = \frac{1}{2} mgX$$

$$T_2 - T_1 = W_{12}$$

$$\frac{3}{2} m\dot{X}^2 = \frac{1}{2} mgX$$

两边求导得：

$$a = \frac{g}{6}$$

以C块为研究对象：

$$T_{FC} - mg\sin 30^0 = ma \quad \Rightarrow T_{FC} = m(g/2 + a) = \frac{2}{3} mg$$

以D块为研究对象：

$$mg - T_{FD} = ma \quad \Rightarrow T_{FD} = m(g - a) = \frac{5}{6} mg$$

以B轮为研究对象：

$$\sum F_X = 0，F_{BX} + T'_{FC}\cos 30^0 = 0 \Rightarrow F_{BX} = \frac{\sqrt{3}}{3} mg$$

$$\sum F_Y = 0，F_{BY} - 2mg - T'_{FC} - T'_{FD} = 0$$

$$F_{BY} = \frac{19}{6} mg \quad (T'_{FC} = T_{FC}，T'_{FD} = T_{FD})$$

以杆AB为研究对象:

$\sum F_X = 0$，$F_{AX} - F_{BX}^{'} = 0 \Rightarrow F_{AX} = \frac{\sqrt{3}}{3}mg$

$\sum F_Y = 0$，$F_{AY} - F_{BY}^{'} = 0 \Rightarrow F_{AY} = \frac{19}{6}mg$ （$F_{BX}^{'} = F_{BX}$，$F_{BY}^{'} = F_{BY}$）

$\sum M_A = 0$，$M_A = F_{BY}^{'} \cdot l = \frac{19}{6}mgl$ （与设相同）

解：（2） 动量矩定理

$$L_B = m\dot{X}R + m\dot{X}R + J_0\omega = 3m\dot{X}R \quad (J_0 = \frac{1}{2}2mR^2)$$

$$\sum M_B(F) = mgR - mg\sin\theta R = \frac{1}{2}mgR$$

$$\frac{dL_B}{dt} = \sum M_B(F)$$

$$\frac{d(3m\dot{X}R)}{dt} = \frac{1}{2}mgR$$

$$a = \ddot{X} = \frac{g}{6}$$

解：（3） 动静法

$$F_{IC} = ma$$

$$F_{ID} = ma$$

$$M_{IB} = J_0\alpha = mRa$$

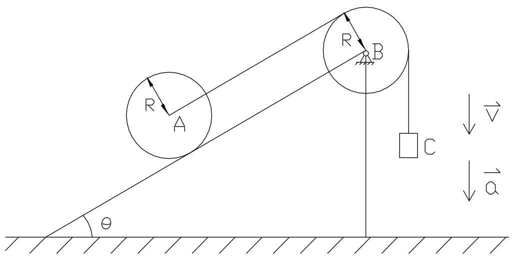
对B点取矩: $\sum M_B(F) = 0$ (逆时针为正)

$$mgR - F_{ID}R - F_{IC}R - mg\sin 30^0 R - M_{IB} = 0$$

$$mgR - maR - maR - mgR - \frac{1}{2}mRa = 0$$

$$a = \frac{g}{6}$$

四、(15 分）图示系统，A 轮质量为m，沿倾斜角为θ的斜面作纯滚动。B 轮质量为m_1，与 A 轮半径相同均为 R，C 块质量为m_2。图示瞬时，C 块速度V，加速度a已知，方向如图。设绳子不可伸长，且重量略而不计。试求：



1. A 轮、B 轮、C 块的动量；
2. 系统对 B 轴（垂直纸面）的动量矩L_B；
3. 系统动能 T；
4. 分别对 A 轮、B 轮、C 块进行惯性力系简化，其简化中心分别选在 A、B、C，将简化结果标在图上（大小、方向）。

解：

1. 动量：A 轮动量mv； B 轮动量为零；C 块的动量m_2v （3 分）

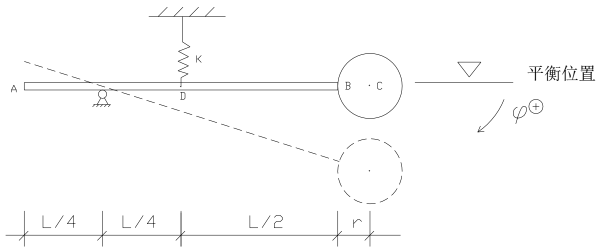
2. 动量矩 $L_B = mvR + \left(\frac{1}{2}mR^2\right)\left(\frac{v}{R}\right) + \left(\frac{1}{2}m_1R^2\right)\left(\frac{v}{R}\right) + m_2vR$ （4 分）

3. 系统动能 $T = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2\right)\left(\frac{v}{R}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}m_1R^2\right)\left(\frac{v}{R}\right)^2 + \frac{1}{2}m_2v^2$ （4 分）

4. A 轮 $F_{IA} = ma$ (斜向下)；$M_{IA} = \frac{mR}{2}a$ （逆时针）；B 轮 $M_{IB} = \frac{m_1R}{2}a$ （逆时针）；

   C 块 $F_{IC} = m_2a$ (向上)

五、（15 分）图示弹簧质量系统，已知杆 AB 质量为m_1，长为l，圆盘 C 质量m_2，半径为r，k为弹簧常数，水平位置为系统平衡位置，初始系统受扰动，杆 AB 做微幅振动，φ坐标如图示，求弹簧质量系统的微幅振动微分方程（方法任选）。



题五图

解：(1) 机械能守恒：
取杆 AB 和圆盘 C 为研究对象，

$$T_1 = C, V_1 = 0$$

$$T_2 = \frac{1}{2}J_1\omega^2 + \frac{1}{2}J_2\omega^2;\ \omega = \dot{\varphi}$$

$$J_1 = \frac{1}{12}m_1 l^2 + m_1(\frac{l}{4})^2 = m_1 l^2(\frac{1}{12}+\frac{1}{16}) = \frac{7m_1 l^2}{48}$$

$$J_2 = J_c + m_2.(r+\frac{3}{4}l)^2 = \frac{1}{2}m_2 r^2 + m_2(r^2 + \frac{9}{16}l^2 + 2r\frac{3}{4}l)$$
$$= \frac{1}{2}m_2 r^2 + m_2(r^2 + \frac{9}{16}l^2 + \frac{3}{2}rl) = m_2(\frac{3}{2}r^2 + \frac{9}{16}l^2 + \frac{3}{2}rl)$$

$$V_2 = \frac{k}{2} = \frac{k}{2}(\frac{l}{4}\varphi)^2 = \frac{kl^2\varphi^2}{32}$$

$$(\frac{1}{2}J_1 + \frac{1}{2}J_2)\dot{\varphi}^2 + \frac{kl^2}{32}\varphi^2 = 0$$
$$\frac{1}{2}(J_1 + J_2)\dot{\varphi}^2 + \frac{kl^2}{32}\varphi^2 = 0$$
$$\ddot{\varphi}(J_1 + J_2) + \varphi\frac{kl^2}{16} = 0$$
$$\ddot{\varphi} + \frac{kl^2}{16(J_1+J_2)}\varphi = 0$$

(2) 动量矩定理

$$L_0 = J_0\omega = (J_1 + J_2)\omega$$

$$\sum M_0(F) = -k\delta\frac{L}{4} = -k\frac{L}{4}\varphi\frac{L}{4}$$

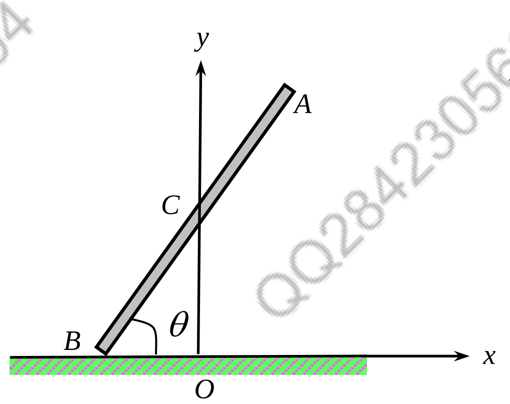
$$\frac{dL_0}{dt} = \sum M_0(F)$$

$$(J_1 + J_2)\ddot{\varphi} + \frac{kL^2}{16}\varphi = 0$$

$$\ddot{\varphi} + \frac{kL^2}{16(J_1 + J_2)}\varphi = 0$$

一、简答题 (共 15 分， 每题 5 分)

1.（5 分）图示均质杆质量为 m，长度为 l，初始静止直立于光滑水平面上。当杆受微小干扰倒下时，求杆端 A 点的运动方程。

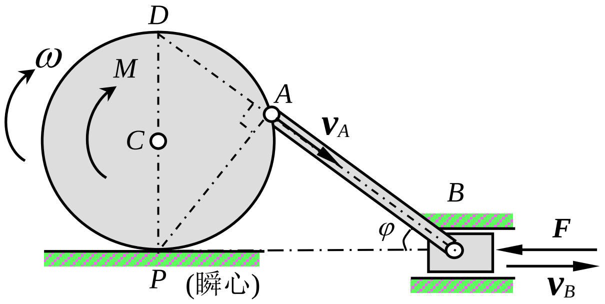


质心运动守恒

$$x_A = \frac{l}{2}\cos\theta$$

$$y_A = l\sin\theta$$

2.（5 分）半径为 R 的滚子放在粗糙水平面上，连杆 AB 的两端分别与轮缘上的点 A 和滑块 B 铰接。现在滚子上施加矩为 M 的力偶，在滑块上施加力 $\boldsymbol{F}$，使系统在图示位置处于平衡。设力 $\boldsymbol{F}$ 为已知，忽略滚动摩阻和各构件的重量，不计滑块和各铰链处的摩擦。利用虚位移原理求力偶矩 M 的大小。



假设轮子只滚不滑（纯滚动）

$$\sum \delta W_F = 0$$

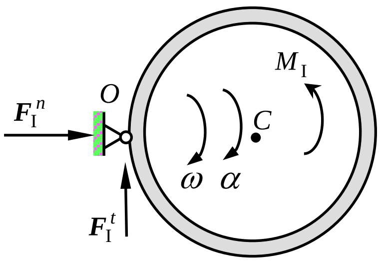
$$M\omega - Fv_B = 0$$

$$v_A = \omega \cdot PA = \omega \cdot 2R\cos\varphi$$

$$v_B \cos\varphi = v_A$$

$$M = 2FR$$

3.（5 分）图示均质圆环质量为 m，半径为 R，绕轴 O 转动，已知角速度和角加速度分别为 ω 和 α ，试将惯性力向 O 点简化。（求出大小，并画在图上）

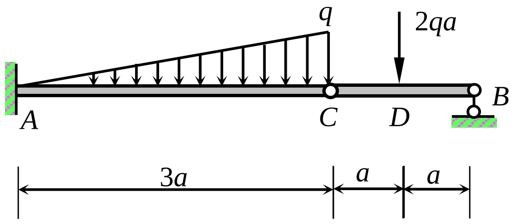


$$F_I^t = ma_C^t = m\alpha R$$

$$F_I^n = ma_C^n = m\omega^2 R$$

$$M_I = J_O\alpha = 2m\alpha R^2$$

二.（15 分）求图示组合梁的约束反力。



（1）以 CB 段为对象

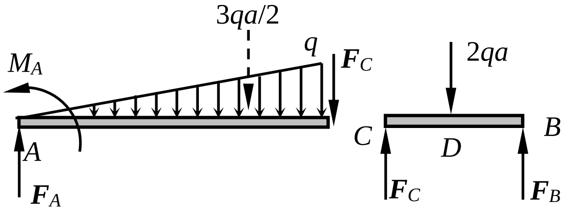
$$\sum F_y = 0\text{，}\quad F_B = F_C = qa$$

（2）以 AC 段为对象

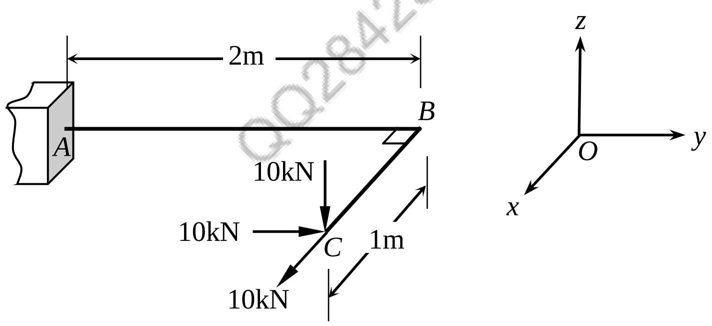
$$\sum F_y = 0\text{，}\quad F_A = \frac{3}{2}qa + qa = \frac{5}{2}qa$$

$$\sum M_A = 0\text{，}\ M_A - \frac{3}{2}qa \cdot 2a - qa \cdot 3a = 0$$

$$M_A = 6qa^2$$



三.（15 分）求图示直角折杆 A 端的约束反力。



$$\sum F_x = 0\text{，}\quad F_{Ax} = -10\text{kN}$$

$$\sum F_y = 0\text{，}\quad F_{Ay} = -10\text{kN}$$

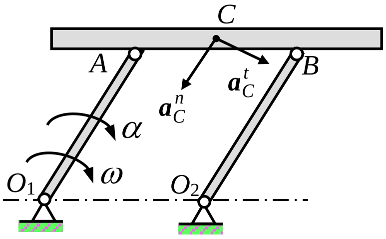
$$\sum F_z = 0\text{，}\quad F_{Az} = 10\text{kN}$$

$$\sum M_x = 0\text{，}\quad M_{Ax} = -20\text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\sum M_y = 0\text{，}\quad M_{Ay} = 10\text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\sum M_z = 0\text{，}\quad M_{Az} = -10\text{kN} \cdot \text{m}$$

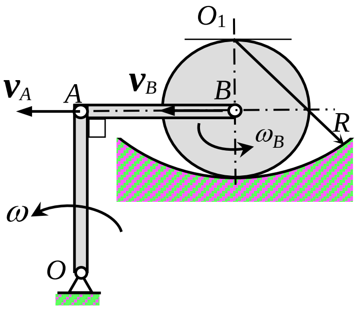
四.（10 分）平行四边形机构如图所示，$O_1A= O_2B=r$，O_1A // O_2B，曲柄 O_1A 的角速度为ω，角加速度为α，求 C 点加速度并把方向画在图上。



$$a_C^t = r\alpha$$

$$a_C^n = r\omega^2$$

五.（15 分）曲柄 OA 以恒定的角速度 ω 绕 O 轴转动，并借助连杆 AB 驱动半径为 r 的轮子在半径为 R=2r 的圆弧槽中作纯滚动。设 OA=AB=2r，轮的质量为 m（均质）。求图示瞬时轮子的（1）动能；（2）对 O 轴的动量矩。



$$v_B = v_A = 2r\omega$$

$$v_B = r\omega_B$$

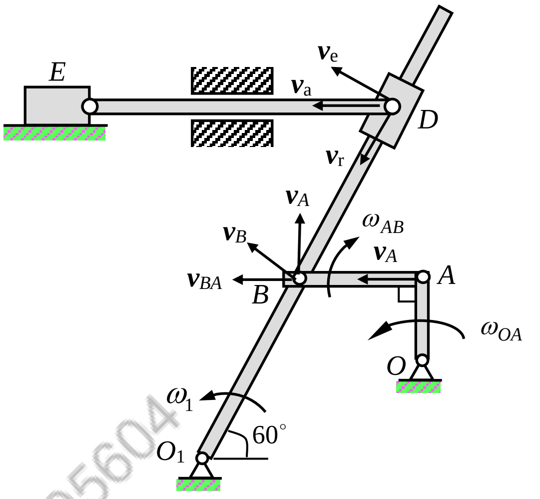
轮子的动能：

$$T = \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}J_B\omega_B^2 = 3mr^2\omega^2$$

轮子对 O 轴的动量矩：

$$L_O = mv_B \cdot 2r + J_B\omega_B = 5mr^2\omega$$

六.（15 分）图示平面机构，曲柄 OA 借连杆 AB 带动摇杆 O_1B 绕 O_1 轴摆动，杆 ED 以铰链与滑块 D 相连，滑块 D 可沿杆 O_1B 滑动，已知 $OA=r$，$AB=\sqrt{3}\,r$，$O_1B=2l/3$，（r=0.2m，l=1m）$\omega_{OA}=0.5\text{rad/s}$，$\alpha_{OA}=0$，在图示位置时 $BD=O_1B$，求该瞬时（1）滑块 D 的速度（2）滑块 D 的加速度（画出 B 点、D 点加速度分析图，写出公式，不用具体计算）。



(a) 速度分析图

（1）速度分析

$$v_A=\omega_{OA}\cdot OA=0.1\text{m/s}$$

$$\boldsymbol{v}_B=\boldsymbol{v}_A+\boldsymbol{v}_{BA}$$

$$v_B=\frac{v_A}{\cos 30^\circ}=\frac{0.2}{\sqrt{3}}\text{m/s}$$

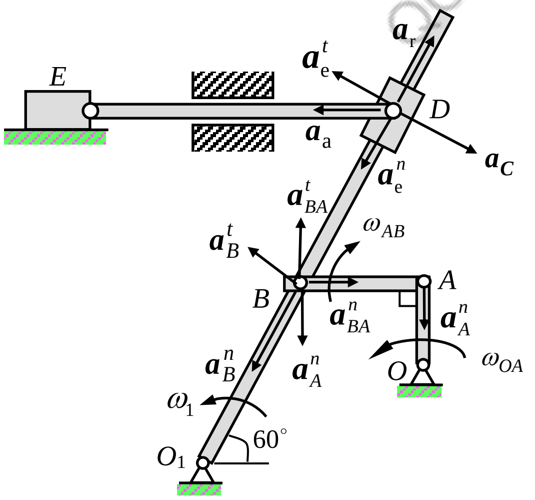
$$\omega_1=\frac{v_B}{O_1B}=0.1\sqrt{3}\text{rad/s}$$

以滑块 D 为动点，摇杆 O_1B 为动系

$$\boldsymbol{v}_D=\boldsymbol{v}_a=\boldsymbol{v}_e+\boldsymbol{v}_r$$

$$v_e=\omega_1\cdot O_1D=\frac{0.4}{\sqrt{3}}\text{m/s}$$

$$v_D=\frac{v_e}{\cos 30^\circ}=\frac{0.8}{3}=0.267\text{m/s}$$



加速度分析图

（2）加速度分析

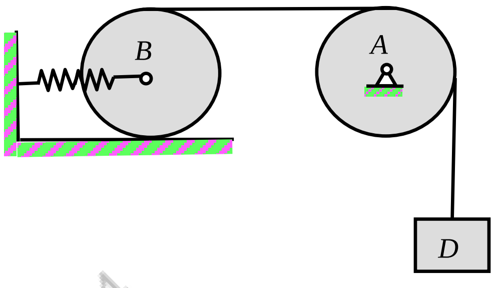
以 A 为基点，分析滑块 B 的加速度

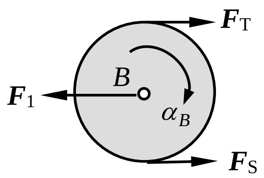
$$\boldsymbol{a}_B=\boldsymbol{a}_A+\boldsymbol{a}_{BA}^t+\boldsymbol{a}_{BA}^n$$

以滑块 D 为动点，摇杆 O_1C 为动系有：

$$\boldsymbol{a}_D=\boldsymbol{a}_a=\boldsymbol{a}_e^t+\boldsymbol{a}_e^n+\boldsymbol{a}_r+\boldsymbol{a}_C$$

七.（15 分）缠绕在半径为 R 的滚子 B 上的不可伸长的细绳，跨过半径为 R 的定滑轮 A，另一端系一质量为 m 的物块 D。定滑轮 A 和滚子 B 可视为质量为 m 的均质圆盘，滚子 B 沿地面纯滚动，质心系一刚度系数为 k 的弹簧。弹簧和绳子的水平段均与地面平行，绳子与滑轮无相对滑动，轴承处摩擦和绳子、弹簧的重量都不计。在弹簧无变形时将系统静止释放，试求（1）当物块 D 下落高度为 h 时，滚子 B 的角加速度。（2）此时滚子 B 与地面间的摩擦力。





（一）速度关系：$v_D = R\omega_A$，$v_B = R\omega_B$，$v_D = 2v_B$

动能：$T = \frac{1}{2}m_D v_D^2 + \frac{1}{2}J_A\omega_A^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2 + \frac{1}{2}J_B\omega_B^2 = \frac{15}{16}m_D v_D^2$

功率：$P = mgv_D - \frac{h}{2}kv_B$

功率方程：$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = P$，　　$\frac{15}{8}mv_D a_D = mgv_D - \frac{h}{2}kv_B$

物块 D 的加速度：$a_D = \frac{8}{15}g - \frac{2kh}{15m}$

（二）以轮 B 为对象

$F_T + F_S - F_1 = ma_B$，　　$F_1 = \frac{h}{2}k$

$F_T R - F_S R = J_B \alpha_B$，　　$a_B = R\alpha_B$

解得：$F_S = \frac{1}{15}mg + \frac{7kh}{30}$

主管领导审核签字

哈尔滨工业大学 2020-2021 学年秋季学期

理论力学 A/B 期 末 试 题

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
阅卷人											

片纸鉴心 诚信不败

授课教师________ 姓名________ 学号________ 院系________

密 封 线

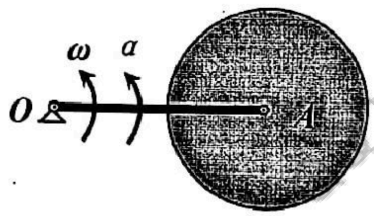
一、简答填空题（15 分）

1、如图所示，均质直杆 OA 长为 $2R$，质量为 m，绕轴 O 以角速度 ω 和角加速度 α 运动，A 端与一半径为 R，质量为 m 的均质圆盘的盘心通过光滑铰链连接在一起（圆盘可绕 A 点自由转动），带动圆盘一起在水平面运动，则：

系统的动量大小为（ ）（2 分）；

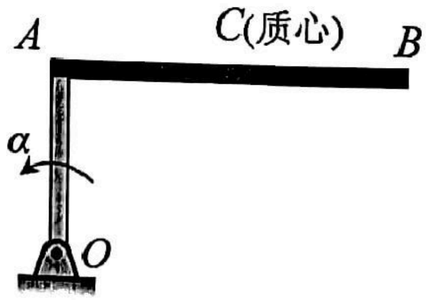
系统对 O 点的动量矩大小为（ ）（2 分）；

系统的动能为（ ）（2 分）。



2、长度为 l 的无重杆 OA 与质量为 m，长度为 $2l$ 的均质杆 AB 在 A 端垂直固接，可绕轴 O 转动。图示瞬时，角速度 ω=0，角加速度为 α，则此瞬时 AB 杆的惯性力系简化的主矢 F_{IR}=（ ）（2 分）；

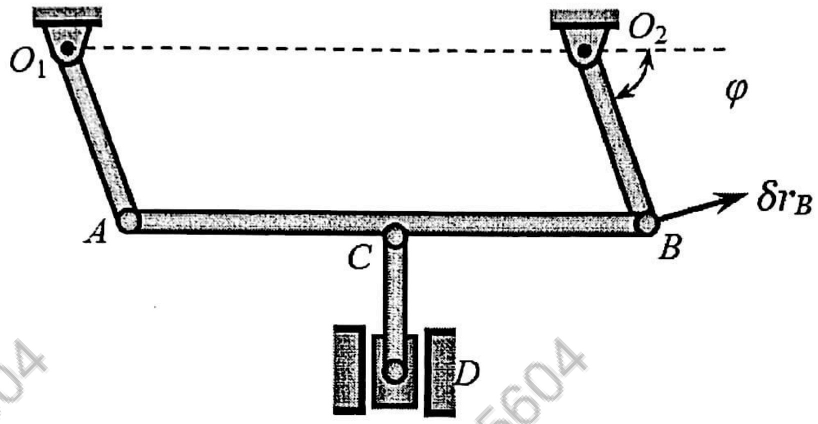
主矩 M_I=( ) （2 分），并将二者在图上画出（1 分）。



3、图示系统中 AO_1O_2B 组成一平行四边形，$CD//O_2B$，CD 垂直于 AB，O_1、O_2、A、B、C、D 处均为铰接。设 B 点的虚位移为 $\delta \boldsymbol{r}_B$（如图所示），则：

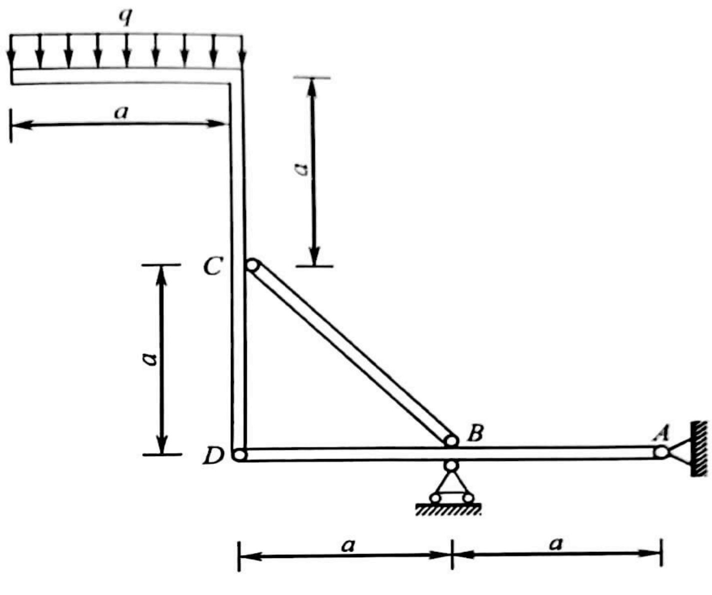
C 点的虚位移为（　　　　　　　　　　），并在图上画出（2 分）；

D 点的虚位移为（　　　　　　　　　　），并在图上画出（2 分）。



二、计算题（15 分）

结构如图所示，各字母连接处均为铰接，q，a 已知，各杆自重不计。求 A、B、D 处的约束力和 BC 杆的内力。



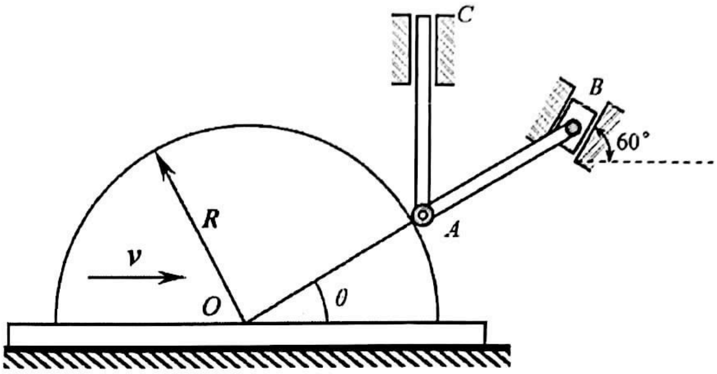
授课教师＿＿＿＿＿＿

姓名＿＿＿＿＿＿

密

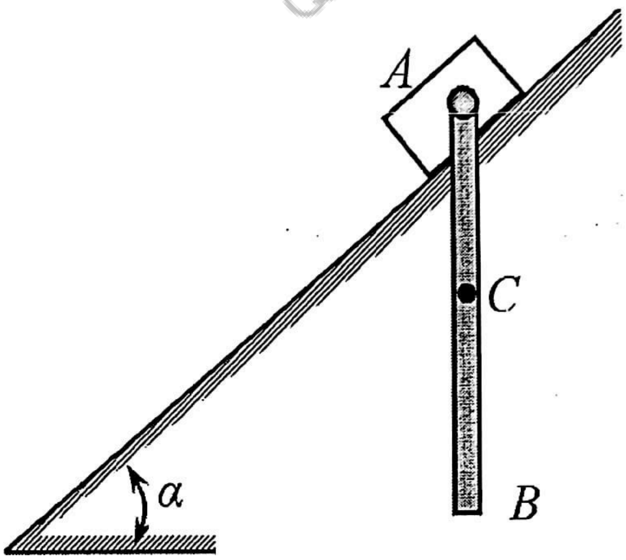
三、计算题（20 分）

图示半径为 R 的凸轮以匀速 v 沿水平向右移动。顶杆 AC 沿铅直导轨滑动，同时通过连杆 AB 带动滑块 B 在滑道内运动，假设滚轮 A 始终沿着凸轮表面运动，滚轮大小不计。已知 B 滑块所在的滑道与水平线成 60° 角，且 $AB=R$。求当 $\theta=30^\circ$，轮心 O、A、B 在同一直线时，滑块 B 的速度 v_B（10 分）、AB 杆的角速度 ω_{AB}（4 分）和滑块 B 的加速度 a_B（6 分）。



四、计算题（20 分）

均质细长杆 AB 的质量为 m，长为 l，质心为 C 点，其 A 端铰接在一滑块上，滑块质量不计，置于光滑斜面上，斜面倾角 $\alpha=45^\circ$，如图所示。当 AB 处于铅直位置时静止释放，试求：（1）A 点的初始加速度（10 分）；（2）AB 杆的初始角加速度（5 分）；（3）斜面给滑块的约束力（5 分）。



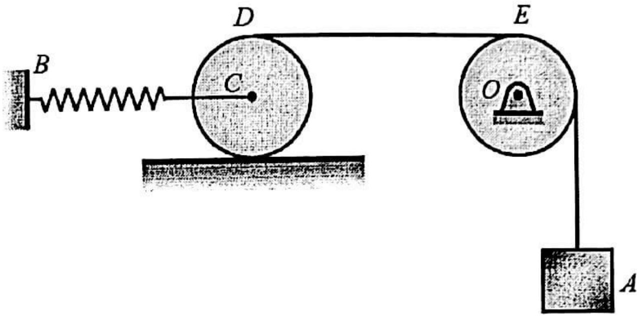
授课教师

密

名

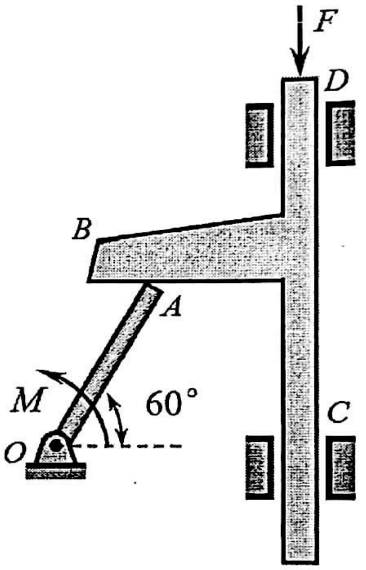
五、计算题（20 分）

图示系统中，物块 A 和两个均质滑轮的质量均为 m，轮的半径均为 R。滚轮 C 的中心连接有一刚度系数为 k 的水平无重弹簧，物块 A 连接的不可伸长的细绳绕过定滑轮 O 缠绕在滚轮 C 的轮缘上，绳与定滑轮 O 之间无滑动，滚轮与地面间无滑动。现于弹簧的原长处自由释放重物 A，当重物下降 h 时，试计算：（1）A 的速度（10 分）；（2）A 的加速度（5 分）；（3）DE 段绳子的拉力（5 分）。



六、计算题（10 分）

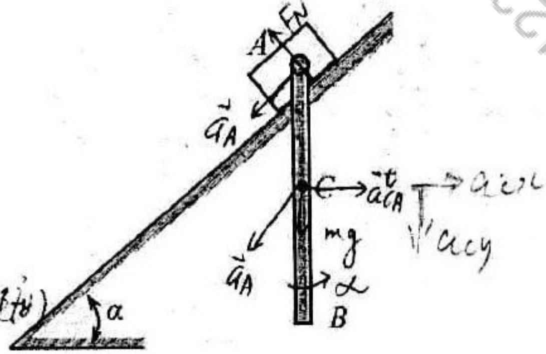
如图所示，曲柄 OA 长为 r，其端点 A 与滑杆 CD 上的水平板光滑接触，现在曲柄上作用如图所示的力偶 M，滑杆 CD 顶端沿竖直方向作用如图所示的力 F，系统在 OA 与水平方向成 60°角时平衡，不计各处摩擦，用虚位移原理计算 M 与 F 之间的关系。（注：（1）其他方法做不给分；（2）修理论力学 B（64 学时）的同学做此题，修理论力学 A（72 学时）的同学不做此题。）



授课教师______ 密 姓名______ 封

四、计算题（20 分）

均质细长杆 AB 的质量为 m，长为 l，质心为 C 点，其 A 端铰接在一滑块上，滑块质量不计，置于光滑斜面上，斜面倾角 $\alpha=45^\circ$，如图所示。当 AB 处于铅直位置时静止释放，试求：(1) A 点的初始加速度（10 分）；(2) AB 杆的初始角加速度（5 分）；(3) 斜面给滑块的约束力（5 分）。



解：分析受力运动如图

分析系统加速度

以A为基点 C点加速度

表达（因为初始时刻无角速度）

$\vec{a}_C = \vec{a}_A + \vec{a}^t_{CA}$ 3分

列平面运动微分方程：

$m a_{cx} = \Sigma F_x$　　$m(a^t_{CA} - a_A\cos45^\circ) = -F_N\cos45^\circ$

$m a_{cy} = \Sigma F_y$　　$m a_A\cos45^\circ = mg - F_N\sin45^\circ$　9分

$J_c\alpha = \Sigma M_c$　　$\frac{1}{12}ml^2\alpha = F_N\cos45^\circ\frac{l}{2}$

补充方程，$a^t_{CA} = \frac{l}{2}\alpha$　3分

由以上四个方程，解得：

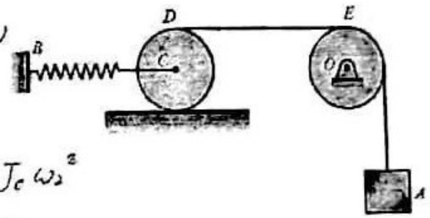
$a_A = \frac{4}{5}\sqrt{2}g$

$\alpha = \frac{6g}{5l}$（逆时针）　5分

$F_N = \frac{\sqrt{2}}{5}mg$

五、计算题（20 分）

图示系统中，物块 A 和两个均质滑轮的质量均为 m，轮的半径均为 R。滚轮 C 的中心连接有一刚度系数为 k 的水平无重弹簧，物块 A 连接的不可伸长的细绳绕过定滑轮 O 缠绕在滚轮 C 的轮缘上，绳与定滑轮 O 之间无滑动，滚轮与地面间无滑动。现于弹簧的原长处自由释放重物 A，当重物下降 h 时，试计算：(1) A 的速度（10 分）；(2) A 的加速度（5 分）；(3) DE 段绳子的拉力（5 分）。



解：(1) 应用动能定理，设A的速度为 v

$T_1 = 0$

$T_2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J_O\omega_1^2 + \frac{1}{2}mv_c^2 + \frac{1}{2}J_c\omega_2^2$

其中 $v_c = \frac{v}{2}$　$\omega_1 = \frac{v}{R}$　$\omega_2 = \frac{v}{2R}$　代入得，　3分

$T_2 = \frac{15}{16}mv^2$

$W = mgh - \frac{1}{2}k(\frac{h}{2})^2 = mgh - \frac{kh^2}{8}$　2分

由动能定理　$T_2 - T_1 = W$　5分

得到　$\frac{15}{16}mv^2 = mgh - \frac{kh^2}{8}$　(a)　得到 $v = v_A = \sqrt{\frac{16mgh - 2kh^2}{15m}}$

(2) 将 a 式两边同时对 t 求导

得　$\frac{15}{8}ma_A v_A = mg v_A - \frac{kh}{4}v_A$

得　$a_A = \frac{8mg - 2kh}{15m}$　5分

隔离 v_A T　$\frac{d}{dt}[J_O\omega + mv$

$= (mg - T)R$

$J_O\alpha + ma_A R = \dots$

$\frac{3}{2}maR$

mg

(3). 分析滚轮

列平面运动微分方程

$ma_{cx} = \Sigma F_x$.　$F_T - F_k - F_s = \frac{1}{2}ma_A$

$J_c\alpha = (F_T + F_s)R$

$\alpha = \frac{a_A}{2R}$

$T = mg - \frac{3}{2}ma$

$= \frac{1}{5}(mg + kh)$

5分

解得 $F_T = \frac{1}{5}(mg + kh)$

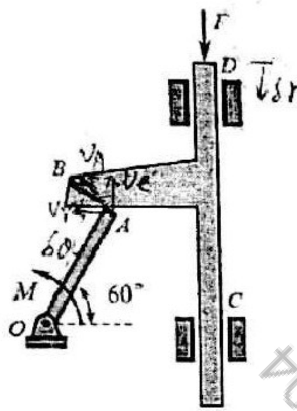
也可取定滑轮O和重物A对O点用动量矩定理。$\frac{d}{dt}(J_O\omega + mvR) = mgR - F_T R$

院系________ 学号________ 姓名________ 授课教师________

密 封 线

六、计算题（10 分）

如图所示，曲柄 OA 长为 r，其端点 A 与滑杆 CD 上的水平板光滑接触，现在曲柄上作用如图所示的力偶 M，滑杆 CD 顶端沿竖直方向作用如图所示的力 F，系统在 OA 与水平方向成 60°角时平衡，不计各处摩擦，用虚位移原理计算 M 与 F 之间的关系。（注：(1) 其他方法做不给分；(2) 修理论力学 B（64 学时）的同学做此题，修理论力学 A（72 学时）的同学不做此题。）



(1) 施加虚位移如图 2分

(2) 列虚功方程

$M\delta\theta + F\delta r_D = 0$ 3分

(3) 虚位移之间的关系

虚速度法：

$\omega_{OA} = \frac{\delta\theta}{dt}$ 故 $\delta\theta = \omega_{OA}dt$

$v_e = v_A\cos 60° = r\omega_{OA}\frac{1}{2} = \frac{1}{2}r\omega_{OA}$

$v_D = v_e$ 4分

故 $\delta r_D = -v_D dt = -\frac{1}{2}r\omega_{OA}dt$

$\delta r_D = -\frac{1}{2}r\delta\theta$

考虑到 $\omega_{OA}dt = \delta\theta$

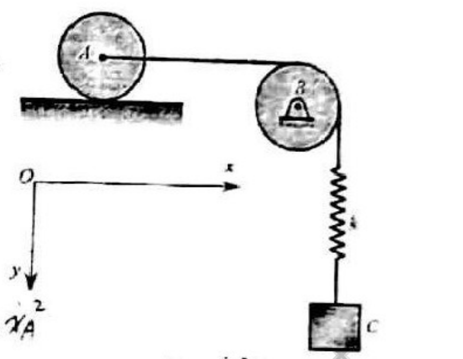
故 $\delta r_D = \frac{1}{2}r\delta\theta$

代入虚功方程得 $M\delta\theta - F\cdot\frac{1}{2}r\delta\theta = 0$

由任意性 故 $M = \frac{1}{2}F\cdot r$ 1分

七、计算题（10 分）

图示系统在铅垂面内运动，其中均质圆柱体 A、B 的质量均为 m_1，半径均为 r。圆柱体 A 在水平面上做纯滚动，在圆柱体 B 上跨过一不可伸长的细绳，绳的一端系在圆柱体 A 的质心上，另一端与弹簧相连并悬挂一质量为 m_2 的重物 C，绳与圆柱体 B 之间无滑动。弹簧的刚度系数为 k，当 $x_A=y_C=0$ 时，弹簧恰好为原长。试取 x_A，y_C 为广义坐标，用拉格朗日方程建立系统的运动微分方程。（注：修理论力学 A（72 学时）的同学做此题，修理论力学 B（64 学时）的同学不做此题。）



解：设任意时刻 A 质心坐标为 x_A，C 竖直坐标为 y_C

任意时刻 $T = T_1 + T_2 + T_3$

$T_1 = \frac{3}{4}m_1 v_A^2 = \frac{3}{4}m_1\dot{x}_A^2$

$T_2 = \frac{1}{2}J_B\omega^2 = \frac{1}{2}\cdot(\frac{1}{2}m_1r^2)(\frac{v_A}{r})^2 = \frac{1}{4}m_1\dot{x}_A^2$

$T_3 = \frac{1}{2}m_2v_C^2 = \frac{1}{2}m_2\dot{y}_C^2$ 故 $T = m_1\dot{x}_A^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}_C^2$

以 $x_A = y_C = 0$ 时为势能零点，任意时刻系统势能

$V = -mg y_C + \frac{1}{2}k(y_C - x_A)^2$

系统的拉格朗日函数 $L = T - V = m_1\dot{x}_A^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}_C^2 + mg y_C - \frac{k}{2}(y_C - x_A)^2$

代入拉格朗日方程 $\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$ （得到结论）

由此得系统运动微分方程

$$\begin{cases} 2m_1\ddot{x}_A - k(y_C - x_A) = 0 \\ m_2\ddot{y}_C - mg + k(y_C - x_A) = 0 \end{cases}$$

主管领导审核签字

哈尔滨工业大学 2020-2021 学年秋季学期
理论力学 A/B　期　末　试　题

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
阅卷人											

片纸鉴心 诚信不败

授课教师＿＿＿＿　姓名＿＿＿＿　学号＿＿＿＿　院系＿＿＿＿

密　封　线

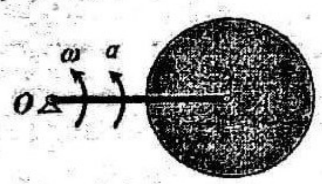
一、简答填空题（15 分）

1、如图所示，均质直杆 OA 长为 $2R$，质量为 m，绕轴 O 以角速度 ω 和角加速度 α 运动，A 端与一半径为 R，质量为 m 的均质圆盘的盘心通过光滑铰链连接在一起（圆盘可绕 A 点自由转动），带动圆盘一起在水平面运动，则：

系统的动量大小为（ $3mR\omega$ ）（2 分）；

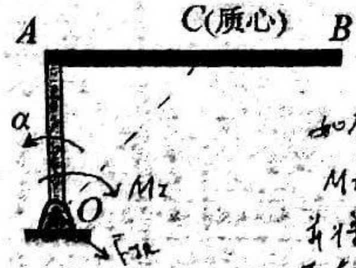
系统对 O 点的动量矩大小为（ $\frac{14}{3}mR^2\omega$ ）（2 分）；

系统的动能为（ $\frac{8}{3}mR^2\omega^2$ ）（2 分）。



2、长度为 l 的无重杆 OA 与质量为 m，长度为 $2l$ 的均质杆 AB 在 A 端垂直固接，可绕轴 O 转动。图示瞬时，角速度 $\omega=0$，角加速度为 α，则此瞬时 AB 杆的惯性力系简化的主矢 F_{IR}=（ $\sqrt{2}ml\alpha$ ）（2 分）；

主矩 M_I=（ $\frac{7}{3}ml^2\alpha$ ）（2 分），并将二者在图上画出（1 分）。

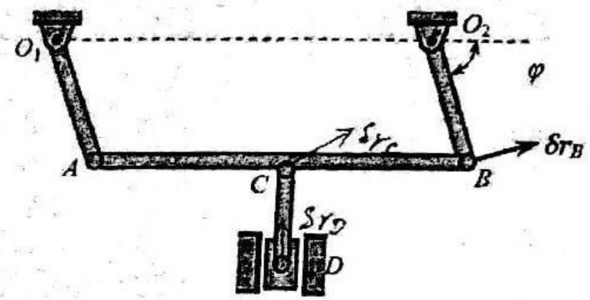


如有同学填
$M_I=\frac{1}{3}ml^2\alpha$
并将惯性力矩
画在C上也
可以给分（视AB作平面运动）

3、图示系统中 AO_1O_2B 组成一平行四边形，~~$CD \parallel O_2B$~~，CD 垂直于 AB，O_1、O_2、A、B、C、D 处均为铰接，设 B 点的虚位移为 δr_B（如图所示），则：

C 点的虚位移为（ δr_B ），并在图上画出（2 分）；

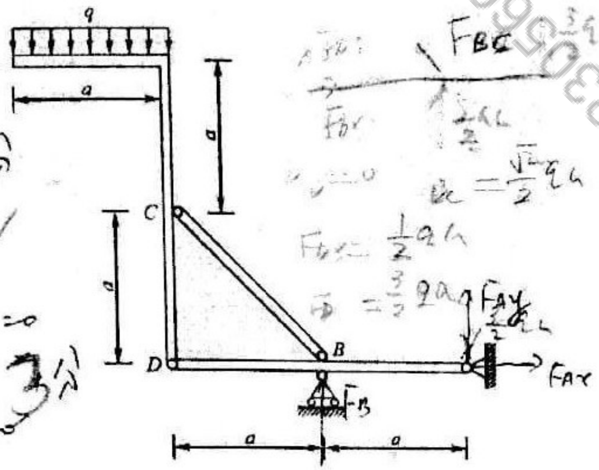
D 点的虚位移为（ $\delta r_B \cos\varphi$ ），并在图上画出（2 分）。



院系______ 学号______ 姓名______ 授课教师______

二、计算题（15分）

结构如图所示，各字母连接处均为铰接，q、a 已知，各杆自重不计。求 A、B、D 处的约束力和 BC 杆的内力。



解：(1) 以整体为研究对象

分析受力，如图

列平衡方程　　2分

$\Sigma F_x=0$　　$F_{Ax}=0$

$\Sigma F_y=0$　　$F_{Ay}+F_B-q\cdot a=0$

$\Sigma M_A=0$

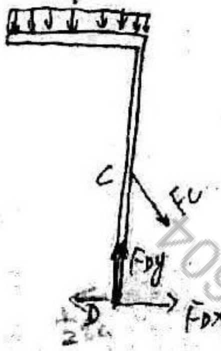
$q\cdot a\cdot(2a+\frac{a}{2})-F_B\cdot a=0$　　3分

解得：$F_{Ax}=0$　$F_{Ay}=-\frac{3}{2}qa$（负号代表竖直向下）

$F_B=\frac{5}{2}qa\ (\uparrow)$　　2分

(2) 取直角折杆 CD 为研究对象，考虑到 BC 为二力杆（假设受拉）

分析受力如右图　　3分



列平衡方程

$\Sigma F_x=0$　　$F_C\cdot\cos45^\circ+F_{Dx}=0$

$\Sigma F_y=0$　　$F_{Dy}-F_C\sin45^\circ-qa=0$　　3分

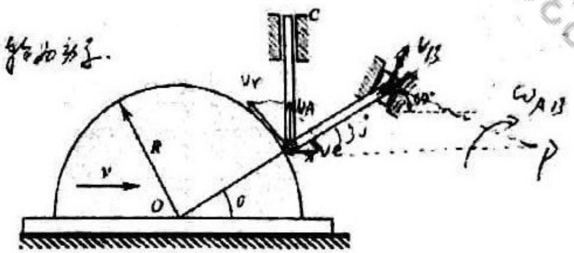
$\Sigma M_D=0$　　$qa\cdot\frac{a}{2}-F_C\cdot\cos45^\circ\cdot a=0$

解得 $F_C=\frac{\sqrt{2}}{2}qa$（受拉）　$F_{Dx}=-\frac{1}{2}qa$　$F_{Dy}=\frac{3}{2}qa$　　2分

如果以 AB 为研究对象分析也可，给分比例相同

三、计算题（20分）

图示半径为 R 的凸轮以匀速 v 沿水平向右移动，顶杆 AC 沿铅直导轨滑动，同时通过连杆 AB 带动滑块 B 在滑道内运动，假设滚轮 A 始终沿着凸轮表面运动，滚轮大小不计，已知 B 滑块所在的滑道与水平线成 60°角，且 AB=R。求当 θ=30°，轮心 O、A、B 在同一直线时，滑块 B 的速度 v_B（10分）、AB 杆的角速度 ω_{AB}（4分）和滑块 B 的加速度 a_B（6分）。



解：(1) 分析速度

先计算 A 点的速度　以 A 为动点，凸轮为动系

由速度合成定理　$\vec{v}_A=\vec{v}_e+\vec{v}_r$　　5分

其中 $v_e=v$

易得　$v_A=v_e\cot\theta=\sqrt{3}v$

$v_r=v_e/\sin\theta=2v$

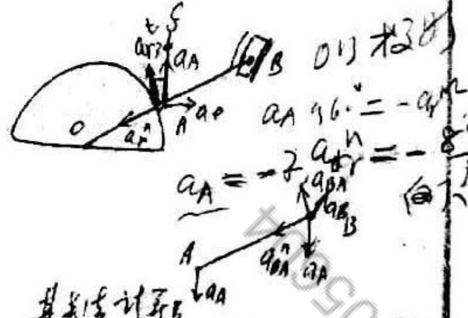
由速度投影定理（分析 AB 杆）　　5分　　用基点法或瞬心法也可以给分

$v_A\cos60^\circ=v_B\cos30^\circ$　　得到 $v_B=\frac{v_A}{\sqrt{3}}=v\ (\uparrow)$

AB 杆瞬心为 P 点，如图，由几何关系易知 $PB=AB=R$

由此得　$\omega_{AB}=\frac{v_B}{PB}=\frac{v}{R}$　　4分　　由基点法得出同样给分

(2) 分析加速度



先计算 A 点加速度，由加速度合成定理

$\vec{a}_A=\vec{a}_e+\vec{a}_r^t+\vec{a}_r^n$

显然 $a_e=0$，$a_r^n=\frac{v_r^2}{R}=\frac{4v^2}{R}$　　3分

水平方向投影：$0=a_r^t\cos60^\circ+a_r^n\cos30^\circ$

得到 $a_r^t=-\sqrt{3}a_r^n=-\frac{4\sqrt{3}v^2}{R}$

竖直方向投影：$a_A=a_r^t\cos30^\circ-a_r^n\cos60^\circ$

得到 $a_A=-\frac{8v^2}{R}$

故 $a_A=\frac{8v^2}{R}$ 方向竖直向下

其次，计算 B 点加速度，如图　$\vec{a}_B=\vec{a}_A+\vec{a}_{BA}^n+\vec{a}_{BA}^t$

$a_{BA}^n=R\omega_{AB}^2=v^2/R$　$a_A=\frac{8v^2}{R}$　　3分

投影方程（沿 AB 杆）

$a_B\cdot\cos30^\circ=-a_{BA}^n-a_A\cos60^\circ$

得到 $a_B=\frac{10\sqrt{3}v^2}{3R}$　(↓)

哈工大 **2019** 年秋季学期

理论力学期末考试试题(闭卷)

班号	
学号	
姓名	

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
分数											

注意行为规范

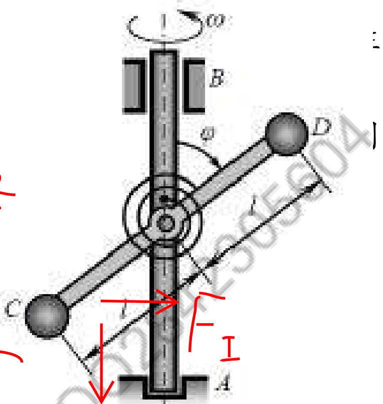
遵守考场纪律

主管领导审核签字

一、正确解答下列各题（10 分）

1、图示机构，杆 CD 长为 $2l$，两端各有质量为 m 的 C 球和 D 球，CD 杆与转轴 AB 铰接于各自的中点，质量不计。当转轴 AB 转动时，杆 CD 的转角 φ 就发生变化。设 $\omega=0$ 时，$\varphi=\varphi_0$，且盘簧中无力矩。盘簧产生的力矩 M 与转角 φ 的关系为 $M=k(\varphi-\varphi_0)$，k 为盘簧刚度。试求角速度 ω 与转角 φ 之间的关系（5 分）。

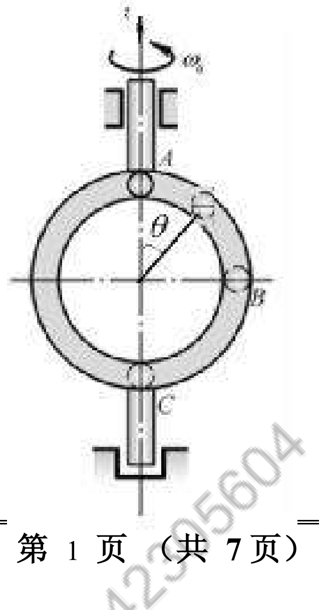
【解】角速度为 ω 时，C 球 D 球有相应的相同的法向加力 $ml\sin\varphi\omega^2$ (均水平方向背离转轴)，系统受力如图。 M 贝尔原理，对垂直于转轴的 y 轴取矩：



$$\sum M_y=0 \qquad M-2ml\sin\varphi\omega^2\cdot l\cos\varphi=0$$

得到：$$\omega=\sqrt{\frac{k(\varphi-\varphi_0)}{ml^2\sin 2\varphi}}$$

2、图示圆环以初始角速度 ω_0 绕铅直轴 AC 自由转动。此圆环半径为 R，对轴的转动惯量为 J。在圆环中的点 A 有一质量为 m 的小球，现由于微小的干扰小球离开点 A。圆环中的摩擦忽略不计，求小球到达圆环内任意位置（由 θ 角表示）时，圆环的角速度（5 分）。

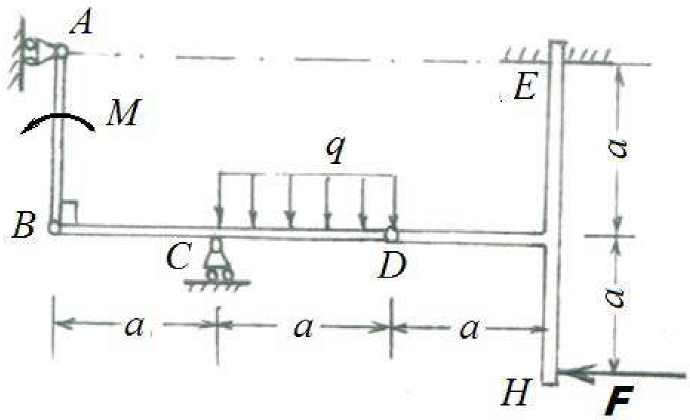


【解】 $L_{z1}=J_z\omega_0$ ， $L_{z2}=J_z\omega+m(r\sin\theta)^2\omega$

此过程对 z 轴动量矩守恒，Lz1=Lz2，故 $\omega=\dfrac{J_z\omega_0}{J_z+mr^2\sin^2\theta}$

二、计算题（20 分）

不计图示平面结构中各构件自重，尺寸 a，均布载荷 q，力偶矩 $M = qa^2$，水平集中力 $F = qa$ 均为已知。求 A、C、E 处的约束力。



解：1. 研究 AB 杆

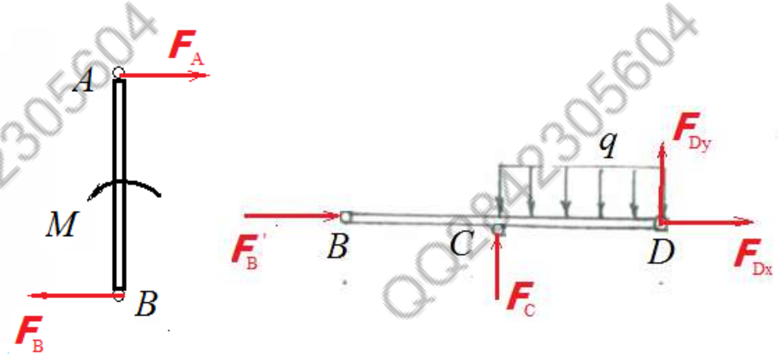
$$\sum M_B = 0$$

$$F_A = F_B = \frac{M}{a} = qa$$

2. 研究 BD 杆（或 ABD 杆）

$$\sum M_D = 0$$

$$F_C a - \frac{qa^2}{2} = 0，\quad F_C = \frac{qa}{2}$$



3. 研究整体

$$\sum F_x = 0$$

$$F_A + F_{Ex} - F = 0，\quad F_{Ex} = 0$$

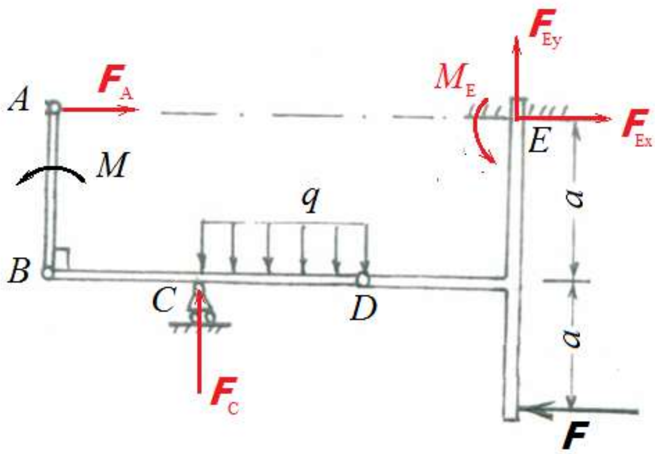
$$\sum F_y = 0$$

$$F_C + F_{Ey} - qa = 0，\quad F_{Ey} = \frac{qa}{2}$$

$$\sum M_E = 0$$

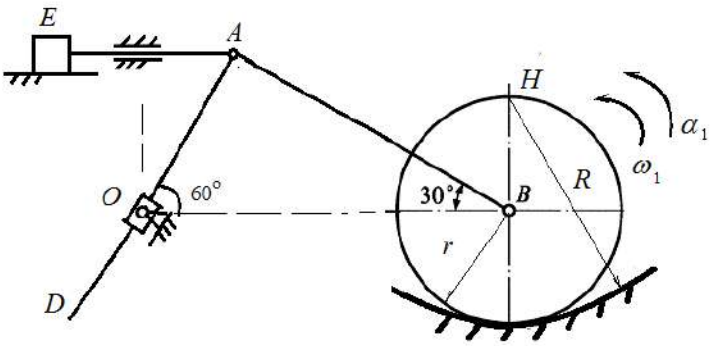
$$M_E + M - F_C \cdot 2a + \frac{3qa^2}{2} - F \cdot 2a = 0$$

$$M_E = \frac{qa^2}{2}$$



三、计算题（20 分）

图示平面机构中， 杆 AD 可沿套筒 O 滑动，杆 AE 和杆 AB 通过铰链 A 和杆 AD 相连。圆柱体 B 半径为 r，在半径为 $R=2r$ 的圆弧槽内作纯滚动。图示瞬时圆柱体位于圆弧槽的最低点，其角速度为 ω_1，角加速度为 α_1， $AB=\dfrac{3}{2}\sqrt{3}r$，求图示瞬时杆 AE 的速度和加速度，杆 AD 的角速度和角加速度。



解：杆 AB 做瞬时平移

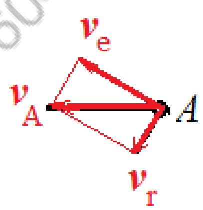
$$v_A=v_B=\omega_1 r=v_{AE}\text{，}\quad \omega_{AB}=0$$

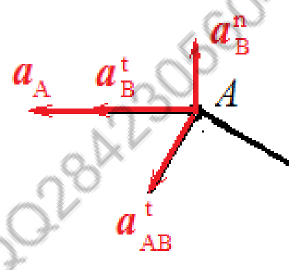
$$\vec{a}_A=\vec{a}_B^t+\vec{a}_B^n+\vec{a}_{AB}^t$$

$$a_A\cos30^\circ=a_B^t\cos30^\circ+a_B^n\sin30^\circ$$

代入：$a_B^t=\alpha_1 r$， $a_B^n=\omega_1^2 r$

$$a_A=a_{AE}=\alpha_1 r+\frac{\sqrt{3}}{3}\omega_1^2 r$$

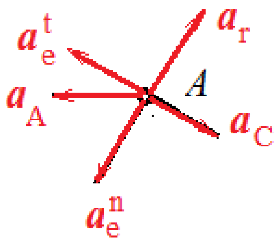




取铰链 A 为动点，套筒 O 为动系

$$\vec{v}_A=\vec{v}_e+\vec{v}_r$$

$$v_e=v_A\cos30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}\omega_1 r\text{，}\quad v_r=v_A\sin30^\circ=\frac{1}{2}\omega_1 r$$



$$\omega_{AD}=\frac{2v_e}{3r}=\frac{\sqrt{3}}{3}\omega_1$$

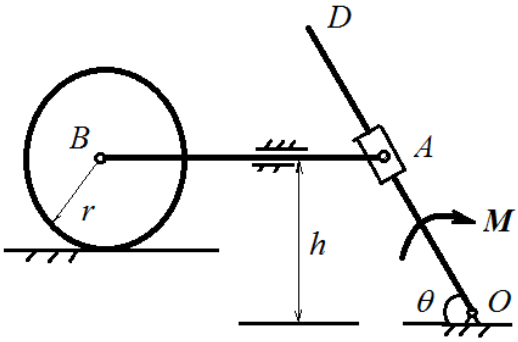
$$\vec{a}_A=\vec{a}_e^t+\vec{a}_e^n+\vec{a}_r+\vec{a}_C$$

$$a_A\cos30^\circ=a_e^t-a_C\qquad a_e^t=a_C+a_A\cos30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}\alpha_1 r+\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\omega_1^2 r$$

$$\alpha_{AD}=\frac{2}{3r}a_e^t=\frac{\sqrt{3}}{3}\alpha_1+\left(\frac{1}{3}+\frac{2\sqrt{3}}{9}\right)\omega_1^2$$

四、计算题（20 分）

图示传动机构中，均质杆 OD 质量为 m，长为 $4r$，在力偶 M 作用下绕 O 轴作定轴转动，并通过套筒 A 和连杆 AB 带动圆柱体 B 沿水平面作纯滚动。均质圆柱体 B 质量也为 m，半径为 r。连杆 AB 和套筒的质量忽略不计，与滑道及 AD 杆之间的摩擦也忽略不计，滑道的高度为 $h=2r$。系统初始静止，此时 $\theta=\dfrac{\pi}{3}$。试求当系统运动到 $\theta=\dfrac{\pi}{2}$ 时圆柱体 B 的角速度和角加速度，以及圆柱体与水平面之间的摩擦力。



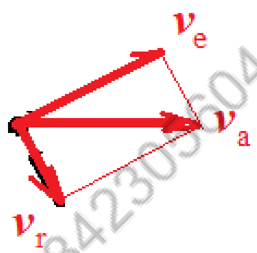
解： 取系统整体为研究对象，理想约束。

初始静止，$T_0=0$

当系统运动到 θ 角时，动能

$$T=\frac{1}{2}J_O\omega_{OD}^2+\frac{3}{4}mv_B^2$$

以滑块 A 为动点，OD 杆为动系



$$\vec{v}_B=\vec{v}_a=\vec{v}_e+\vec{v}_r\,,\quad v_B=\frac{v_e}{\sin\theta}=\frac{h\omega_{OD}}{\sin^2\theta}=\frac{2r\omega_{OD}}{\sin^2\theta}$$

$$T=\frac{1}{2}J_O\omega_{OD}^2+\frac{3}{4}mv_B^2=mv_B^2\left(\frac{3}{4}+\frac{2}{3}\sin^4\theta\right)$$

$$W=M\left(\theta-\theta_0\right)-2mgr\left(\sin\theta-\sin\theta_0\right)$$

$$T-T_0=W\,,\quad v_B^2=\frac{M\left(\theta-\theta_0\right)-2mgr\left(\sin\theta-\sin\theta_0\right)}{m\left(\dfrac{3}{4}+\dfrac{2}{3}\sin^4\theta\right)}$$

代入 $\theta=\dfrac{\pi}{2}$，$\theta_0=\dfrac{\pi}{3}$，

$$v_B^2=\frac{\dfrac{2}{3}M\pi-4mgr\left(2-\sqrt{3}\right)}{3m}\,,\quad \omega_B=\frac{v_B}{r}=\frac{1}{r}\sqrt{\frac{\dfrac{2}{3}M\pi-4mgr\left(2-\sqrt{3}\right)}{3m}}$$

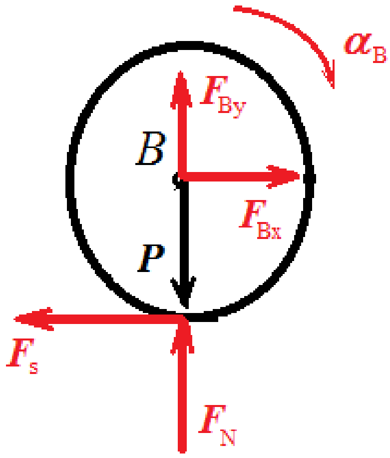
$$v_B^2=\frac{M\left(\theta-\theta_0\right)-2mgr\left(\sin\theta-\sin\theta_0\right)}{m\left(\dfrac{3}{4}+\dfrac{2}{3}\sin^4\theta\right)}$$

$$2v_B\frac{dv_B}{dt}=\frac{M-2mgr\cos\theta}{m\left(\dfrac{3}{4}+\dfrac{2}{3}\sin^4\theta\right)}\frac{d\theta}{dt}-\frac{M\left(\theta-\theta_0\right)-2mgr\left(\sin\theta-\sin\theta_0\right)}{m\left(\dfrac{3}{4}+\dfrac{2}{3}\sin^4\theta\right)^2}\cdot\frac{8}{3}\sin^3\theta\cos\theta\frac{d\theta}{dt}$$

代入 $\theta=\dfrac{\pi}{2}$， $\dfrac{d\theta}{dt}=\omega_{OD}=\dfrac{v_B}{2r}$， $\dfrac{dv_B}{dt}=a_B$

得

$$a_B=\frac{3}{17}\frac{M}{mr}，\quad \alpha_B=\frac{a_B}{r}=\frac{3}{17}\frac{M}{mr^2}$$



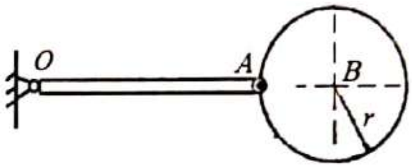
取圆柱体 B 为研究对象

$$J_B\alpha_B=F_s\cdot r$$

$$F_s=\frac{3}{34}\frac{M}{r}$$

五、计算题（15 分）

图示均质杆 OA，质量为 m ，长度为 $2r$，一端用铰支座装在墙壁上，另一端用光滑铰链 A 与均质圆盘 B 相连。圆盘 B 半径为 r，质量也为 m。系统由图示水平位置静止释放，求释放瞬间杆 OA 和圆盘 B 的角加速度。



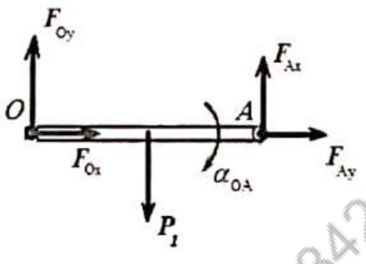
解： 研究 OA 杆

$$J_O\alpha_{OA} = P_1 r - F_{Ax}\cdot 2r$$

研究圆盘 B

$$ma_B = P_2 + F'_{Ax}$$

$$J_B\alpha_B = F'_{Ax}\cdot r$$



运动学补充方程

$$a_B = 2r\alpha_{OA} + r\alpha_B$$

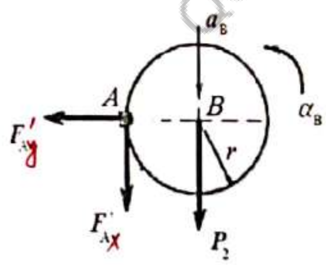
$F_{Ax} = F'_{Ax}$

结果

$$\boxed{\alpha_{OA} = \frac{3g}{8r} \qquad \alpha_B = \frac{g}{2r}}$$

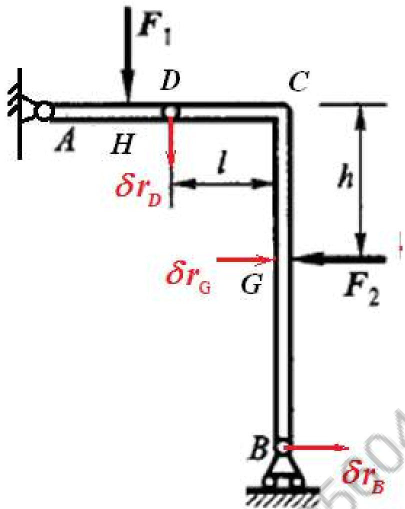
$\alpha_{OA} = \frac{5g}{8r}$

$\alpha_B = \frac{g}{6r}$



六、计算题（15 分）

图示机构在主动力 F_1、F_2 作用下处于平衡。已知 $AH=l$， $HD=l/3$， $h=2l$， 不计杆重，试用虚位移原理求平衡时 F_1 和 F_2 之间应满足的关系（用其他方法做不给分，工科试验班同学不做此题）。



解：研究整体，理想约束。列虚功方程

$$F_1\delta r_H - F_2\delta r_G = 0$$

由运动学关系

$$\delta r_H = l\delta\theta$$

而 DCB 构件做平面运动，瞬心在 C 点，故

$$\omega_{DCB} = \frac{AD}{DC}\omega_{AD} = \frac{4}{3}\omega_{AD}$$

$$\frac{\delta r_G}{\delta\theta} = h\frac{\omega_{DCB}}{\omega_{AD}} = \frac{8}{3}l$$

代入虚功方程

$$\left(F_1 l - \frac{8F_2 l}{3}\right)\delta\theta = 0$$

由 $\delta\theta$ 的任意性

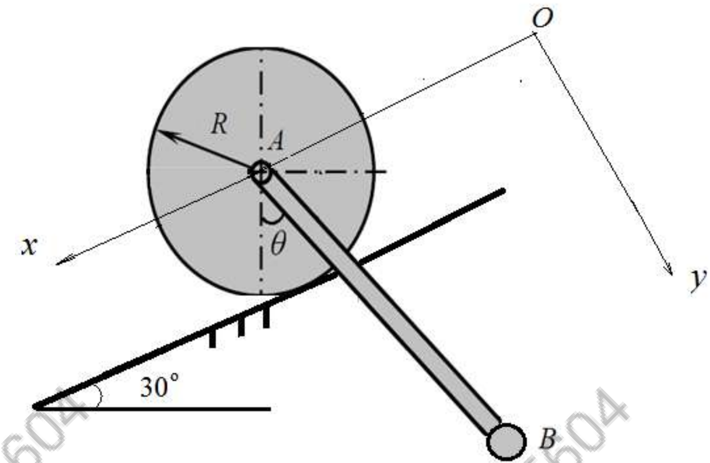
$$F_1 l - \frac{8F_2 l}{3} = 0\text{，}\qquad F = \frac{8}{3}F_2$$

七、计算题（15 分）

如图，均质圆柱体 A 半径为 R，质量为 m_1，沿倾角为 30° 的斜面作纯滚动。在其质心 A 上用铰链悬连了一单摆。单摆杆 AB 长为 b，质量忽略不计。摆锤 B 质量为 m_2。试采用 x_A 和 θ 为广义坐标，给出系统的运动微分方程（工科试验班答此题，其他专业同学不做此题）。

解：取系统整体为研究对象，理想约束，自由度=2

取 x_A 和 θ 为广义坐标，



$$x_B = x_A - b\sin(\theta - 30^\circ),\quad y_B = b\cos(\theta - 30^\circ)$$

$$\dot{x}_B = \dot{x}_A - b\dot{\theta}\cos(\theta - 30^\circ),\quad \dot{y}_B = -b\dot{\theta}\sin(\theta - 30^\circ)$$

$$v_B^2 = \dot{x}_B^2 + \dot{y}_B^2 = \dot{x}_A^2 + b^2\dot{\theta}^2 - 2b\dot{\theta}\dot{x}_A\cos(\theta - 30^\circ)$$

$$T = \frac{3}{4}\dot{x}_A^2 + \frac{1}{2}m_2v_B^2 = \left(\frac{3}{4}m_1 + \frac{1}{2}m_2\right)\dot{x}_A^2 + \frac{1}{2}m_2b^2\dot{\theta}^2 - m_2b\dot{\theta}\dot{x}_A\cos\left(\theta - 30^\circ\right)$$

取 O 点为重力势能零点

$$V = -\left(m_1 + m_2\right)gx_A\sin 30^\circ - m_2gb\cos\theta$$

$$L = T - V = \frac{3}{4}\dot{s}_A^2 + \frac{1}{2}m_2v_B^2 = \left(\frac{3}{4}m_1 + \frac{1}{2}m_2\right)\dot{x}_A^2 + \frac{1}{2}m_2b^2\dot{\theta}^2 - m_2b\dot{\theta}\dot{x}_A\cos\left(\theta - 30^\circ\right) + \left(m_1 + m_2\right)gx_A\sin 30^\circ + m_2gb\cos\theta$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_A}\right) - \frac{\partial L}{\partial x_A} = 0$$

$$\left(\frac{3}{2}m_1 + m_2\right)\ddot{x}_A - m_2b\ddot{\theta}\cos\left(\theta - 30^\circ\right) + m_2b\dot{\theta}^2\sin\left(\theta - 30^\circ\right) - \left(m_1 + m_2\right)g\sin 30^\circ = 0$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$$

$$m_2b\ddot{\theta} - m_2\ddot{x}_A\cos\left(\theta - 30^\circ\right) + m_2\dot{\theta}\dot{x}_A\sin\left(\theta - 30^\circ\right) + m_2g\sin\theta = 0$$

哈工大 **2018** 年 秋季 学期

理论力学 期末 考试试题(闭卷)

班号	
学号	
姓名	

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
分数											

注意行为规范

遵守考场纪律

主管领导审核签字

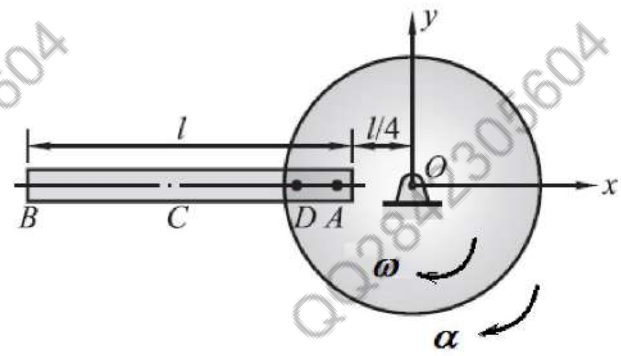
一、简答题（10 分）

图示均质杆 AB 长为 l ，质量为 m，固连在均质圆盘 O 上，形成一个刚体。圆盘 O 质量为 $2m$，半径为 $l/2$，绕 O 轴作定轴转动。试求：

（1） 刚体绕 O 轴的转动惯量（5 分）。

（2） 当杆 AB 处于图示水平位置瞬时，圆盘绕 O 轴转动的角速度为 ω，角加速度为 α，给出此时刚体惯性力系向 O 点简化的结果，并在图上标明（5 分）。

解：1. 转动惯量



$$J_O = J_1 + J_2 = m\left(\frac{l}{2}\right)^2 + \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{2}+\frac{l}{4}\right)^2$$

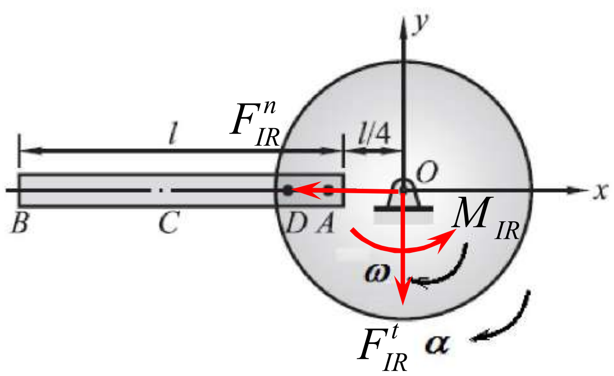
$$= \frac{43}{48}ml^2$$

2. 惯性力系简化

$$F_{IR}^t = \frac{3}{4}ml\alpha$$

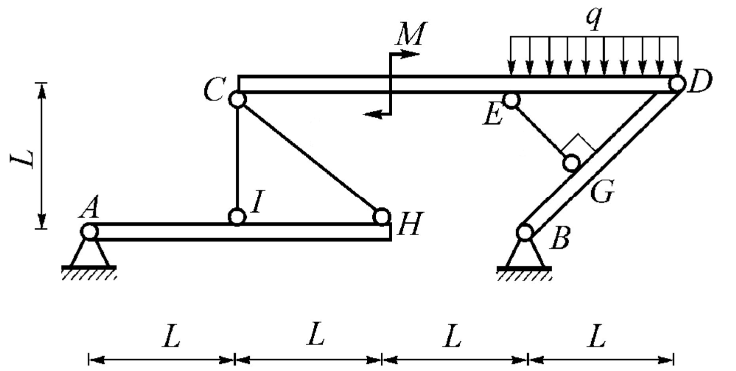
$$F_{IR}^n = \frac{3}{4}ml\omega^2$$

$$M_{IR} = \frac{43}{48}ml^2\alpha$$



二、计算题（20 分）

图示平面组合结构由杆 AH，CH，CI，CD，BD，EG 组成。已知：$q = 300\ \text{kN/m}$，$M = 120\ \text{kN·m}$，$L = 2\ \text{m}$，各杆件自重不计，A、H、B 在同一水平线上，试求支座 A 处的约束力及杆 CH 的内力。

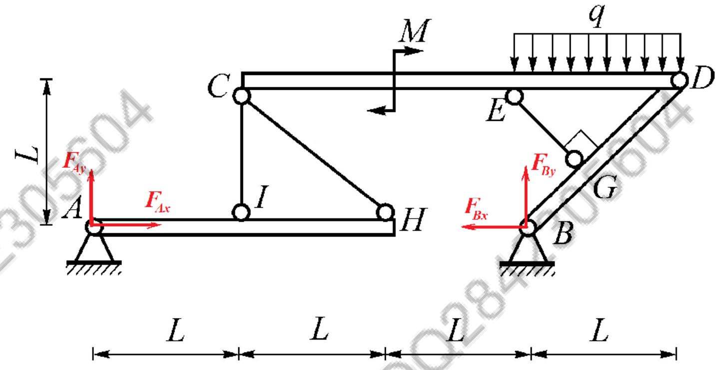


解：1. 取整体为研究对象

$$\sum M_B = 0,$$

$$-M - \frac{qL^2}{2} - F_{Ay} \cdot 3L = 0$$

$$F_{Ay} = -\frac{M}{3L} - \frac{qL}{6} = -120\text{kN}$$



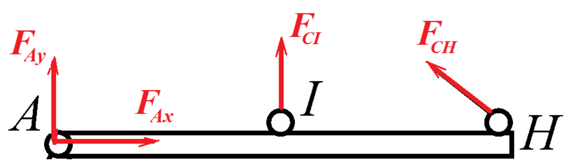
2. 取 AH 杆为研究对象

$$\sum M_I = 0$$

$$F_{CH} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} L - F_{Ay} \cdot L = 0$$

$$\sum F_x = 0$$

$$F_{Ax} - F_{CH} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$



$$F_{CH} = \sqrt{2}F_{Ay} = -\frac{\sqrt{2}}{3}\frac{M}{L} - \frac{\sqrt{2}}{6}qL = -120\sqrt{2}\text{kN}$$

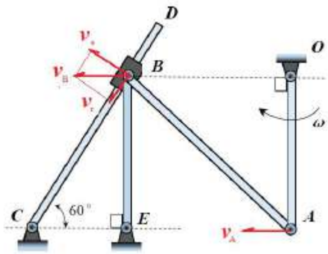
$$F_{Ax} = F_{CH} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{M}{3L} - \frac{qL}{6} = -120\text{kN}$$

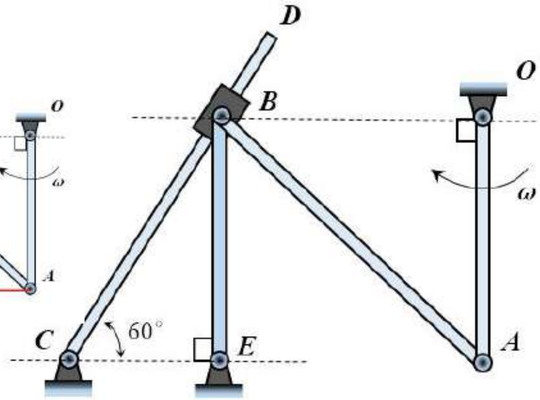
也可由 AH 杆满足三力平衡汇交定理，得到 FA 的方向，直接得到

$F_A = -120\sqrt{2}$ kN(左斜下45度方向)

三、计算题（20 分）

图示平面机构，杆 OA 以匀角速度 ω 绕 O 轴作定轴转动，AB 杆 A 端与 OA 杆铰接，B 端通过套筒 B 带动 CD 杆作定轴转动， BE 杆同时绕 E 轴做定轴转动。已知 $AB=\sqrt{2}h$，$OA=BE=h$，在图示瞬时 OA 杆和 BE 杆均处于铅直位置，θ=60°，求该瞬时 CD 杆的角速度（15 分）和角加速度（5 分）。





解：1. 求 CD 杆角速度

AB 杆作瞬时平移

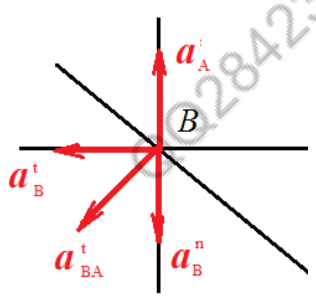
$v_A=v_B=h\omega$， $\omega_{AB}=0$，$\omega_{BE}=\omega$

取套筒 B 为动点，CD 杆为动系

$$\vec{v}_B=\vec{v}_e+\vec{v}_r$$

$$v_e=v_B\cos 30^o=\frac{\sqrt{3}}{2}h\omega，\quad v_r=v_B\sin 30^o=\frac{1}{2}h\omega，\quad \omega_{CD}=\frac{v_e}{BC}=\frac{3}{4}\omega,$$

2. 求 CD 杆角加速度



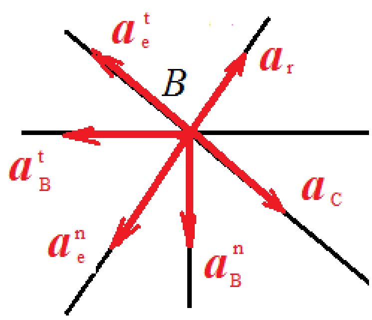
$$\vec{a}_B^t+\vec{a}_B^n=\vec{a}_A+\vec{a}_{BA}^t$$

$$a_B^t\cos 45^o-a_B^n\sin 45^o=a_A\cos 45^o$$

$$a_B^t=a_A+a_B^n=2h\omega^2$$

$$\vec{a}_B^t+\vec{a}_B^n=\vec{a}_e^t+\vec{a}_e^n+\vec{a}_r+\vec{a}_C$$

$$a_B^t\cos 30^o-a_B^n\sin 30^o=a_e^t-a_C$$



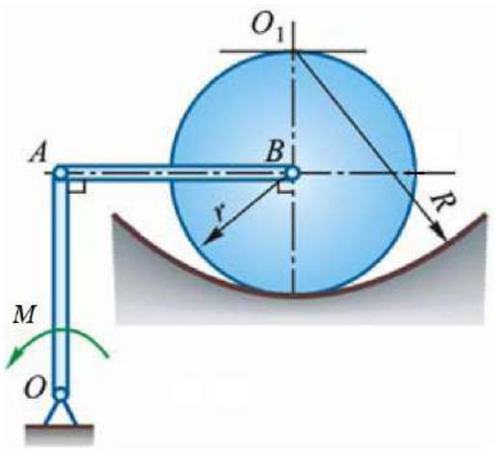
$$a_e^t=a_B^t\cos 30^o-a_B^n\sin 30^o+a_C=2h\omega^2\frac{\sqrt{3}}{2}-h\omega^2\cdot\frac{1}{2}+2\cdot\frac{3}{4}\omega\frac{1}{2}h\omega$$

$$a_e^t=(\sqrt{3}+\frac{1}{4})h\omega^2$$

$$\alpha_{CD}=\frac{a_e^t}{BC}=\frac{(\sqrt{3}+\frac{1}{4})h\omega^2}{\frac{2}{\sqrt{3}}h}=(\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{3}}{8})\omega^2$$

四、计算题（15 分）

曲柄 OA 质量为 m，在力偶 M 作用下绕轴 O 转动，并借助连杆 AB 驱动半径为 r 的轮子在半径为 R 的圆弧槽中作无滑动的滚动。设 $OA=AB=R=2r$，轮 B 的质量也为 m，AB 杆的质量忽略不计，在图示位置系统从静止开始运动，求该瞬时轮 B 的角加速度。



解： 1.研究 OA 杆

$$J_O\alpha_{OA} = M - F_{AB}\cdot 2r$$

2. 研究轮 B

$$ma_B^t = F_{AB} - F_s$$

$$J_B\alpha_B = F_s\cdot r$$

3. 运动学补充方程

$$a_B^t = r\alpha_B$$

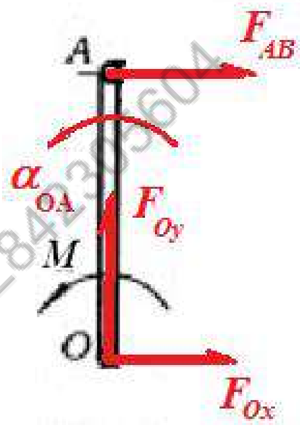
$$\vec{a}_B = \vec{a}_B^t = \vec{a}_A^n + \vec{a}_{BA}^t$$

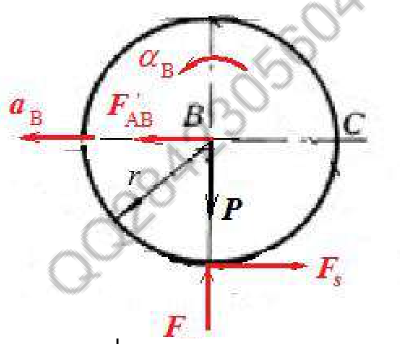
沿水平方向投影

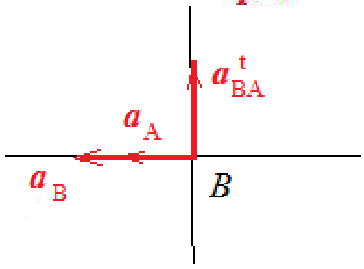
$$a_B^t = a_A = 2r\alpha_{OA}$$

结果:

$$\alpha_B = \frac{3}{11}\frac{M}{mr^2}$$





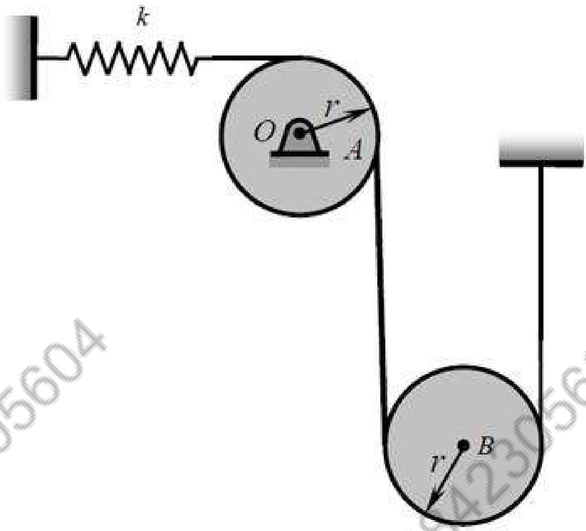


五、计算题 (20 分)

均质圆柱体 A 和 B 的质量均为 m，半径均为 r，一绳缠在绕固定轴 O 转动的圆柱体 A 上，绳的一端系在刚度系数为 k 的弹簧上，另一端绕过圆柱体 B，系在墙壁上。如图所示。设各圆柱体与绳子之间无滑动，轴承 O 处摩擦不计，系统初始静止，此时弹簧为原长。设弹簧刚度系数足够小，求：

（1）圆柱体 B 质心下落距离 h 时的加速度（10 分），

（2）此时轴承 O 处的约束力（10 分）。



解：1. 研究整体，理想约束

$$T_1=0\,,\quad T_2=\frac{1}{2}J_O\omega_O^2+\frac{1}{2}mv_B^2+\frac{1}{2}J_B\omega$$

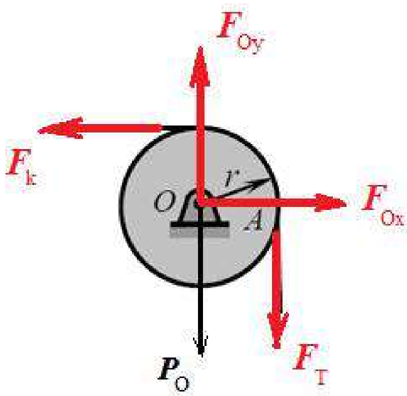
$$v_B=r\omega_B\,,\quad \omega_O=2\omega_B$$

$$T_2=\frac{7}{4}mv_B^2$$

$$W_{12}=mgh-2kh^2$$

$$T_2-T_1=W_{12}\,,\quad v_B^2=\frac{4}{7m}\left(mgh-2kh^2\right),\ a_B=\frac{2}{7}\left(g-\frac{4kh}{m}\right)$$

2. 研究圆柱体 O



$$J_O\alpha_O=(F_T-F_k)\cdot r$$

$$F_{Ox}-F_k=0$$

$$F_{Oy}-F_T=0$$

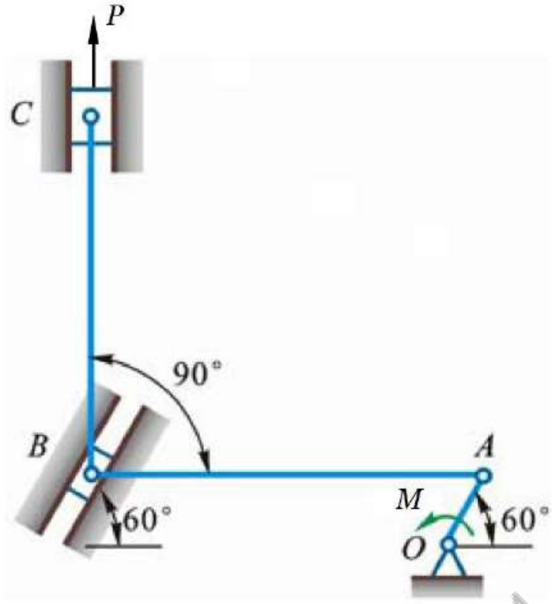
$$\alpha_O=\frac{2a_B}{r}\,,\quad F_k=2kh$$

$$F_{Ox}=F_k=2kh$$

$$F_{Oy}=F_T=\frac{2}{7}\left(mg+3kh\right)$$

六、计算题（15 分，修《理论力学 B》的同学答此题）

在图示机构中，曲柄 OA 长为 r，其上作用有外加力偶 M。求系统在图示位置平衡时，力 P 与 M 之间的关系。



解：研究整体，理想约束

列虚功方程

$$M\delta\theta - P\delta r_C = 0$$

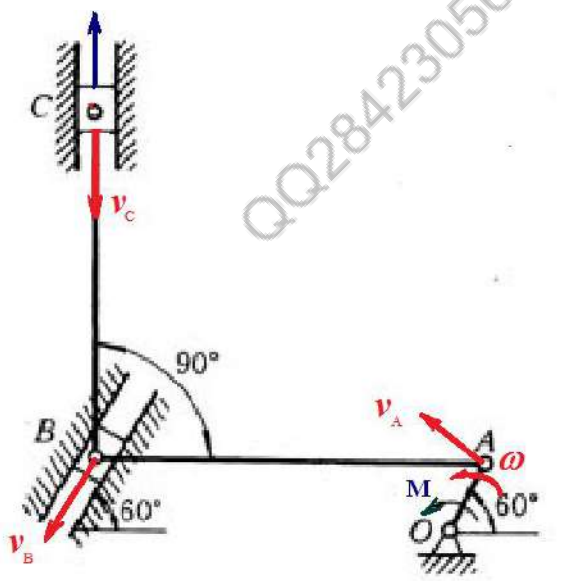
$$v_A \cos 30^o = v_B \cos 60^o$$

$$v_B \cos 30^o = v_C$$

$$\frac{\delta\theta}{\delta r_C} = \frac{\omega}{v_C} = \frac{v_A}{r v_C} = \frac{v_A}{r v_B}\cdot\frac{v_B}{v_C} = \frac{2}{3r}$$

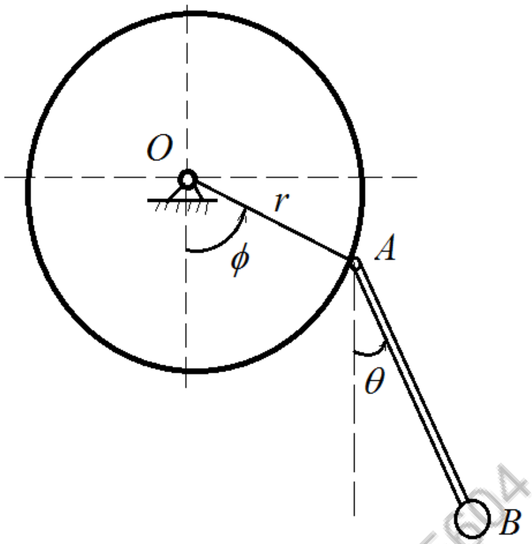
$$(M - \frac{3}{2}rP)\delta\theta = 0$$

$$M = \frac{3}{2}rP$$



七、计算题（15 分，修《理论力学 A》的同学答此题）

均质圆盘半径为 r，质量为 m，可绕 O 轴转动。在圆盘边缘 A 点处用铰链连接了一个单摆，如图所示。已知杆 AB 长为 $l=r$，质量忽略不计，摆锤 B 质量为 m。令 φ 角为 OA 连线与铅垂线的夹角，θ 角为杆 AB 与铅垂线的夹角。取 φ、θ 为广义坐标，试建立系统的拉格朗日方程。



解： 研究整个系统，理想约束，N=2，

取 φ、θ 为广义坐标

$$T=\frac{1}{2}J_O\dot{\varphi}^2+\frac{1}{2}m(\dot{x}_B^2+\dot{y}_B^2)$$

$$x_B=r(\sin\varphi+\sin\theta)\,,\quad y_B=r(\cos\varphi+\cos\theta)$$

$$\dot{x}_B=r(\dot{\varphi}\cos\varphi+\dot{\theta}\cos\theta)$$

$$\dot{y}_B=-r(\dot{\varphi}\sin\varphi+\dot{\theta}\sin\theta)$$

$$T=mr^2\left[\frac{3}{4}\dot{\varphi}^2+\frac{1}{2}\dot{\theta}^2+\dot{\varphi}\dot{\theta}\cos(\varphi-\theta)\right]$$

取 y=0 为重力势能零点， $V=-mgy_B=-mgr(\cos\varphi+\cos\theta)$

$$L=T-V=mr^2\left[\frac{3}{4}\dot{\varphi}^2+\frac{1}{2}\dot{\theta}^2+\dot{\varphi}\dot{\theta}\cos(\varphi-\theta)\right]+mgr(\cos\varphi+\cos\theta)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial\dot{\varphi}}\right)-\frac{\partial L}{\partial\varphi}=0\,,\quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial\dot{\theta}}\right)-\frac{\partial L}{\partial\theta}=0$$

$$\frac{3}{2}\ddot{\varphi}+\ddot{\theta}\cos(\varphi-\theta)+\dot{\theta}^2\sin(\varphi-\theta)+\frac{g}{r}\sin\varphi=0$$

$$\ddot{\varphi}\cos(\varphi-\theta)+\ddot{\theta}-\dot{\varphi}^2\sin(\varphi-\theta)+\frac{g}{r}\sin\theta=0$$

哈工大 2017 年秋季学期

理论力学期末考试试题(闭卷)

班号	
学号	
姓名	

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
分数											

注意行为规范

遵守考场纪律

主管领导审核签字

一、是非判断题（每题 1 分，共 10 分）

1、某平面力系的力多边形自行封闭，则该力系必为平衡力系。（ ╳ ）

2、一空间力系，若各力作用线均与某一固定直线平行，则其独立的平衡最多为 5 个。（ ╳ ）

3、一空间力系，若各力作用线均与某一固定直线相交，则其独立的平衡最多为 5 个。（ ✓ ）

4、若一刚体上各点的轨迹都是圆，则该刚体必定为定轴转动。（ ╳ ）

5、刚体平面运动时，其平面图形上任意两点的速度在任一直线上的投影必定相等。（ ╳ ）

6、刚体平面运动为瞬时平移时，其平面图形上任意两点的加速度在这两点连线上的投影必定相等。（ ✓ ）

7、质点受常力 $\bar{F}$ 作用，则 $\bar{I}=\bar{F}t$ 表示在瞬时 t 该力 $\bar{F}$ 的冲量。（ ╳ ）

8、若力使刚体做加速运动，则力必对此刚体做功。（ ╳ ）

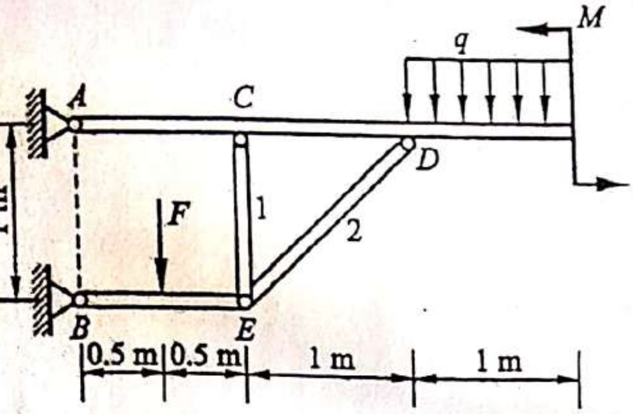
9、平面运动刚体上，惯性力系的合力必定作用在刚体的质心上。（ ╳ ）

10、刚体定轴转动时，如果质心正好在其转轴上，则附加动约束力必定为零。（ ╳ ）

二、计算题（20 分）

图示平面结构由四根无重杆组成，铅直力 $F=40\text{kN}$，均布力 $q=10\text{kN/m}$，力偶矩 $M=40\text{kN.m}$，尺寸如图所示。

求：A,B 处的约束力，杆1,2受力。

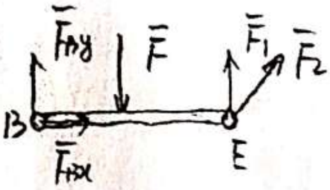


$\sum M_A=0 \quad F_{Bx}\times1-F\times0.5-8\times1\times2.5+M=0$

$F_{Bx}-20-25+40=0$

$F_{Bx}=5\text{kN}$

$\sum F_x=0 \quad F_{Ax}+F_{Bx}=0 \qquad F_{Ax}=-5\text{kN}$



$\sum M_E=0 \quad F_{By}=\frac{F}{2}=20\text{kN}$

$\sum F_x=0 \quad F_{Bx}+F_2\cos45°=0$

$F_2=-5\sqrt{2}\text{kN}$（压）

$\sum F_y=0 \quad F_{By}-F+F_1+F_2\cos45°=0$

$20-40+F_1-5=0 \qquad F_1=25\text{kN}$（拉）

整体 $\sum F_y=0 \quad F_{Ay}+F_{By}-F-8\times1=0$

$F_{Ay}+20-40-10=0$

$F_{Ay}=30\text{kN}$

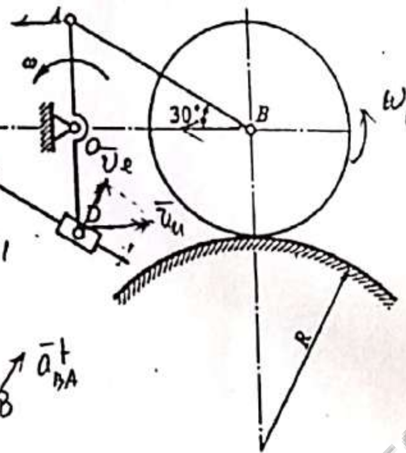
$\frac{9}{7} \quad \frac{3}{7}$

三、计算题（20 分）

图示平面机构中，杆 OAD 以匀角速度 ω 绕轴 O 转动，轮 B 由连杆 AB 带动在固定轮上做纯滚动，同时通过套筒 D 带动杆 O_1D 转动。尺寸 $OA = AD = r$，轮 B 半径为 r，固定轮半径 $R = 2r$。

求：在图示瞬时，杆 AB 的角速度，轮 B 的角速度，杆 O_1D 的角速度；

杆 AB 的角加速度，轮 B 的角加速度，杆 O_1D 的角加速度。

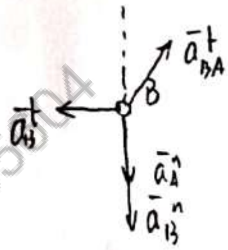


$\omega_{AB} = 0$　　$\omega_B = \frac{v_B}{r} = \omega$

$v_e = r\omega\cos 30^\circ = \frac{1}{2}r\omega$

$\omega_{O_1} = \frac{v_e}{2r} = \frac{1}{4}\omega$

$\bar{a}_B^n + \bar{a}_B^t = \bar{a}_A^n + \bar{a}_{BA}^t$



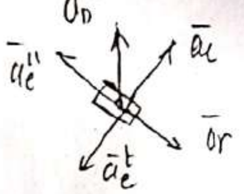
$a_A^n = r\omega^2$　　$a_B^n = \frac{v_B^2}{3r} = \frac{r^2\omega^2}{3r} = \frac{1}{3}r\omega^2$

y轴　$a_B^n = a_A^n - a_{BA}^t\cos 30^\circ$

$\frac{\sqrt{3}}{2}a_{BA}^t = a_A^n - a_B^n = \frac{2}{3}r\omega^2$　　$\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 2r\,\alpha_{AB} = \frac{2}{3}r\omega^2$　　$\alpha_{AB} = \frac{2}{3\sqrt{3}}\omega^2 = \frac{2\sqrt{3}}{9}\omega^2$ (↺)

$a_B^t = -a_{BA}^t\cos 30^\circ = -\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3\sqrt{3}}r\omega^2 = -\frac{2}{3\sqrt{3}}r\omega^2$

$\alpha_B = \frac{a_B^t}{r} = -\frac{2}{3\sqrt{3}}\omega^2 = -\frac{2\sqrt{3}}{9}\omega^2$ (↓)



$\bar{a}_a = \bar{a}_D^n = \bar{a}_e^n + \bar{a}_e^t + \bar{a}_r + \bar{a}_c$

$a_D^n = r\omega^2$　　$a_c = 2\omega_{O_1}v_r = 2\times\frac{1}{4}\omega\times r\omega\cos 30^\circ$

$= \frac{\sqrt{3}}{4}r\omega^2$

$r\omega^2\cos 30^\circ = -a_e^t + a_c$　　$a_e^t = a_c - \frac{\sqrt{3}}{2}r\omega^2 = -\frac{\sqrt{3}}{4}r\omega^2$

$\alpha_{O_1} = \frac{a_e^t}{2r} = -\frac{\sqrt{3}}{8}\omega^2$ (↺)

四、计算题（25分）

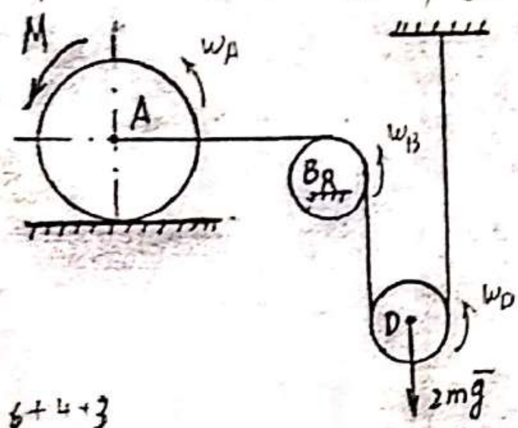
图示平面系统中，均质轮 A 质量为 m，半径为 R，在矩为 $M=\frac{1}{2}mgR$ 的常力偶作用下沿水平面做纯滚动。两相同均质轮 B,D，质量均为 $2m$，半径均为 $r=\frac{1}{2}R$，不计绳的质量，绳与轮间不打滑，系统由静止开始运动。

水平

求：轮 A 中心 A 运动任意一段距离时的速度、加速度，定滑轮两边绳的拉力，轮 A 受到的摩擦力。

3

x_A ~~8~~ 8 7 5+5



$T_1=0$

$T_2=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}mR^2\omega_A^2+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}2m\cdot r^2\cdot\omega_B^2$ 2

$+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}2mr^2\cdot\omega_D^2$

$v_A=R\omega_A \quad r\omega_B=v_A \quad r\omega_D=\frac{1}{2}v_A$

$T_2=\frac{3}{4}mv_A^2+\frac{1}{2}mv_A^2+\frac{3}{2}m(\frac{1}{2}v_A)^2$ 2

$=(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}+\frac{3}{8})mv_A^2=\frac{13}{8}mv_A^2$ $\quad \frac{6+4+3}{8}$

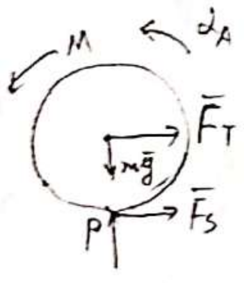
$W=M\varphi-2mg\cdot h$ 2 $\quad R\varphi=2h \quad \varphi=\frac{2h}{R}$

$=3mgR\cdot\frac{2h}{R}-2mgh=3mg\cdot2h-2mgh=4mgh=2mgx_A$

$T_2-T_1=W \quad \frac{13}{8}mv_A^2-0=2mgx_A$ 2

$v_A=\sqrt{\frac{16}{13}gx_A}$

$\frac{13}{4}v_Aa_A=2gv_A \quad a_A=\frac{8}{13}g$



$J_P\alpha_A=\Sigma M_P \quad \frac{3}{2}mR^2\alpha_A=M-F_TR$

$\frac{3}{2}ma_A=\frac{M}{R}-F_T=3mg-F_T$

$F_T=3mg-\frac{3}{2}m\cdot\frac{8}{13}g=(3-\frac{12}{13})mg=\frac{27}{13}mg$

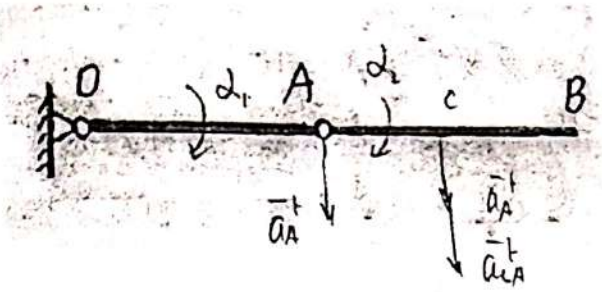
$J_C\alpha_A=\Sigma M_C$

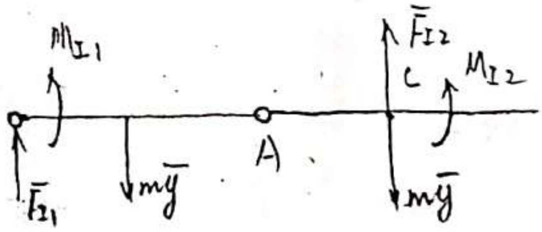
$\frac{1}{2}mR^2\alpha_A=M+F_S\cdot R \quad F_S=\frac{1}{2}ma_A-3mg=(\frac{4}{13}-3)mg$

$=-\frac{35}{13}mg\ (\leftarrow)$

五、计算题（15 分）

图示两相同均质杆，质量均为m，长度均为l，在图示水平位置静止释放，用动静法求此瞬时两杆的角加速度。（用其他方法做不给分）





$a_A^t = l\alpha_1$　　$a_C = l\alpha_1 + \frac{l}{2}\alpha_2$

$M_{I1} = \frac{1}{3}ml^2\alpha_1$.　$M_{I2} = \frac{1}{12}ml^2\alpha_2$

$F_{I2} = ma_C = ml(\alpha_1 + \frac{1}{2}\alpha_2)$

$\sum M_A = 0$　$M_{I2} + F_{I2}\cdot\frac{l}{2} - mg\cdot\frac{l}{2} = 0$

$\frac{1}{12}ml^2\alpha_2 + \frac{l}{2}ml(\alpha_1 + \frac{1}{2}\alpha_2) - \frac{l}{2}mg = 0$

$\frac{1}{12}l\alpha_2 + \frac{l}{2}(\alpha_1 + \frac{1}{2}\alpha_2) - \frac{1}{2}g = 0$

$l\alpha_2 + 6l(\alpha_1 + \frac{1}{2}\alpha_2) - 6g = 0$

$6l\alpha_1 + 4l\alpha_2 = 6g$　　(1)

$\sum M_O = 0$　$M_{I1} - mg\cdot\frac{l}{2} - mg\cdot\frac{3}{2}l + F_{I2}\cdot\frac{3}{2}l + M_{I2} = 0$

$\frac{1}{3}ml^2\alpha_1 - 2mgl + \frac{3}{2}ml^2(\alpha_1 + \frac{\alpha_2}{2}) + \frac{1}{12}ml^2\alpha_2 = 0$

$l\alpha_1 - 6g + \frac{9}{2}l(\alpha_1 + \frac{\alpha_2}{2}) + \frac{1}{4}l\alpha_2 = 0$

$l\alpha_1 + \frac{9}{2}l\alpha_1 + \frac{9}{4}l\alpha_2 + \frac{1}{4}l\alpha_2 = 6g$

$\frac{11}{2}l\alpha_1 + \frac{5}{2}l\alpha_2 = 6g$　　(2)

由(1)得　$l\alpha_1 = g - \frac{2}{3}l\alpha_2$

代入(2)有　$\frac{11}{2}g - \frac{11}{2}\cdot\frac{2}{3}l\alpha_2 + \frac{5}{2}l\alpha_2 = 6g$　　$\frac{15}{6} - \frac{22}{6} = -\frac{7}{6}$

$-\frac{7}{6}l\alpha_2 = (6 - \frac{11}{2})g = \frac{1}{2}g$

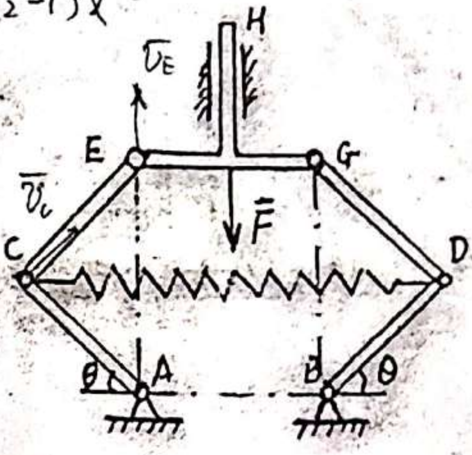
$\alpha_2 = -\frac{3}{7}\frac{g}{l}$ $(\circlearrowright)$　$l\alpha_1 = g - \frac{2}{3}l(-\frac{3}{7}\frac{g}{l}) = g + \frac{2}{7}g = \frac{9}{7}g$

$\alpha_1 = \frac{9}{7}\frac{g}{l}$ $(\circlearrowright)$

六、计算题（10 分）

不计图示平面机构各构件自重，T 型杆限制在铅直光滑导槽内，在 T 型杆上作用一铅直向下的力 $\overline{F}$，尺寸 $AB = EG = AC = CE = BD = DG = l$，水平弹簧刚度系数为 k，原长为 $2l$。系统在 $\theta = 45^\circ$ 位置平衡，用虚位移原理求平衡时的力 F。（用其他方法做不给分）

$\delta = CD - l_0 = l + 2l\cos45^\circ - 2l = \sqrt{2}l - l = (\sqrt{2}-1)l$



$2 \cdot F_C \cdot v_C\cos45^\circ - Fv_E = 0$

$\sqrt{2}F_C v_C = Fv_E$

$v_E\cos45^\circ = v_C$

$\sqrt{2}\cdot k(\sqrt{2}-1)l\cdot v_E\cos45^\circ = Fv_E$

$F = k(\sqrt{2}-1)l$

学号：________ 班级：________ 姓名：________

遵守考试纪律 注意行为规范

哈尔滨工业大学（威海）2017 / 2018 学年 秋 季学期

理论力学 试题卷（A）

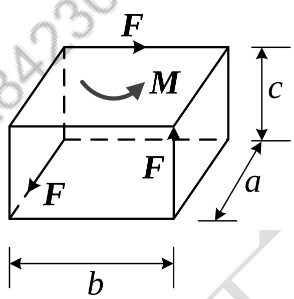
考试形式（开、闭卷）：闭卷 答题时间：120 （分钟） 本卷面成绩占课程成绩 80 %

题号	一	二	三	四	五	六	卷面总分	平时成绩	课程总成绩
分数									

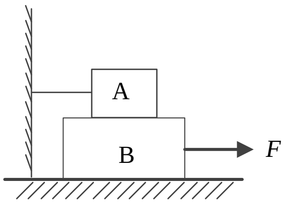
一、填空题 （每题 6 分，共 30 分）

得分	

1. 如图所示，沿长方体的三个棱作用着 3 个大小相等的力 ***F***，在水平面作用有一力偶 M=3***Fb***。若力系简化为一合力，则棱 *a*,*b*,*c* 的关系应为____________。

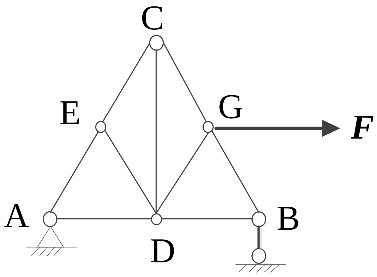


2.如图所示，两物块 A 和 B 叠放在水平面上，A 物块通过不可伸长柔绳连接于铅垂墙面上。物块 A 重 5 kN，物块 B 重 2kN，物块 A、B 之间的动摩擦因数为 0.25，物块 B 与固定水平面之间的静摩擦系数为 0.1，则拉动物块 B 所需力 F 的最小值为________________。

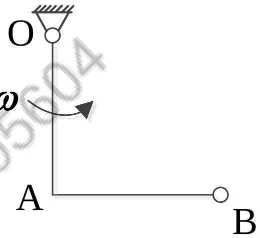


3．如图所示桁架，在点 G 作用有大小为 *F* 的水平力，方向向右。ABC 为等边

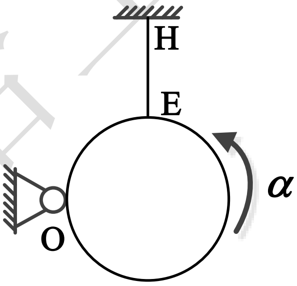
三角形，D、E、G 分别为三边的中点，则杆 ED 的内力 $F_{\mathrm{ED}}=$______，杆 BG 的内力 $F_{\mathrm{BG}}=$______。



4. 如图所示, 均质 L 形刚杆的总质量为 m,在铅垂面内以角速度 ω 绕 O 轴转动，OA=AB=l，则它的动量为______，对 O 轴的动量矩为______。



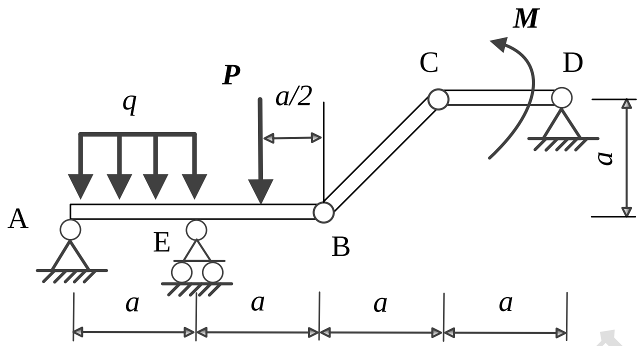
5、图示均质圆盘，半径为 R，质量为 m，可在铅垂面内绕轴 O 转动。若突然将绳 HE 剪断，此时角加速度为 α。则剪断瞬间惯性力向其质心简化的主矢大小 F_{IC}=______，主矩大小 M_{IC}=______。



二、 计算题 （15 分）

得分

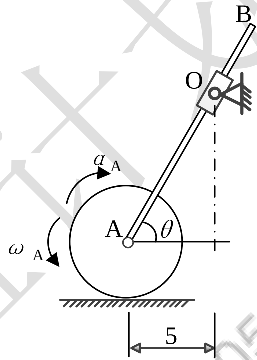
结构由 AB、BC 和 CD 三部分组成，所受载荷及尺寸如图所示，各部分自重不计，求 A，D 和 E 处的约束反力。（15 分）



三、 计算题 （15 分）

得分

图示平面机构中，轮 A 在固定平面上纯滚动，半径 R=3cm，杆 AB 长 15 cm。杆 AB 通过套筒与轴 O 相连，AB 与轮 A 通过铰链相连。角度 θ=**60**° 时，轮 A 的角速度 ω_A=5 rad/s，角加速度 $\alpha_A=\frac{10}{3}$ rad/ s^2。求该瞬时 B 点的速度和加速度。（15 分）



四、 计算题 （20 分）

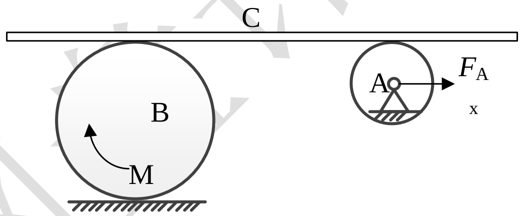
得分

如图所示铅直平面内，轮 A 和轮 B 为均质圆盘，轮 A 半径为 R，质量为 m，轮 B 半径均为 2R，质量均为 2m，一均质板 C 水平放置在两个轮上，质量为 m。A 轮定轴转动，B 轮在固定水平面上纯滚动，板 C 与两轮之间无相对滑动。B 轮上作用一常力偶 M，使得系统由初始静止开始运动，假设板足够长，并始终与两轮接触，不计轮 A 铰支座处的摩擦，求

1）C 板的加速度。

2）支座 A 的水平方向约束反力 F_{Ax}（注：C 板与轮 A 接触点的加速度水平方向分量相等）。

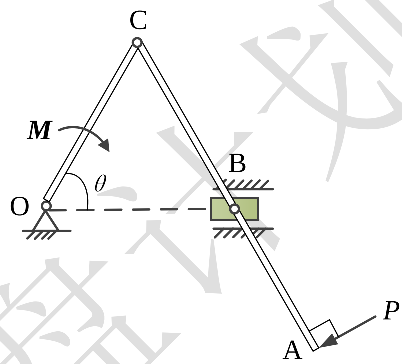
3）地面给 B 轮的静摩擦力（注：C 板与轮 B 接触点的加速度水平方向分量相等）。（20 分）



五、计算题 （10 分）

得分

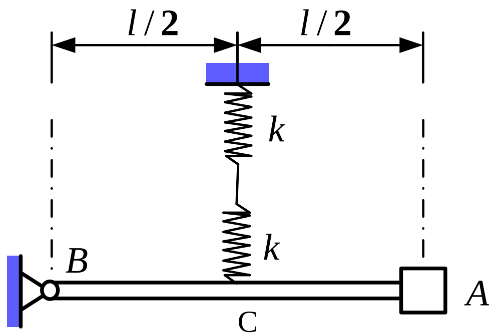
如图所示机构，OC=CB=AB=b，曲柄 OC 上作用一顺时针转向的力偶 M，在 AC 杆 A 端作用一垂直力 P，求系统平衡时力偶 M 和力 P 的关系。设 OC 与水平成角为 θ。用**虚位移原理**求：系统平衡时，力 P 与力偶 M 之间的关系。不计各处摩擦及自重。（注：本题不用虚位移原理求解不得分。）（10 分）



六、计算题 （10 分）

得分	

如图所示，刚杆 AB 长 l，右端固连质量为 m 的物体 A，杆 AB 的中点 C 用两根刚度系数各为 k 的弹簧串联拉住，使杆在水平位置平衡，杆的质量不计，各处摩擦均不计。试用**拉格朗日方程**写出系统的运动微分方程，并求出系统的自振频率。（注：本题不用拉格朗日方程求解不得分。）（10 分）



哈工大 2017 年秋季学期

理论力学期末考试试题(闭卷)B

班号	
学号	
姓名	

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
分数											

注意行为规范

遵守考场纪律

一、是非判断题（每题 1 分，共 10 分）

1、某平面力系的力多边形自行封闭，则该力系必为平衡力系。（ ）

2、一空间力系，若各力作用线均与某一固定直线平行，则其独立的平衡最多为 5 个。（ ）

3、一空间力系，若各力作用线均与某一固定直线相交，则其独立的平衡最多为 5 个。（ ）

4、若一刚体上各点的轨迹都是圆，则该刚体必定为定轴转动。（ ）

5、刚体平面运动时，其平面图形上任意两点的速度在任一直线上的投影必定相等。（ ）

6、刚体平面运动为瞬时平移时，其平面图形上任意两点的加速度在这两点连线上的投影必定相等。（ ）

7、质点受常力 F 作用，则 $I = Ft$ 表示在瞬时 t 该力 F 的冲量。（ ）

8、若力使刚体做加速运动，则力必对此刚体做功。（ ）

9、平面运动刚体上，惯性力系的合力必定作用在刚体的质心上。（ ）

10、刚体定轴转动时，如果质心正好在其转轴上，则附加动约束力必定为零。（ ）

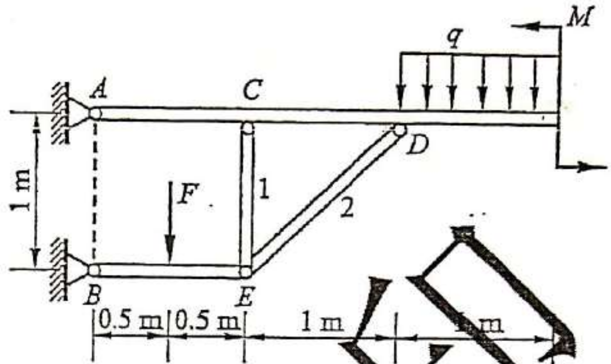
主管领导审核签字

试 题： 班号： 姓名：

二、计算题（20 分）

图示平面结构由四根无重杆组成，铅直力 $F=40\mathrm{kN}$，均布力 $q=10\mathrm{kN/m}$，力偶矩 $M=40\mathrm{kN.m}$，尺寸如图所示。

求：A,B 处的约束力，杆1,2 受力。

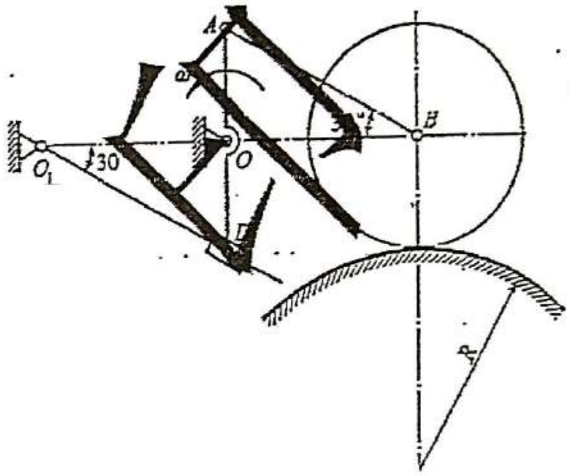


三、计算题（20 分）

图示平面机构中，杆 OAD 以匀角速度 ω 绕轴 O 转动，轮 B 由连杆 AB 带动在固定轮上做纯滚动，同时通过套筒 D 带动杆 O_1D 转动。尺寸 $OA = AD = r$，轮 B 半径为 r，固定轮半径 $R = 2r$。

求：在图示瞬时，杆 AB 的角速度，轮 B 的角速度，杆 O_1D 的角速度；

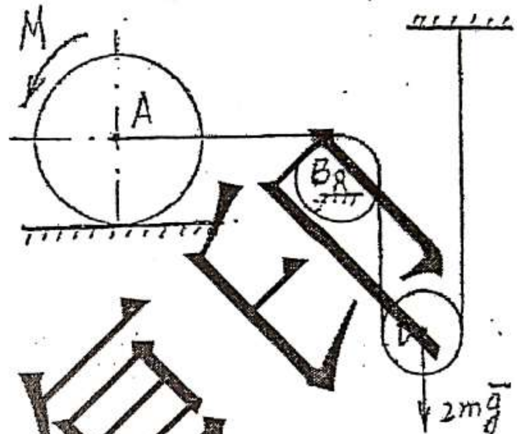
杆 AB 的角加速度，轮 B 的角加速度，杆 O_1D 的角加速度。



四、计算题（25分）

图示平面系统中，均质轮 A 质量为 m，半径为 R，在矩为 $M=3mgR$ 的常力偶作用下沿水平面做纯滚动。两相同均质轮 B,D，质量均为 $2m$，半径均为 $r=\frac{1}{2}R$，不计绳的质量，绳与轮间不打滑，系统由静止开始运动。

求：轮 A 中心 A 运动任意一段距离 x_A 时的速度、加速度，水平绳的拉力，轮 A 受到的摩擦力。

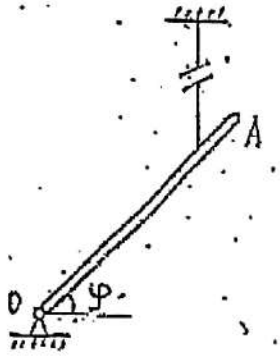


授课教师______ 姓名______ 学号______ 院系______

密 封 线

五、计算题（15 分）

图示均质杆质量为m，长度为l，以细绳悬挂如图，角$\varphi=45°$。求突然剪断细绳瞬时，杆的角加速度、轴O处的约束力。（要求用动静法求解，用其他方法做不给分）

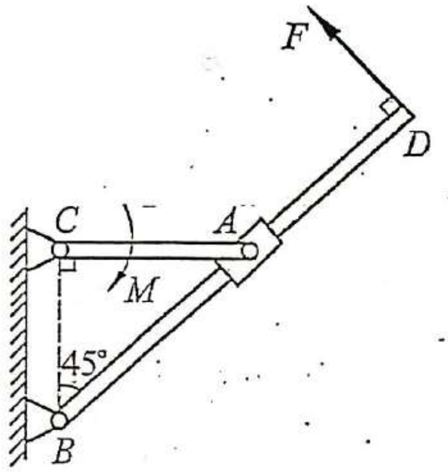


紫丁香彩院
QQ 1689929593

六、计算题（15 分）

不计图示机构各构件自重与各处摩擦，$CA=l$，$BD=2\sqrt{2}l$，机构在图示位置（CA 杆水平，角度如图）平衡。用虚位移原理求系统平衡时力偶矩 M 与力 F 间的关系。（用其他方法做不给分）

资源共享QQ ID
HGDZYFXZ



哈尔滨工业大学（威海）2017 / 2018 学年 秋 季学期

理论力学 补考试题卷（B）

考试形式（开、闭卷）：闭卷 答题时间：120（分钟） 本卷面成绩占课程成绩 80 %

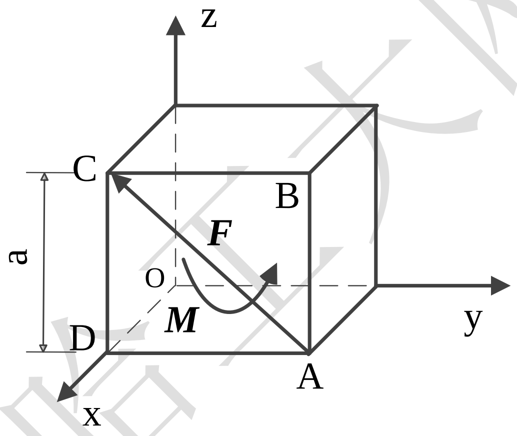
题号	一	二	三	四	五	六	卷面总分	平时成绩	课程总成绩
分数									

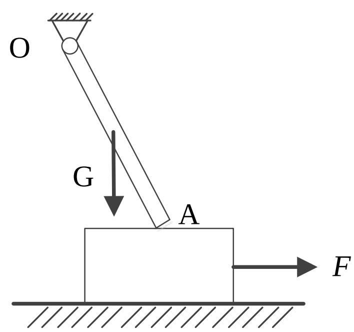
学号：　班级：　姓名：

遵守考试纪律 注意行为规范

一、填空题 （每题 6 分，共 30 分）　得分

1、正方体边长为a，在ABCD面作用已知力，大小为*F*，方向如图所示，同在此面上作用有矩为 M 的力偶，则力系主矢在 y 轴的投影 $F_y =$__________________，力系对x轴的矩 $M_x =$________________________。

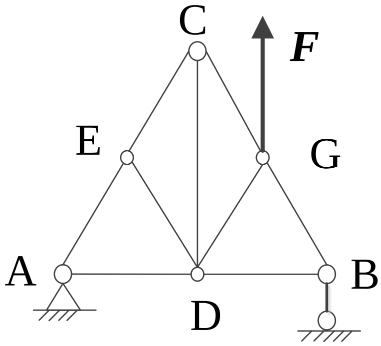




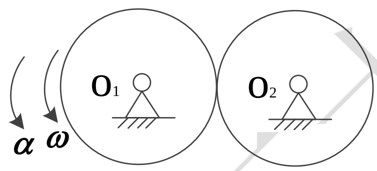
2．如图所示，系统仅在直杆 OA 与小车接触的 A 点处存在摩擦，水平面和固定铰支座 O 均光滑，在保持系统平衡的前提下，逐步增加作用于物块上的拉力 *F*，则在此过程中，OA 杆的 A 处的摩擦力等于______________________，方向指向____________，A 处的法向约束反力将增加还是减少？__________________。

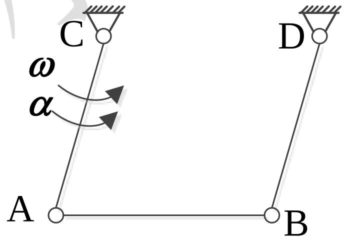
3．如图所示桁架，在点 G 作用有大小为 *F* 的铅直力，方向向上。ABC 为等边

三角形，D、E、G 分别为三边的中点，则杆 ED 的内力 $F_{ED}=$________________，杆 BG 的内力 $F_{BG}=$________________。



4、图示的圆轮 O_1 和 O_2 均为均质圆轮，质量均为 m，半径均为 R, 绕各自的轴转动，两轮接触处无相对滑动。图示瞬时轮 O_1 的角速度和角加速度分别为 ω 和 α，则此时轮 O_2 相对其质心 O_2 的动量矩为__________，系统总动能为__________。



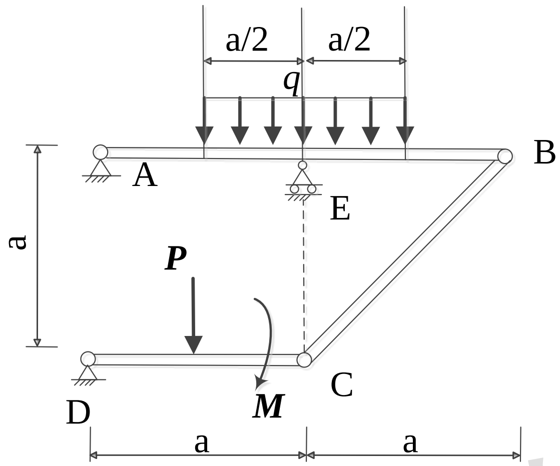


5. 图示平面机构中，AB∥CD，且 AC=BD=l，杆 AB 的质量为 m，长为 l。杆 AB 惯性力系向其质心 O 简化，主矢的大小 F_{IO}=________________，主矩的大小 M_{IO}=________________。

二、　计算题 （15 分）

得分	

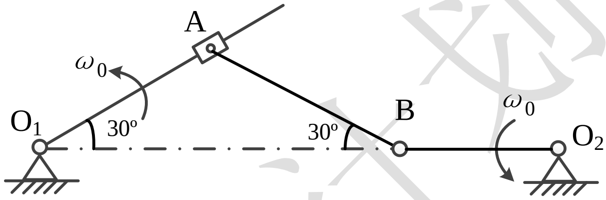
已知结构由 AB、BC 和 CD 三杆组成，尺寸如图所示，杆重忽略。集中力大小为 P，分布力的分布集度为 q，力偶矩为 M。求支座 A、D 和 E 处约束力。（15 分）



三、 计算题 （15 分）

得分

如图机构中，O_1A 和 O_2B 分别绕各自轴转动，角速度均为常角速度 ω_0。杆 O_1A 和 AB 杆通过套筒连接，套筒与 AB 杆通过铰链连接。$O_1A=AB=l$，$O_2B=\frac{\sqrt{3}}{2}l$，试求图示位置时，AB 杆的角速度及角加速度。



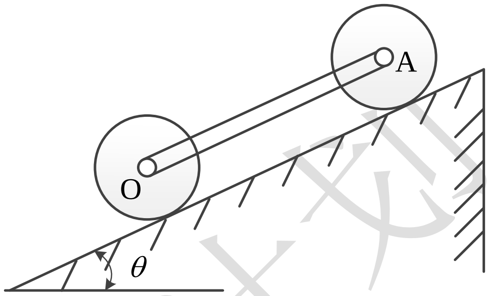
四、 计算题 （20 分）

得分	

图中所示两个均质轮的质量均为 m，半径均为 r。均质杆 OA 质量为 m。斜面的倾角为 θ，两轮与斜面间的静摩擦因数均为 f_s，轮在斜面上作无滑动滚动。求

（1） 轮心 A 的加速度

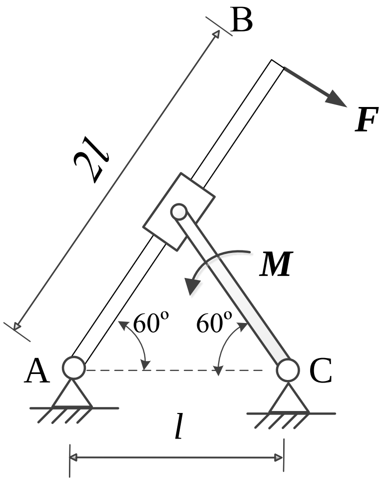
（2） 斜面给轮 A 的静摩擦力。



五、计算题 （10 分）

得分	

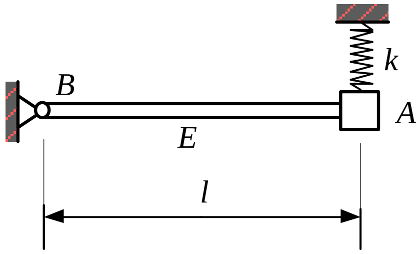
请用**虚位移原理**计算下图所示机构在图示位置平衡时主动力之间的关系，构件自重及摩擦阻力均略去不计。（注：用其他方法不得分）



六、计算题 （10 分）

得分	

如图所示，刚杆 AB 长 l ，右端固连质量为 m 的物体 A，杆 AB 的右端用刚度系数为 k 的弹簧拉住，使杆在水平位置平衡，杆的质量不计，试用拉格朗日方程写出系统的**运动微分方程**。（注：用其他方法不得分）



主管领导审核签字

哈尔滨工业大学 2016 学年秋季学期

理论力学（I，II，III）补考试题

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
阅卷人											

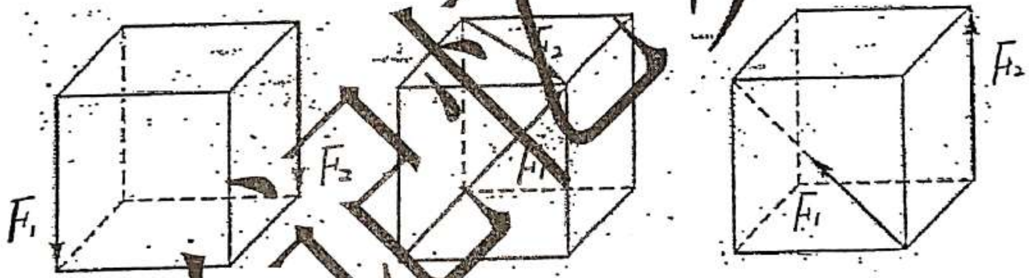
片纸鉴心 诚信不败

授课教师＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿ 院系＿＿＿＿

密 封 线

一、 简答题：（10分）

图示空间力系由两个力 F_1 和 F_2 组成，这两个力大小相等，即 $F_1=F_2=F$。下述各图中力系简化的最终结果是什么？

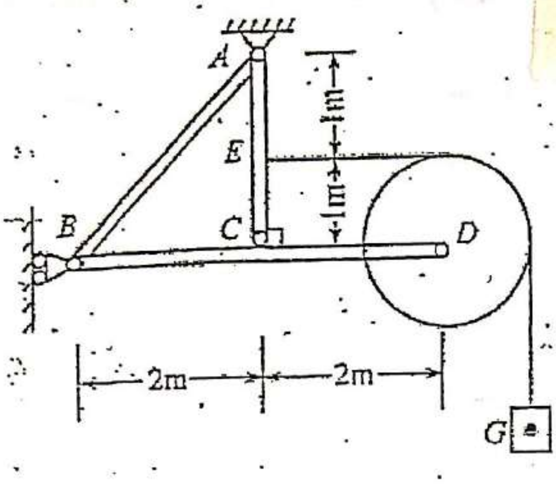


读书交流群
735695322

二、计算题（20 分）

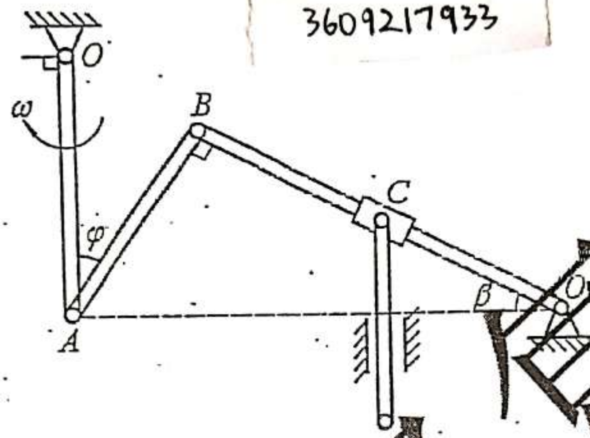
承重装置，物 G 重 $P=10\text{kN}$，不计各构件自重，尺寸如图所示。求 A，B 处约束力与杆 AB 受力。

大物实验群
290028380



三、计算题（20 分）

图示平面机构，$OA=\dfrac{4}{3}R$，图示瞬时，$BC=O_1C=R$，$\varphi=\beta=30^\circ$，OA 杆以匀角速度 ω 绕轴 O 转动。求此瞬时（1）O_1B 杆的角速度；（2）D 点的速度；（3）O_1B 杆的角加速度。



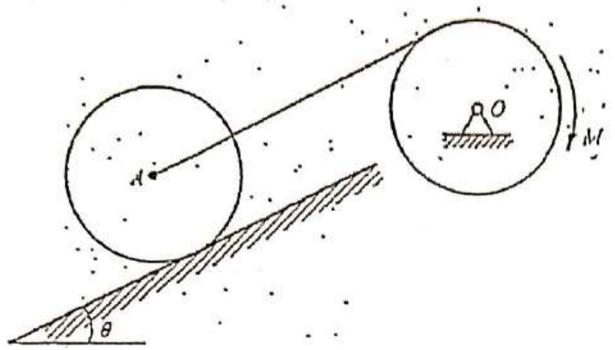
授课教师________ 姓名________ 学号________ 院系________

密 封 线

四、计算题（20 分）

两轮均可视为均质圆盘，质量均为 m，半径均为 R，系统在常力偶矩 M 作用下由静止开始运动。轮 A 做纯滚动，斜面倾角 $\theta=30^{\circ}$。求轮心 A 上升任意距离 s 时，轮心 A 的速度和加速度，两轮间绳索的拉力，轴承 O 处的约束力。

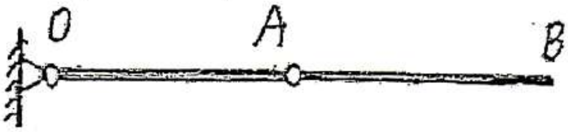
网盘计划
Q群953062322



五、计算题（15 分）

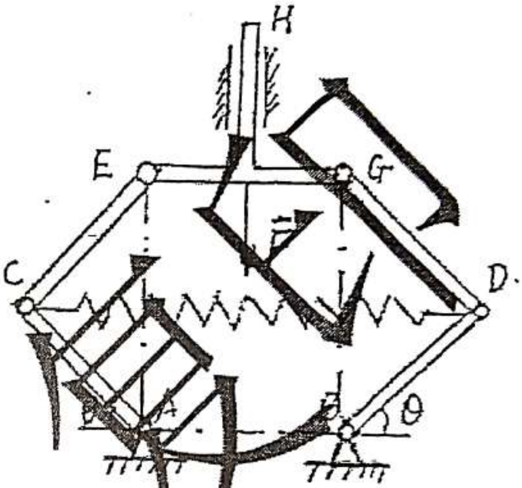
图示两相同均质杆，质量均为m，长度均为l，在图示水平位置静止释放，用动静法求此瞬时两杆的角加速度。（用其他方法做不给分）

二手市场Q群
731429909



六、计算题（10 分）

不计图示平面机构各构件自重，T 型杆限制在铅直光滑导槽内，在T 型杆上作用一铅直向下的力 $\overline{F}$，尺寸 $AB=EG=AC=CE=BD=DG=l$，水平弹簧刚度系数为 k，原长为$2l$。系统在$\theta=45^{\circ}$ 位置平衡，用虚位移原理求平衡时的力 F。（用其他方法做不给分）



学号：＿＿＿＿ 班级：＿＿＿＿ 姓名：＿＿＿＿

遵守考试纪律 注意行为规范

哈尔滨工业大学（威海）2016 / 2017 学年 春 季学期

理论力学 试题卷（A）

考试形式（开、闭卷）：闭卷 答题时间：120 （分钟） 本卷面成绩占课程成绩 80 %

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	卷面总分	平时成绩	课程总成绩
分数											

得分	

一、是非题 （对画√，错画×）（每题 2 分，共 10 分）

1. 受平面任意力系作用的刚体，力系的合力为零，刚体就一定平衡。（ ）

2. 一个刚体若动量为零，该刚体就一定处于静止状态。（ ）

3. 质点在常力作用下，一定作匀速直线运动。（ ）

4. 平面图形上任意两点的速度在某固定轴上投影相等。（ ）

5. 质点系对某定点动量矩守恒，则对过该点的任意轴也守恒。（ ）

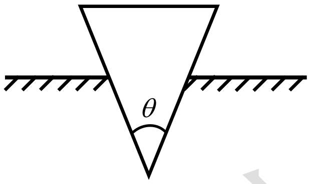
得分	

二、选择题 （每题 2 分，共 10 分）

1、若要在已知力系上加上或减去一组平衡力系，而不改变原力系的作用效果，则它们所作用的对象必需是（ ）

(A) 同一个刚体系统；
(B) 同一个变形体；
(C) 同一个刚体，原力系为任何力系；
(D) 同一个刚体，且原力系是一个平衡力系。

2、如图所示若尖劈两侧与槽之间的摩擦角均为φ_m，则欲使尖劈被打入后不致自动滑出，θ角应满足　(　　　)



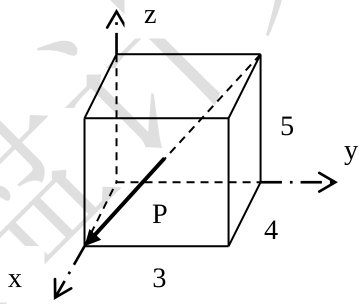
(*A*)　$\theta \leqslant \varphi_m$

(*B*)　$\theta \geqslant \varphi_m$

(*C*)　$\theta \leqslant 2\varphi_m$

(*D*)　$\theta \geqslant 2\varphi_m$

3、　图示的力分别在 x、y、z 三轴上的投影为（　　　）



(A) X=2√2P/5,　Y=3√2P/10,　Z=√2P/2
(B) X=2√2P/5,　Y= - 3√2P/10,　Z= - √2P/2
(C) X= - 2√2P/5,　Y=3√2P/10,　Z=√2P/2
(D) X= - 2√2P/5,　Y= - 3√2P/10,　Z=√2P/2

4、将刚体平面运动分解为平移和转动，它相对于基点 A 的角速度和角加速度分别用ω_A和ε_A表示，而相对于基点 B 的角速度和角加速度分别用ω_B和ε_B表示，则正确的是（　　　　）

(A)　　$\omega_A=\omega_B$，　$\varepsilon_A=\varepsilon_B$；

(B)　　$\omega_A=\omega_B$，　$\varepsilon_A\neq\varepsilon_B$；

(C)　　$\omega_A\neq\omega_B$，　$\varepsilon_A=\varepsilon_B$；

(D)　　$\omega_A\neq\omega_B$，　$\varepsilon_A\neq\varepsilon_B$.

5、 以下几种说法中，正确的是（　　）

(A) 当刚体绕定轴转动时，惯性力系的合力必作用在其质心上；

(B) 当刚体作平移运动时，惯性力系的合力必作用在其质心上；

(C)即使惯性力系的主矢等于零时，惯性力系的主矩与简化中心的位置也有关；

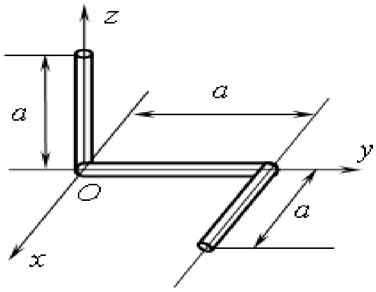
(D) 当刚体绕定轴转动时，惯性力系的主矩的大小等于$J_Z\alpha$。

三、填空题　（每题 3 分，共 12 分）

得分

1、 图示匀质等截面金属细弯管的重心坐标

x_c ＝（　　　　　　），y_c ＝（　　　　　　），z_c ＝（　　　　　　　　）

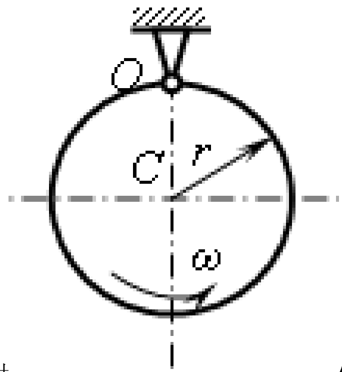


2、图示均质圆盘质量为 m，半径为 r，圆心为 C，绕垂直于圆盘的 定轴 O 以角速度ω转动，则：

圆盘的动量为（　　　　　　）

圆盘对 O 轴的动量矩 L_0 大小为（　　　）

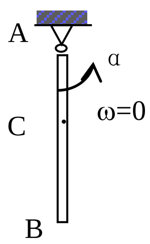
圆盘的动能为（　　　　　　）



3、图示均质细杆 AB 长为 L，质量为 m，绕 A 轴作定轴转动。设 AB 杆在图示铅直位置的角速度ω=0，角加速度为α 。则此时，AB 杆惯性力系向质心 C 简化的结果是：

惯性力系主矢大小为 F_I =（　　　　　　）

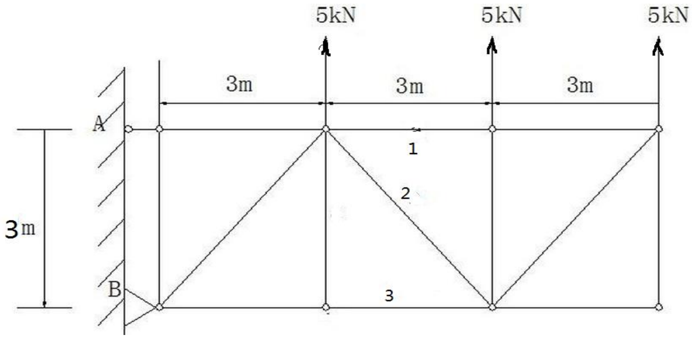
惯性力系的主矩大小为 M_I =（　　　　　　）



并在图中标处主矢的指向和主矩的转向

4、图示桁架结构 1、2、3 杆的内力分别是

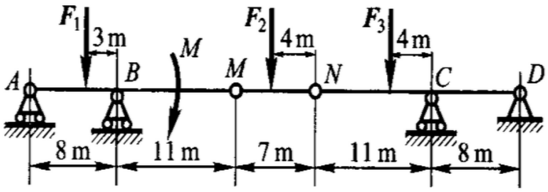
F_1 =（　　　　　　　），F_2 =（　　　　　　　），F_3 =（　　　　　　　）



四、 计算题 （8 分）

得分

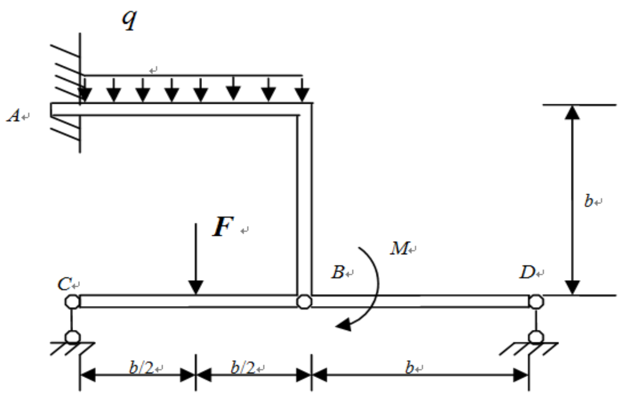
用**虚位移原理**求图示无重组合梁中支座A的约束力。（注意：**其它方法不得分**）



五、 计算题 （20 分）

得分

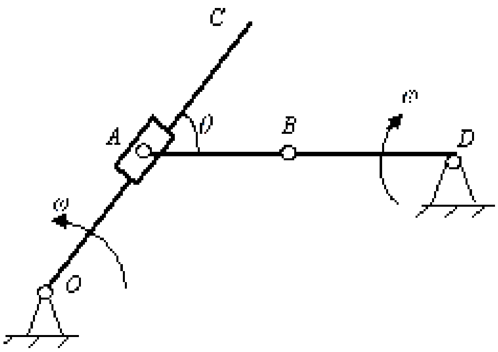
如图所示结构，由 AB，BC，BD 三根杆组成，q＝4 kN/m，力偶矩 M＝8 kN•m，F=4 kN，b=2 m。求 A 端的约束力及销钉 B 对 AB 杆的约束力。



六、计算题 （20 分）

得分	

如图所示平面机构中，摇杆 *OC* 以匀角速度 ω 转动，套管 *A* 可沿 *OC* 滑动，曲柄 *BD* 以相同的匀角速度 ω 转动，但转动方向相反， *AB*=*BD*=*l*，在图示瞬时，连杆 *AB* 与曲柄 *BD* 在同一水平线上，$\theta = 45^\circ$，$OA = \sqrt{2}\, l$，求此时套管 *A* 相对于摇杆 *OC* 的相对速度与相对加速度。



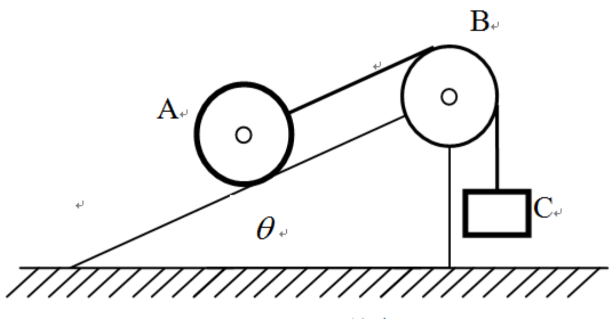
七、计算题 （20 分）

得分	

如下图所示，滚子 A 沿倾角为 θ=30^0 的固定斜面作纯滚动。滚子 A 通过一根跨过定滑轮 B 的绳子与物块 C 相连。滚子 A 与定滑轮 B 都为均质圆盘，半径相等均为 r，滚子 A、定滑轮 B 和物块 C 的质量相等均为 m，绳子的质量忽略不计。系统由静止开始运动，试求：

（1）物块 C 的加速度；

（2）绳子对滚子 A 的张力和固定斜面对滚子 A 的摩擦力。



学号：________ 班级：________ 姓名：________

遵守考试纪律 注意行为规范

哈尔滨工业大学（威海）2015 / 2016 学年 春 季学期

理论力学 试题卷（A）

考试形式（开、闭卷）：闭卷 答题时间：120（分钟） 本卷面成绩占课程成绩 80 %

题号	一	二	三	四	五	六	七	卷面总分	平时成绩	课程总成绩
分数										

一、选择题（每题 5 分，共 25 分）

得分

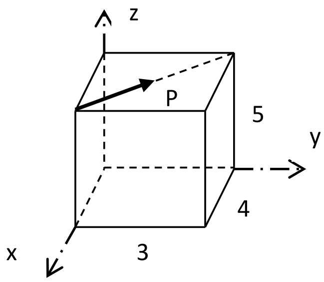
1、图示的力分别对 x、y、z 三轴之矩为 （ ）

(A) $m_x(F) = -3P$, $m_y(F) = -4P$, $m_z(F) = 2.4P$;

(B) $m_x(F) = 3P$, $m_y(F) = 0$, $m_z(F) = -2.4P$;

(C) $m_x(F) = -3P$, $m_y(F) = 4P$, $m_z(F) = 0$;

(D) $m_x(F) = 3P$, $m_y(F) = 4P$, $m_z(F) = -2.4P$;



2、点沿其轨迹运动时，以下四种说法正确的是（ ）

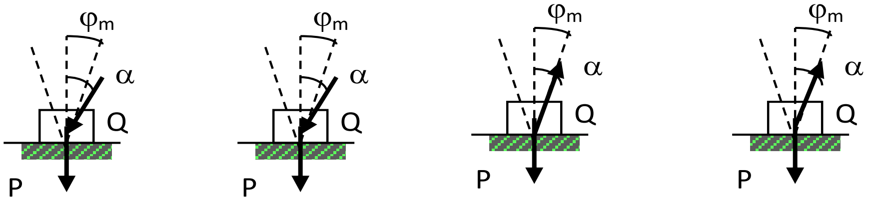
(A) 若 $a_\tau \equiv 0$、，$a_n \neq 0$ 则点作变速曲线运动；

(B) 若 $a_\tau =$ 常量、$a_n \neq 0$，则点作匀变速曲线运动；

(C) 若 $a_\tau \neq 0$、$a_n \equiv 0$，则点作变速曲线运动；

(D) 若 $a_\tau \neq 0$、$a_n \equiv 0$，则点作匀速直线运动。

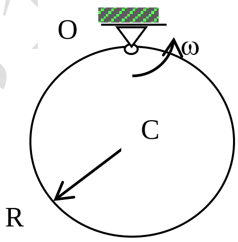
3、已知物块重为 P，放在地面上，物块与地面之间有摩擦，其摩擦角为φ_m=20°，物块受图示 Q 力的作用，若 Q=P，以下四种情况，说法正确的是（　　　）



(A)α=25°，一定不平衡　　(B)α=25°，一定平衡　　(C)α=20°，临界平衡　　(D)α=20°，一定平衡

4、图示一均质圆盘以匀角速度ω绕其边缘上的 O 轴转动，已知圆盘的质量为 m，半径为 R，则它对 O 轴的动量矩 L_O 大小为（　　　）

(A) $3mR^2\omega/2$
(B) $mR^2\omega$
(C) $mR^2\omega/2$
(D) $mR^2\omega/3$



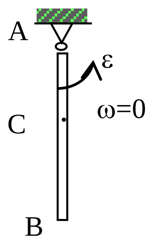
5、图示均质细杆 AB 长为 L，质量为 m，绕 A 轴作定轴转动。设 AB 杆在图示铅直位置的角速度ω=0，角加速度为ε。此时，AB 杆惯性力系简化的结果是（　　　）

(A) F_I=mLε/2（←，作用于 A 点），M_I=0（顺时针向）

(B) F_I=mLε/2（←，加在质心 C），M_I=$mL^2\varepsilon/3$（顺时针向）

(C) F_I=mLε/2（←，加在 A 点），M_I=$mL^2\varepsilon/12$（顺时针向）

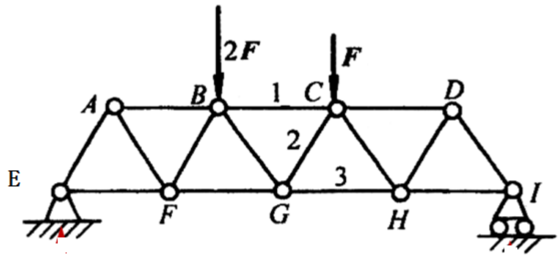
(D) F_I=mLε/2（←，加在质心 C），M_I=$mL^2\varepsilon/12$（顺时针向）



二、 计算题 （7 分）

得分

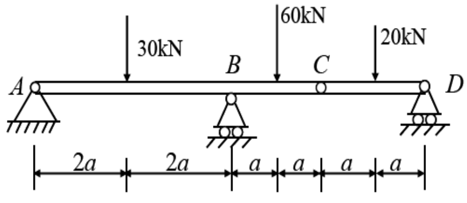
试求如图所示各桁架上 1、2、3 杆的内力。图中各杆的长度相等。



三、 计算题 （8 分）

得分

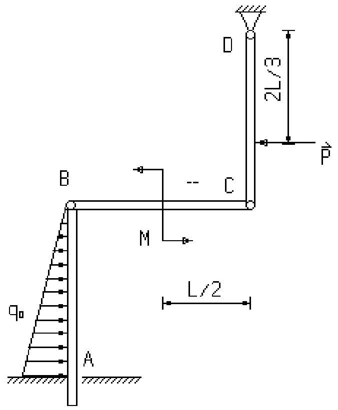
一组合梁如图所示，梁上作用三个铅垂力，分别为30kN，60kN和20kN；求支座B处的约束力。用**虚位移原理求解**（注意：**其它方法不得分**）



四、 计算题 （16 分）

得分

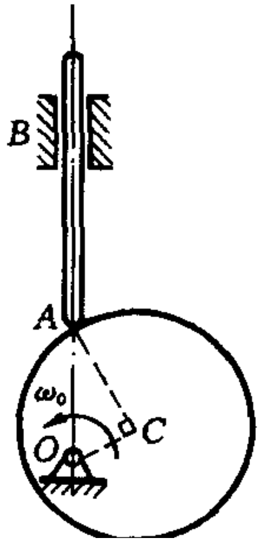
两根铅直杆 AB、CD 与梁 BC 铰接，B、C、D 均为光滑铰链，A 为固定端约束，各梁的长度均为 L=2m，受力情况如图。已知：P=6kN，M=4kN·m，q_0=3kN/m,试求固定端 A 及铰链 C 的约束反力。



五、计算题 （16 分）

得分	

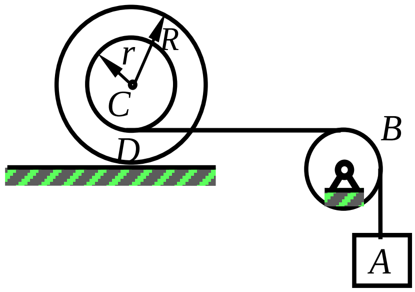
图示偏心凸轮的偏心距 $OC = e$，轮半径 $r=\sqrt{3}e$。凸轮以匀角速度ω_0绕 O 轴转动。设某瞬时 OC 与 CA 成直角。试求此瞬时从动杆 AB 的速度和加速度。



六、计算题　（20 分）

得分	

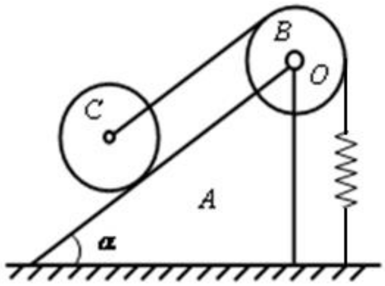
如图所示的均质塔轮的质量 m，外轮半径 R，内轮半径 r，对其中心轴的惯性半径 ρ。今在塔轮的内圆上绕一软绳，绳的另一端通过定滑轮 B 悬挂质量为 m_A 的重物，塔轮沿水平面纯滚动，不计滚动阻力和滑轮 B 及软绳的质量。试求塔轮的角加速度、绳的张力和水平面对塔轮的摩擦力。



七、计算题（8 分）

得分	

在图示机构中，滚子 C 质量为 m ，鼓轮 质量为 m ，半径均为 r，可视为均质圆盘。弹簧弹性系数为 k。固定斜面与水平面夹角为 α，滚子在斜面只滚不滑，不计滚动摩擦力偶矩及绳子质量。试用拉格朗日方程确定系统的振动微分方程，并求系统的固有角频率。

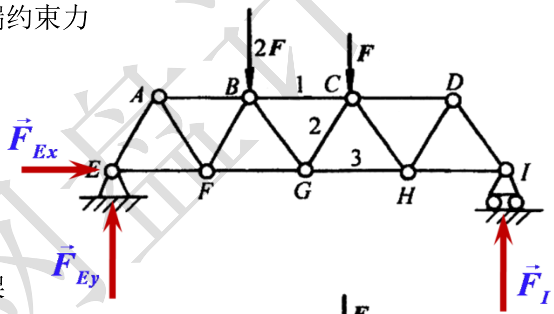


2015/ 2016 学年 春 季学期理论力学试题参考答案（A）

一、

1、(a)

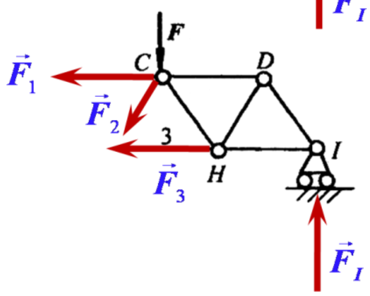
2、(B)
3、(b)
4、(a)
5、(　 D)
二、(7 分)
（1）取整体画受力图，列平衡方程，求一端约束力



$\sum M_E(\vec{F})=0,$
$F_I\cdot 4a-F\cdot 2.5a-2F\cdot 1.5a=0$

解方程，得：$F_I=\dfrac{11}{8}F$

（2）用截面法截断 1、2、3 杆，取右半桁架为研究对象，画受力图，列平衡方程，求 1、2、3 杆的内力。



$\sum F_y=0,\ F_I-F_2\cdot\sin 60^\circ-F=0$

解得：$F_2=\dfrac{F_I-F}{\sin 60^\circ}=(\dfrac{11}{8}-1)F\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=0.433F$

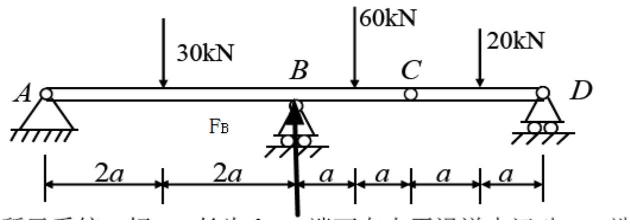
$\sum M_G(\vec{F})=0,\quad F_1\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}a-F\times\dfrac{1}{2}a+F_I\times 2a=0$，解得：

$F_1=(\dfrac{1}{2}-\dfrac{11}{4})F\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=-2.598F$

$\sum M_C(\vec{F})=0,\ F_I\times 1.5a-F_3\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}a=0$，解得：$F_3=\dfrac{11}{8}F\times 1.5\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=2.382F$。

三、(8 分)
解：解除支座 B 约束，以力 F_B 代替，

如图示



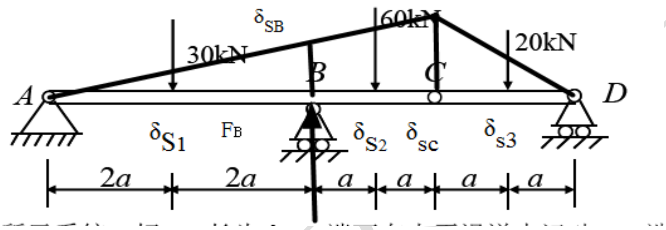
给定虚位移 δs_1、δs_2、δs_3、δs_B、δs_c

由虚位移原理 $\sum \delta W = 0$ 有

$$-30\delta s_1 + F_B \delta s_B - 60\delta s_2 - 20\delta s_3 = 0$$

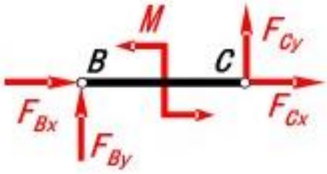
$$\delta s_B = 2\delta s_1、\delta s_2 = \frac{5}{2}\delta s_1、\delta s_c = 3\delta s_1、\delta s_3 = \frac{1}{2}\delta s_1$$

代入得：$F_B = 105kN$



四、

解：（1）取*BC*分析

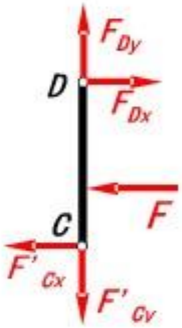


$$\sum M_B(\boldsymbol{F})=0:\ M+F_{Cy}\cdot l=0$$

$$F_{Cy}=-\frac{M}{l}=-2\ \text{kN}$$

求得结果为负说明与假设方向相反。

（2）取*CD*分析

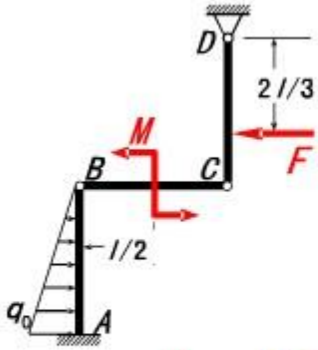


$$\sum M_D(\boldsymbol{F})=0:\ -F'_{Cx}\cdot l-F\cdot\frac{2l}{3}=0$$

$$F'_{Cx}=-\frac{2}{3}F=-4\ \text{kN}$$

求得结果为负说明与假设方向相反。

(3) 取*AB*、*BC*分析

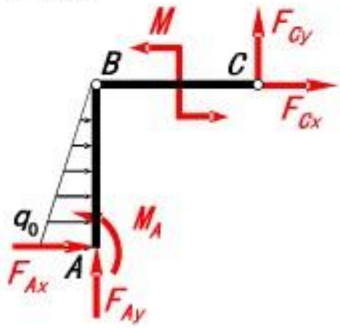


$$\sum F_x=0:\quad F_{Cx}+F_{Ax}+\frac{1}{2}ql=0$$

$$F_{Ax}=-F_{Cx}-\frac{1}{2}ql=-(-4)-\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 2=1\ \text{kN}$$

$$\sum F_y=0:\quad F_{Ay}+F_{Cy}=0$$

$$F_{Ay}=-F_{Cy}=-(-2)=2\ \text{kN}$$



$$\sum M_A(\boldsymbol{F})=0:$$

$$M_A+M-\frac{1}{2}ql\cdot\frac{1}{3}l+F_{Cy}\cdot l-F_{Cx}\cdot l=0$$

$$M_A=-6\ \text{kN}\cdot\text{m}$$

求得结果为负说明与假设方向相反，即为顺时针方向。

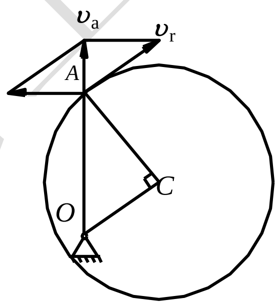
五、

解： 1．动点：*A*（*AB* 上），动系：轮 *O*，绝对运动：直线，相对运动：圆周，牵连运动：定轴转动。

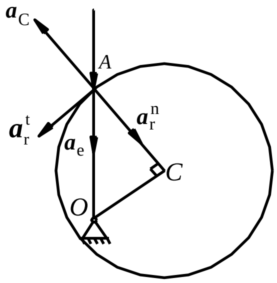
2．$\boldsymbol{v}_a=\boldsymbol{v}_e+\boldsymbol{v}_r$（图 a）

$$v_e=2e\omega_0,\quad v_a=v_e\tan 30°=\frac{2\sqrt{3}}{3}e\omega_0\ (\uparrow),\quad v_r=2v_a=\frac{4\sqrt{3}}{3}e\omega_0$$

3．$\boldsymbol{a}_a=\boldsymbol{a}_e+\boldsymbol{a}_r^n+\boldsymbol{a}_r^t+\boldsymbol{a}_C$（图 b）



(a)



(b)

向 $\boldsymbol{a}_r^n$ 投影，得

$$a_a\cos 30°=a_e\cos 30°+a_r^n-a_C$$

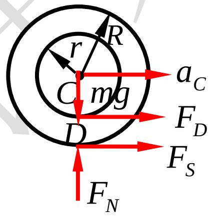
$$a_{\mathrm{a}}=a_{\mathrm{e}}+\frac{a_{\mathrm{r}}^{\mathrm{n}}-a_{\mathrm{C}}}{\cos 30°}=2e\omega_{\mathrm{e}}^{2}+\frac{2}{\sqrt{3}}(\frac{v_{\mathrm{r}}^{2}}{\sqrt{3}e}-2\omega_{0}v_{\mathrm{r}})$$

$$=2e\omega_{0}^{2}+\frac{2}{\sqrt{3}}(\frac{16}{3\sqrt{3}}e\omega_{0}^{2}-2\omega_{0}\frac{4\sqrt{3}}{3}e\omega_{0})=\frac{2}{9}e\omega_{0}^{2}\quad(\downarrow)$$

六、解：(1) 由 $\mathrm{d}T/\mathrm{d}t=\delta W$，得 $\delta W=m_{A}gv_{A}\mathrm{d}t=m_{A}g(R-r)\mathrm{d}t$

$$dT=d[\frac{1}{2}m(\rho^{2}+R^{2})\omega^{2}+\frac{1}{2}m_{A}v_{A}^{2}]$$

$$=d\{\frac{1}{2}[m(\rho^{2}+R^{2})+m_{A}(R-r)^{2}]\omega^{2}\}$$



$$[m(\rho^{2}+R^{2})+m_{A}(R-r)^{2}]\omega\alpha=m_{A}g(R-r)\omega$$

$$\alpha=\frac{m_{A}g(R-r)}{m(\rho^{2}+R^{2})+m_{A}(R-r)}$$

$$a_{C}=R\alpha=\frac{m_{A}gR(R-r)}{m(\rho^{2}+R^{2})+m_{A}(R-r)}$$

(2) 研究塔轮

$$ma_{C}=F_{D}-F_{s}$$

$$m(\rho^{2}+R^{2})\alpha=F_{D}(R-r)$$

得 $F_{D}=\dfrac{m(\rho^{2}+R^{2})}{R-r}\alpha$， $F_{S}=\dfrac{m(\rho^{2}+Rr)}{R-r}\alpha$

七、此为单自由度系统，以弹簧相对静平衡位置伸长量 x 为广义坐标，取静平衡位置为系统势能 0 点

$$\mathrm{T}=\frac{3}{4}\mathrm{m}\dot{\mathrm{x}}^{2}+\frac{1}{4}\mathrm{m}\dot{\mathrm{x}}^{2}=\mathrm{m}\dot{\mathrm{x}}^{2}$$

$$V=\frac{1}{2}k（x）^{2}$$

$$L=T-V=m\dot{x}^{2}-\frac{1}{2}k（x）^{2}$$

代入$\frac{\mathbf{d}}{\mathbf{d}t}(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k})-\frac{\partial L}{\partial q_k}=0$可得$2m\ddot{x}+kx=0$

$$\omega_0=\sqrt{\frac{k}{2m}}$$

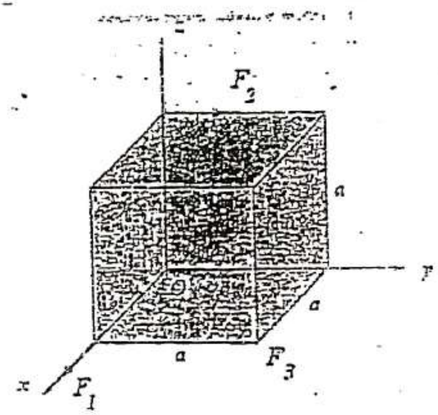
哈工大 2015 年 秋 季学期

理论力学Ⅰ、Ⅱ期末考试试题

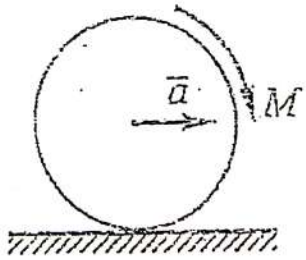
题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
分数											

一、 正确解答下列各题（15 分）

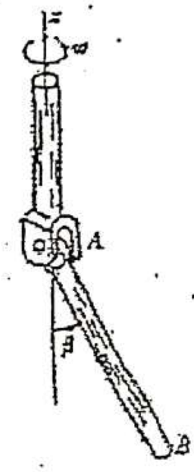
1. 如图所示，在边长为 a 的正方体的三个棱边上分别作用有力 F_1，F_2，F_3，且 $F_1=F_2=F_3=F$，试求该力系向 O 点简化的结果，该力系能否简化成一个合力？为什么？（5 分）



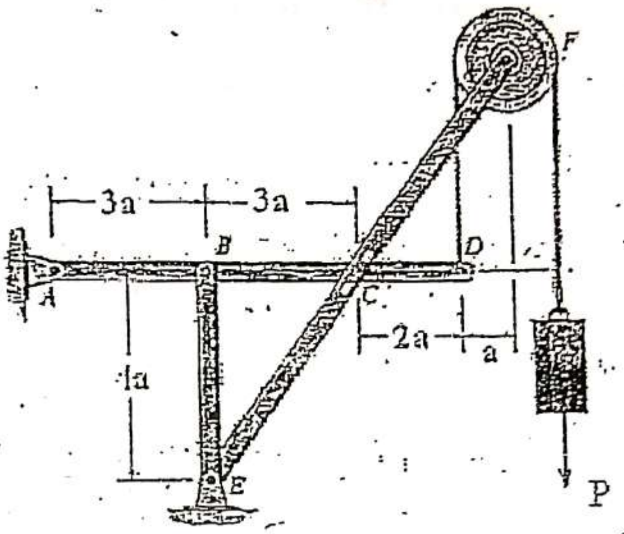
2. 质量为 m、半径为 R 的均质圆轮，在力偶 M 的作用下沿水平直线粗糙地面作纯滚动。试求轮心的加速度 a 以及圆轮所受的静滑动摩擦力的大小与方向（5 分）



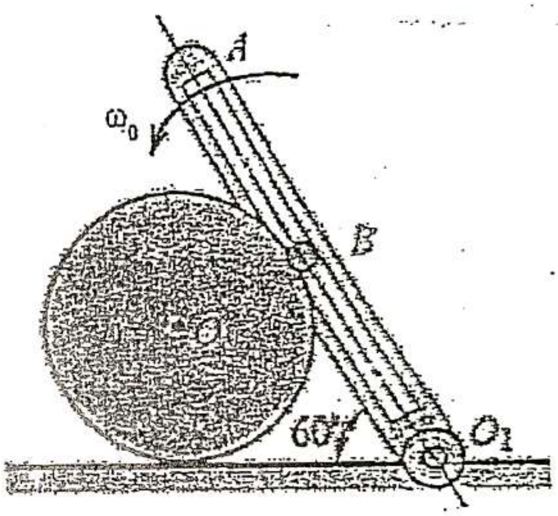
3. 图示均质杆 AB 长为 l，质量为 m，以等角速度 ω 绕铅直 z 轴转动。求杆与铅直线的交角 β（5 分）。



二、　图示结构，已知悬挂重物重量为 P，A、B、E、F 为铰链连接，销钉 C 可以在 EF 杆滑槽内滑动。各构件尺寸如图所示，自重忽略不计。试求铰链 A、B 处的约束力（15 分）

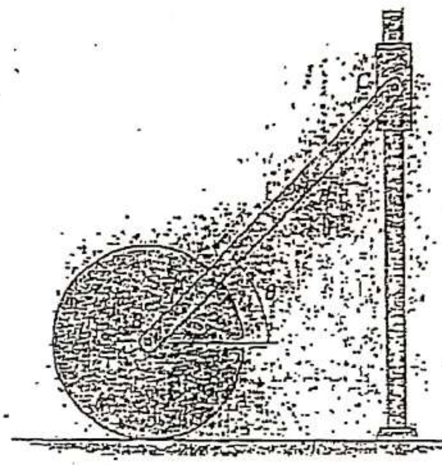


三、 如图所示，摇杆 O_1A 以匀角速度 ω_0 绕 O_1 轴定轴转动。轮 O 在水平面上滚动而不滑动，轮缘上固连销钉 B，此销钉可在摇杆 O_1A 的槽内滑动。已知：轮的半径为 R，在图示位置时，AO_1 是轮的切线，摇杆与水平面间的交角为 60°。求轮中心 O 点在该瞬时的速度和加速度（20 分）。

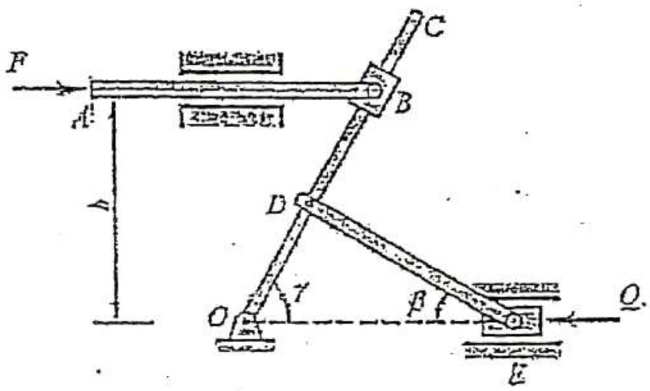


试题：

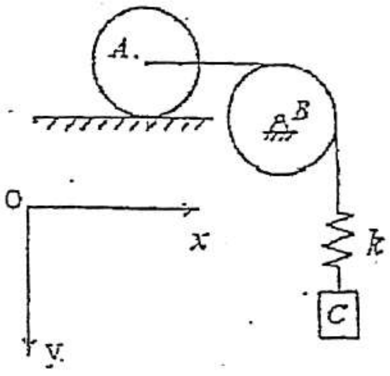
四、图示系统由圆盘 A、细长杆 BC 和套筒 C 组成。圆盘 A 质量为 $2m$、半径为 r，沿水平面做纯滚动；BC 杆质量为 $2m$、长为 $4r$；套筒 C 质量为 m，尺寸忽略不计。系统由初始静止位置（$\theta=45°$）开始释放，忽略套筒与立柱之间的摩擦，求当到达位置 $\theta=0°$ 时，套筒 C 的速度和加速度，以及该瞬时圆盘 A 与地面间的摩擦力（20 分）。



五、图示平面机构中，在 AB 杆和滑块 E 上分别作用有水平力 F 和 Q。套筒 B 与杆 AB 的端点铰接，并套在绕 O 轴转动的杆 OC 上，可沿该杆滑动。已知 AB 和 OE 两平行线间的垂直距离为 b，在图示位置 $\gamma = 60°$，$\beta = 30°$，$OD=BD$。若系统在此位置处于平衡，试利用虚位移原理求力 F 和 Q 之间应满足的关系（15 分）。（其他方法不给分）



六、图示系统在铅垂面内运动。其中均质圆柱体 A、B 质量均为 m_1，半径均为 r，圆柱体 A 在水平面上作纯滚动。在圆柱体 B 上跨过一不可伸长的绳，绳的一端系在圆柱体 A 的质心上，另一端与弹簧相连并悬挂一质量为 m_2 的重物 C，绳与圆柱体 B 之间无滑动，弹簧的刚度系数为 k。当 $x_A = y_C = 0$ 时，弹簧恰好为原长。试选取 x_A，y_C 为广义坐标，用拉格朗日方程建立系统的运动微分方程（15 分）。



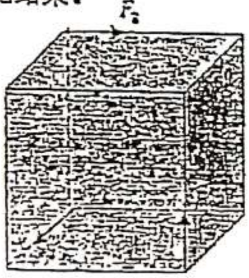
哈尔滨工业大学 2014 学年秋季学期

理 论 力 学（I，II）试 题

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	总分
得分													
阅卷人													

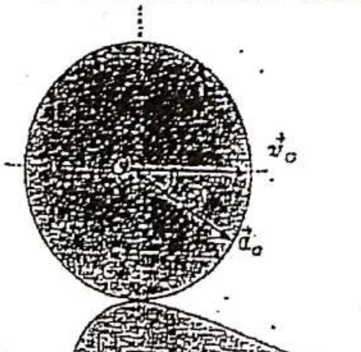
一、计算题（8 分）

图示边长为 a 的正方体上沿三个不相交又不平行的棱上作用有三个大小相等的力 $\vec{F}_1$，$\vec{F}_2$，$\vec{F}_3$，求力系最终的简化结果。



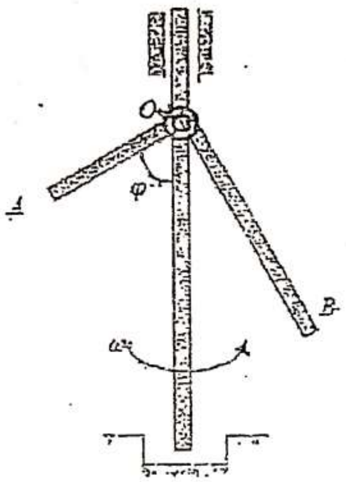
二、计算题（8 分）

如图所示，半径为 R 的车轮沿曲面滚动。已知轮心 O 在某瞬时的速度 $\vec{v}_O$ 和加速度 $\vec{a}_O$，以及二者的夹角 β。试求车轮的角加速度，速度瞬心 C 点的加速度。



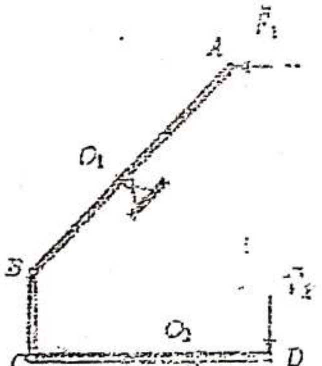
三、计算题（7分）

材料相同的两均质直杆 OA 和 OB，长各为 $OA=a$，$OB=b$，互成直角固结在一起，其顶点 O 与铅直轴以铰链相连，此轴以等角速度ω转动。求杆 OA 与铅垂线的偏角φ与ω的关系。



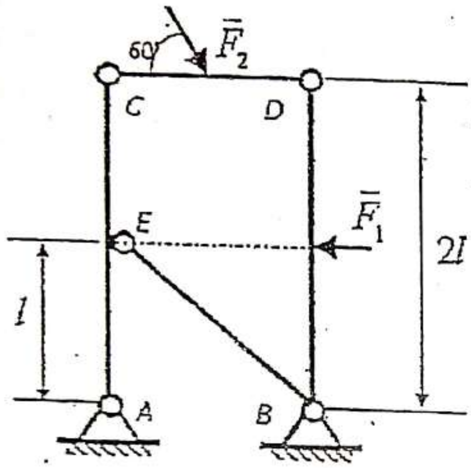
四、计算题（7分）

图示系统中，$O_1A=O_1B=O_2C=l$，$BC=O_2D=l/2$，杆 CD 处于水平，杆 BC 铅垂，杆 AB 与水平夹角为 45°，试求系统平衡时 F_1 和 F_2 的关系。



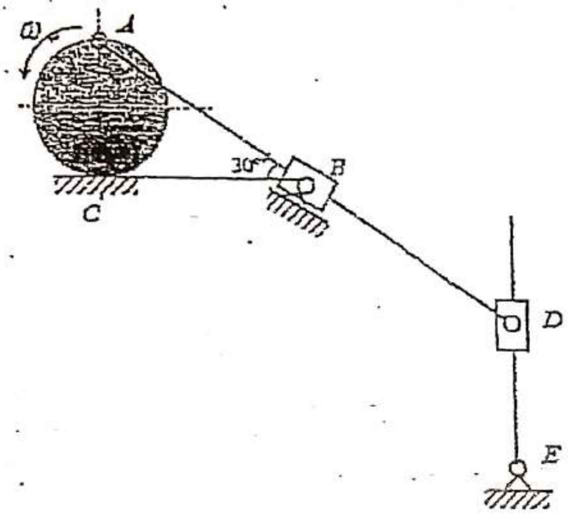
五、计算题（15分）

图示平面机构，各杆自重不计，A，B，C，D，E 皆为铰链。在杆 BD 中点作用力 $\bar{F}_1$；杆 CD 中点作用力 $\bar{F}_2$ 。已知：$CD=l$。试求出杆 BE 所受的力 。



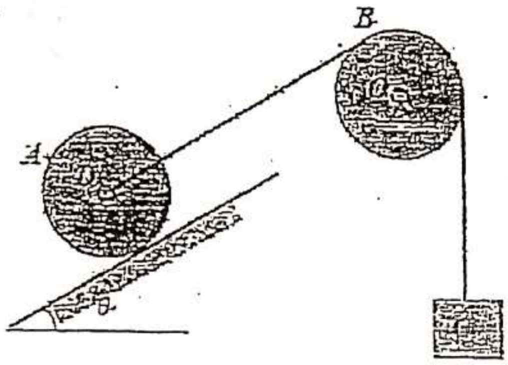
六、计算题（20分）

如图所示平面机构，圆盘半径为 R，以匀角速度 ω 做纯滚动，在 A 点通过铰链连接杆 ABD，杆 ABD 穿过套筒 B，于 D 点通过铰链连接套筒 D，套筒 D 穿过杆 DE，在图示位置，CA，DE 铅垂，BC 水平，$AB=BD$，$DE=2R$，杆 ABD 与水平成角 $30°$。求此瞬时杆 DE 的角速度和角加速度。



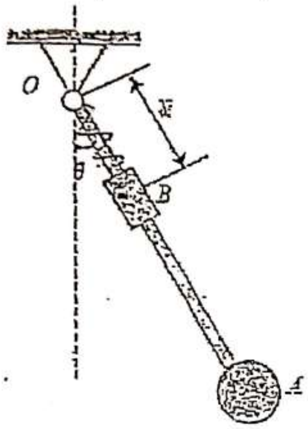
七、计算题（20分）

跨过定滑轮B的绳索，两端分别系在滚子A的中心D和物块C上。滚子A和定滑轮都可看成半径是r、质量为m的均质圆盘，物块C的质量为$m/2$。滚子A在倾角为θ的斜面上做纯滚动。试求：（1）滚子A质心的加速度；（2）绳索AB段的拉力；（3）轴承O处的约束力。



八、计算题（15 分）

长为 l 的细杆 OA，上端铰支在 O 点，下端固结一质量为 m_1 的小球，另一质量为 m_2，系以弹簧的滑块 B，在重力和弹性力作用下，可沿细杆自由滑动，如图所示。已知弹簧的刚度系数为 k，自然长度为 l_0。不计弹簧、细杆的质量以及摩擦，试利用拉格朗日方程求细杆在铅垂面内摆动时系统的运动微分方程。



四六级Q群
741109221

哈尔滨工业大学 2013-2014 学年秋季学期

理论力学（I，II）期末试题（A卷）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八			总分
得分											

判断是非题（每小题 1 分，共 10 分）

1、力矩和力偶矩都是对物体转动效果的度量，所以力矩和力偶矩完全相同。（×）

2、力的平移定理指的是：力可以任意平行移动，不需任何条件。（×）

3、平面汇交力系的平衡方程，只能是两个投影方程。（√）

4、对整体受力分析后，若整体未知量的个数大于独立平衡方程的个数，此系统即为超静定系统。（√）

5、一空间力系中各力作用线分别汇交于两个固定点，则该力系独立平衡方程的个数最多为 6 个。（√）

6、动系角速度向量和相对速度平行时，科氏加速度等于零。（√）

7、车轮沿水平路面纯滚动时，不管轮心运动情况如何，车轮和路面接触点的加速度方向均指向轮心。（√）

8、任意质点系动量与动量矩的改变均与外力有关，而与内力无关。（×）

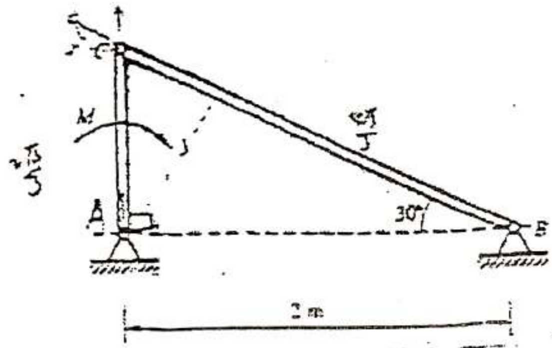
9、对任意质点系，其惯性力系简化的主矢大小与方向，与简化中心位置无关。（√）

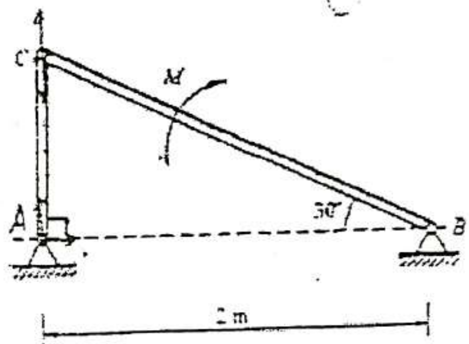
10、虚位移是假想的无限小位移，其与时间以及运动的初始条件无关。（√）

二、填空题（每空2分，共22分）

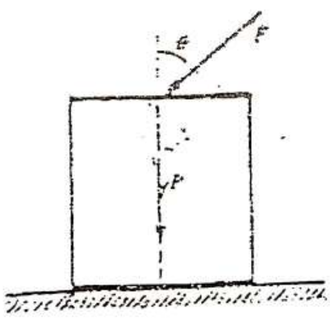
22

1、不计图示平面系统各构件自重，尺寸与角度如图所示，力偶矩 $M=10\text{kN}\cdot\text{m}$。当力偶 M 作用于 AC 杆上时，A 处约束力的大小为（10kN）；当力偶 M 作用于 BC 杆上时，A 处约束力的大小为（5kN）。

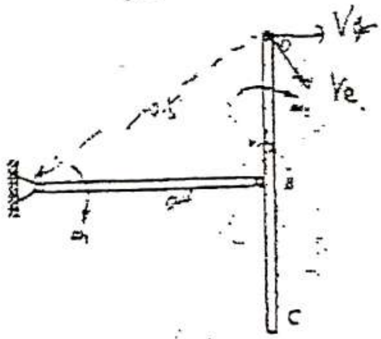




2、如图所示物块重为 P，放在粗糙水平面上，物块与水平面间的摩擦角为 $\varphi_f=20^\circ$，力 F 的大小等于 P。若角 $\theta=50^\circ$ 时，物块是否保持静止（否）；若角 $\theta=30^\circ$ 时，物块是否保持静止（是）。



题2图



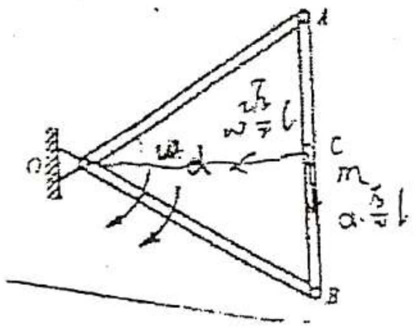
题3图

3、如图所示平面机构，杆 AB 以角速度 $\omega_1=3\text{rad/s}$ 绕轴 A 转动，杆长为40cm。杆 CD 长为60cm，B 为杆 CD 的中点，杆 CD 以相对 AB 杆的角速度 $\omega_2=1\text{rad/s}$ 绕轴 B 转动，图示瞬时 $AB\perp CD$。把动系建于杆 AB 上，动点选为杆 CD 上 D 点，则此时动点 D 的牵连速度大小为（1.5m/s）；此时动点 D 的相对速度大小为（0.3m/s）。

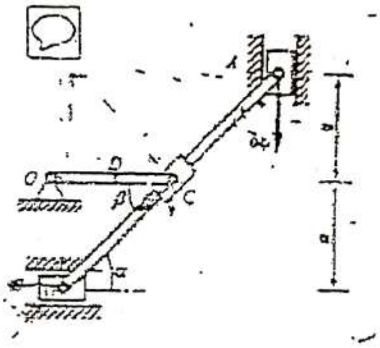
姓名________ 学号________ 院系________

密 封 线

4、图示为一等边三角形构架，边长均为 l，不计 OA、OB 杆的质量，均质杆 AB 的质量为 m，此构架以角速度 ω 和角加速度 α 绕轴 O 转动。把此杆的惯性力系向轴 O 处简化，则切向惯性力主矢大小为（ $\frac{\sqrt{3}}{2} l\alpha$ ）；法向惯性力主矢大小为（ $\frac{\sqrt{3}}{2}\omega^2 l$ ）；惯性力系主矩大小为（ $\frac{5}{6} m l^2\alpha$ ）。



题 4 图



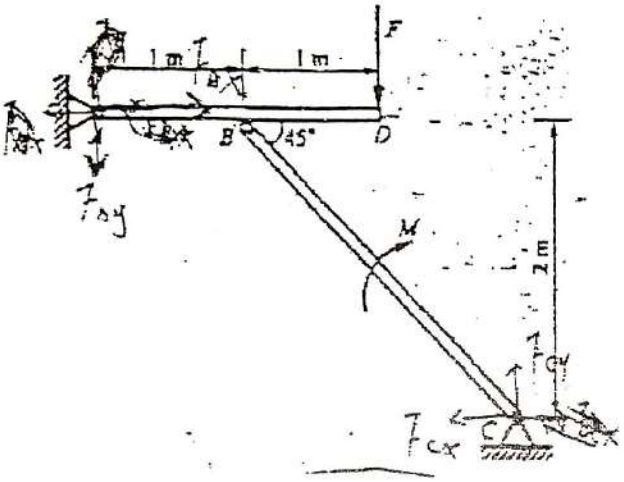
题 5 图

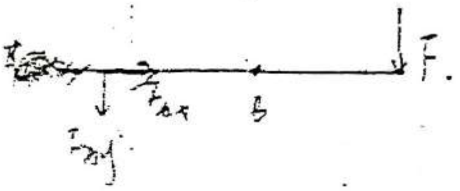
5、图示平面机构，角度 $\alpha=\beta=45^{\circ}$，尺寸 a 如图所示。若点 A 的虚位移为 δr_A，则点 B 的虚位移 δr_B 大小为（ δr_A ）； OC 杆上中点 D 的虚位移 δr_D 大小为（ 0 ）。

竞赛交流群
189868951

三、计算题（18 分）

不计图示平面结构各构件自重，尺寸如图所示，铅直力 $F=40\text{kN}$，力偶矩 $M=20\text{kN}\cdot\text{m}$，求支座 A、C 处的约束力。





解 整体分析 $\Sigma F_x = F_{Ax} - F_{Cx} = 0$

$\Sigma F_y = F_{Cy} - F_{Ay} - F = 0$.

$\Sigma M_C = -F_{Ax}\cdot 2 + F_{Ay}\cdot 3 + F\cdot 1 - M = 0$

讨论杆段 AD.

$\Sigma M_B = F_{Ay}\cdot 1 - F\cdot 1 = 0$

$\therefore F_{Ay} = F = 40\text{kN}$ $\therefore F_{Cy} = 2F = 80\text{kN}$

$F_{Ax} = 70\text{kN}$ $\therefore F_{Cx} = 70\text{kN}$

解得. $F_{Ax} = 70\text{kN}$ $F_{Ay} = 40\text{kN}$ 方向如图

$F_{Cx} = 70\text{kN}$ $F_{Cy} = 80\text{kN}$ 方向如图.

网盘计划 Q群953062322

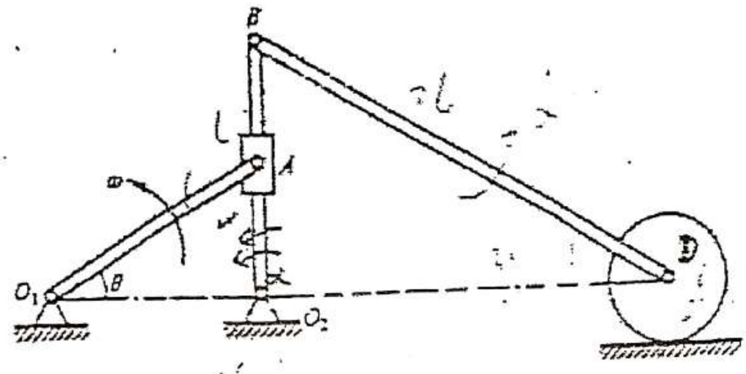
姓名________ 院系________

密 封 线

四、计算题（20 分）

轮D作纯滚动

图示平面机构，O_1A 杆以匀角速度 ω 绕轴 O_1 转动，尺寸为 $O_1A = O_2B = l$，$BD = 2l$，轮 D 的半径 $r = \frac{l}{4}$。当 $\theta = 30^\circ$ 时，求 BD 杆的角速度和角加速度；轮 D 的角速度和角加速度。



解 如图① $\bar{v}_a = \bar{v}_e + \bar{v}_r$ ∴ $v_e = v_a \sin\theta = \frac{1}{2}\omega l$

$v_r = \frac{\sqrt{3}}{2}\omega l$ 又∵ $v_e = \omega_{O_2B}\cdot O_2A$

∴ $\omega_{O_2B} = \frac{v_e}{O_2A} = \omega$

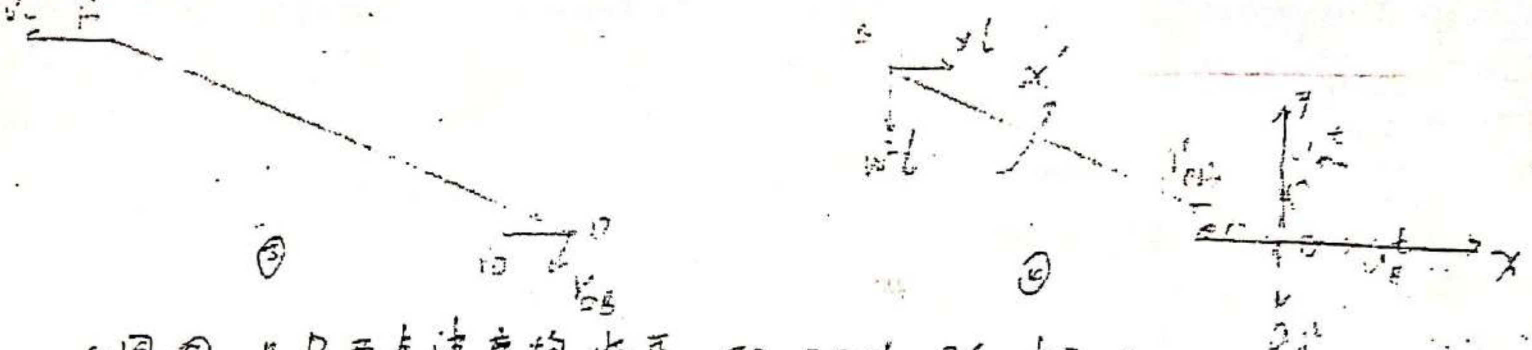
如图② $a_a = a_e^n + a_e^t + a_C + a_r$

大小 $\omega^2 l$ $\omega^2\frac{l}{2}$ $\frac{l}{2}\alpha$ $2\omega v_r$?

方向 ✓ ✓ ✓ ✓ ✓

∴ $a_a\cos30^\circ = \frac{l}{2}\alpha + 2\omega\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\omega l$

∴ $\alpha = -\sqrt{3}\omega^2$ 即与所标方向相反



如图ⓑ B.D两点速度均水平，即 BD杆瞬时平动

$V_D = V_B + V_{DB} = V_B$ $\therefore V_{DB} = 0$ $\therefore \omega_{BD} = 0$

$\therefore V_D = V_B = \omega l$ 又∵ 轮D作纯滚动

$\therefore \omega_D \cdot r = V_D = \omega l$ $\therefore \omega_D = 4\omega$

如图ⓒ $a_D = a_B^n + a_B^t + a_{DB}^n + a_{DB}^t$

大小	?	$\omega^2 l$	$\sqrt{3}\omega^2 l$	0	$2\alpha' l$
方向	✓	✓	✓	✓	✓

向y轴投影 $a_{DB}^t \cos\theta = a_B^n$ $\therefore \alpha' = \frac{\sqrt{3}}{3}\omega^2$

$\therefore a_D = a_B^t + a_{DB}^t \sin\theta = \frac{4}{3}\sqrt{3}\omega^2 l$

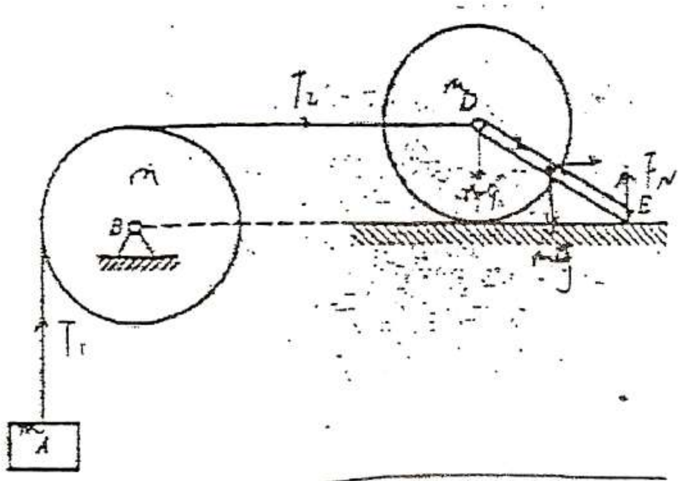
又∵ $a_D = \alpha_D \cdot r$ $\therefore \alpha_D = \frac{16\sqrt{3}}{3}\omega^2$

$\therefore$ BD杆 $\omega_{BD} = 0$ $\alpha_{BD} = \alpha' = \frac{\sqrt{3}}{3}\omega^2$

轮D $\omega_D = 4\omega$, $\alpha_D = \frac{16\sqrt{3}}{3}\omega^2$

五、计算题（20 分）

图示平面系统，质量为m的重物A由不可伸长的绳索经定滑轮B带动轮D做纯滚动，两轮均可视为均质圆盘，质量均为m，半径均为R，均质细长杆DE长为$2R$，质量也为m，D端与轮心铰接，E端与地面间无摩擦，系统初始静止。求重物A下降任意高度h时，重物的速度和加速度，两轮间绳索的拉力，地面对杆端E的约束力。



考德交流群
189868951

解：设重物A下降h后，A的速度为V

DE杆平动

$\omega_D = \omega_B = \frac{V}{R}$ $\qquad V_D = V_{DE} = V_A = V$

$T_0 = 0$ $\qquad T = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}J\omega_D^2 + \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}J\omega_B^2 + \frac{1}{2}mV^2$

$= \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{4}mV^2 + \frac{3}{4}mV^2 + \frac{1}{2}mV^2$

$= 2mV^2$

$W = mgh$

$\because T - T_0 = W$ $\qquad \therefore 2mV^2 = mgh$

$V = \sqrt{\frac{gh}{2}}$ $\qquad \frac{\partial(T-T_0)}{\partial t} = 4mV\cdot\frac{\partial V}{\partial t} = 4mV\cdot a = \frac{\partial W}{\partial t} = mg\frac{\partial h}{\partial t} = mgV$

$\therefore a = \frac{g}{4}$

$mg - T_1 = ma$

$T_1 = m(g-a) = \frac{3}{4}mg$

$(T_1 - T_2)R = J\alpha \qquad \alpha = \frac{a}{R} = \frac{g}{4R}$

$T_2 = T_1 - \frac{1}{2}mR^2\cdot\frac{a}{R^2} = T_1 - \frac{1}{2}ma = T_1 - \frac{1}{8}mg = \frac{5}{8}mg$

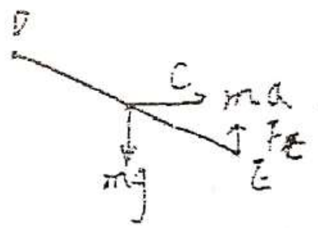
$\therefore \cancel{v=\sqrt{\frac{gh}{2}}} \qquad v = \sqrt{\frac{gh}{2}}$

$a = \frac{1}{4}g$

$T_1 = \frac{3}{4}mg$

$T_2 = \frac{5}{8}mg$

经验证
当 $a = \frac{g}{4}$ 时



由达朗贝尔原理知.

$\sum M_O = ma\cdot\frac{R}{2} + F_E\cdot\sqrt{3}R - mg\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}R = 0$

$\therefore F_E = \frac{(\sqrt{3}-\frac{1}{4})mg}{2\sqrt{3}} > 0$

∴ 杆OE 没有脱离地面

即杆OE 重力没有作功.

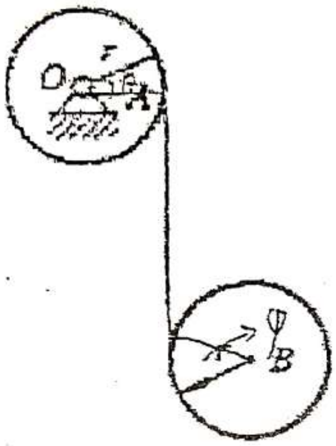
得结论 $a = \frac{g}{4}$ 正确.

院系________ 学号________ 姓名________

密 封 线

六、计算题（10分）

图示系统中，两均质圆柱的质量均为m，半径均为r，由不计质量不可伸长的细绳连接如图，系统初始静止，绳的直线段铅直。要求用拉格朗日方程求两轮的角加速度。（用其他方法做不给分）



解 此系统有两个自由度，设 θ, φ 为广义坐标

初始动能 $T_0=0$

$$T=\frac{1}{2}J(\dot\theta)^2+\frac{1}{2}m(\dot\theta r+\dot\varphi r)^2+\frac{1}{2}J(\dot\varphi)^2$$

$$=\frac{1}{4}mr^2\dot\theta^2+\frac{1}{2}mr^2(\dot\theta+\dot\varphi)^2+\frac{1}{4}mr^2\dot\varphi^2$$

令初始势能 $V_0=0$

$$\therefore V=-mg(\theta r+\varphi r)$$

$$\therefore L=T-V=\frac{1}{4}mr^2(\dot\theta^2+\dot\varphi^2)+\frac{1}{2}mr^2(\dot\theta+\dot\varphi)^2+mgr(\theta+\varphi)$$

$$\therefore \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial\dot\theta}\right)-\frac{\partial L}{\partial\theta}=0 \quad ①$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial\dot\varphi}\right)-\frac{\partial L}{\partial\varphi}=0 \quad ②$$

①化简得 $\frac{3}{2}\ddot{\theta}+\ddot{\varphi}=\frac{g}{r}$

②化简得 $\frac{3}{2}\ddot{\varphi}+\ddot{\theta}=\frac{g}{r}$

$$\therefore\ \ddot{\theta}=\ddot{\varphi}=\frac{2g}{5r}$$

$$\therefore\ \alpha_o=\alpha_B=\frac{2g}{5r}$$

哈工大 2012 年秋季学期

理论力学期末考试试题(闭卷)

(64 学时)

班号	
学号	
姓名	

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
分数											

注意行为规范

遵守考场纪律

主管领导审核签字

一、是非判断题（10 分）

1、任意力系向某点简化，因主矢等于每一分力的矢量和，所以主矢一定是该力系的合力。 （ ✗ ）

2、两接触面粗糙且存在正压力，则摩擦力必定不等于零。 （ ✗ ）

3、列汇交力系的平衡方程时，所选坐标轴必须互相垂直。 （ ✗ ）

4、刚体定轴转动不是刚体的平面运动。 （ ✗ ）

5、刚体平移时，其各点的轨迹是空间曲线，此刚体的运动是刚体的平面运动。 （ ✗ ）

6、速度瞬心的速度为零，其加速度可能为零，也可能不为零。 （ ✗ ）

7、因可以对任意点 O 计算动量矩 $\vec{L}_O$，所以也可以对任意点 O 使用动量矩定理 $\frac{d\vec{L}_O}{dt}=\sum\vec{M}_O(\vec{F}_i)$。 （ ✗ ）

8、虚位移原理说的是，对处于平衡状态的任意质点系，其平衡条件是 $\sum\vec{F}_i\cdot\delta\vec{r}_i=0$，即所有主动力在所给虚位移中所做虚功之和等于零。 （ ✗ ）

9、包含刚体，对任意质点系，其惯性力系简化的主矢均为 $\vec{F}_{IR}=-m\vec{a}_C$，其作用点与简化中心的位置有关。 （ ✓ ）

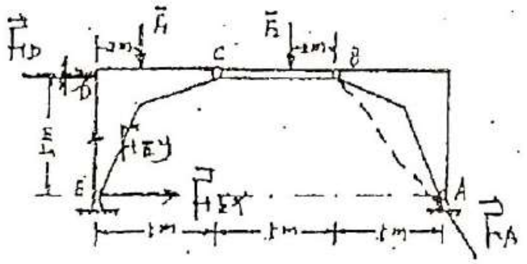
10、任意刚体上的任意一点都存在有惯性主轴。 （ ✓ ）

网盘计划
Q群953062322

二、计算题（20分）

不计图示各构件自重，铅直集中力 $F_1 = 300\sqrt{2}$kN，$F_2 = 500\sqrt{2}$kN，尺寸如图。

求：支座 A、D、E 处约束力。



(4)

分析.ABC $\quad \Sigma M_C(\vec{F})=0. \quad F_A\cdot\cos45^\circ\cdot15 - F_A\sin45^\circ\cdot5 - F_2\cdot3 = 0.$ (3)

$\Rightarrow F_A = 600\,kN.$ (1)

分析整体：

$\Sigma F_x = 0. \quad F_{Ex} - F_A\cdot\sin45^\circ + F_D = 0.$ (3)

$\Sigma F_y = 0. \quad F_{Ey} + F_A\cos45^\circ - F_1 - F_2 = 0.$ (3)

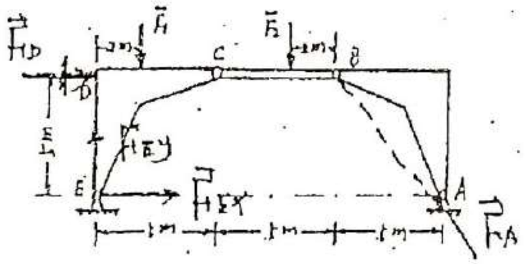
$\Sigma M_E(\vec{F}) = 0. \quad F_A\cdot\cos45^\circ\cdot15 - F_2\cdot8 - F_1\cdot2 - F_D\cdot5 = 0$ (3)

$\Rightarrow F_D = -20\sqrt{2}\,kN. \quad F_{Ex} = 320\sqrt{2}\,kN. \quad F_{Ey} = 500\sqrt{2}\,kN$ (3)

二、计算题（20 分）

不计图示各构件自重，铅直集中力 $F_1=300\sqrt{2}\text{kN}$，$F_2=500\sqrt{2}\text{kN}$，尺寸如图.

求：支座 A、D、E 处约束力.



(4)

分析. ABC　$\Sigma M_C(\vec{F})=0$.　$F_A\cdot\cos45^\circ\cdot 15 - F_A\sin45^\circ\cdot 5 - F_2\cdot 3=0$.　(3)

(1)

$\Rightarrow F_A = 600\,kN$.

分析整体：

$\Sigma F_x=0$.　$F_{Ex}-F_A\cdot\sin45^\circ + F_D = 0$.　(3)

$\Sigma F_y=0$.　$F_{Ey}+F_A\cos45^\circ - F_1 - F_2 = 0$.　(3)

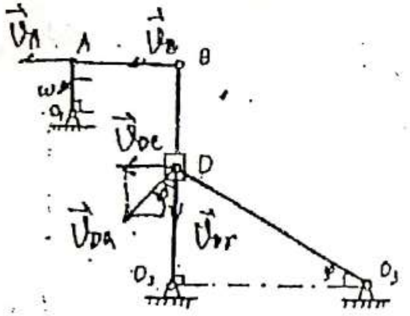
$\Sigma M_E(\vec{F})=0$.　$F_A\cdot\cos45^\circ\cdot 15 - F_2\cdot 8 - F_1\cdot 2 - F_D\cdot 5 = 0$　(3)

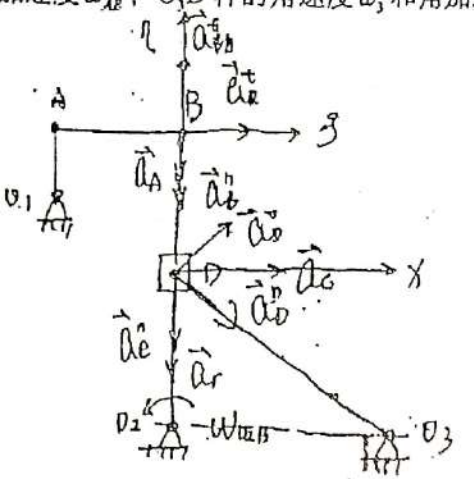
$\Rightarrow F_D = -20\sqrt{2}\,kN$.　$F_{Ex}=320\sqrt{2}\,kN$.　$F_{Ey}=500\sqrt{2}\,kN$　(3)

三、计算题（20分）

图示机构中，曲柄 O_1A 杆以匀角速度 ω 绕轴 O_1 转动，杆长为 R。套筒 D 可在 O_2B 杆上滑动，AB 杆长为 $2R$，在图示位置，$BD=O_2D=2R$，角 $\varphi=30^\circ$。

求：图示位置时，AB 杆的角速度 ω_{AB} 和角加速度 α_{AB}；O_3D 杆的角速度 ω_3 和角加速度 α_3。





速度分析．AB杆瞬时平移．$\omega_{AB}=0$．$v_B=v_A=\omega R$ (5)

$\Rightarrow \omega_{O_2B}=\dfrac{v_B}{O_2B}=\dfrac{\omega}{4} \Rightarrow v_{De}=\omega_{O_2B}\cdot 2R=\dfrac{\omega}{2}R$．

$v_{Dr}=v_{De}/\tan\varphi=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\omega R$

以D为动点．动系．O_2B　$\vec{v}_{Da}=\vec{v}_{De}+\vec{v}_{Dr} \Rightarrow v_{Da}=v_{De}/\sin\varphi$ (5)

$\Rightarrow \omega_{O_3D}=\dfrac{v_{Da}}{O_3D}=\dfrac{v_{De}}{\sin\varphi\, O_3D}=\dfrac{\omega}{4}$

加速度分析　以A为基点．$\vec{a}_B^t+\vec{a}_B^n=\vec{a}_A+\vec{a}_{BA}^t$

$4R\cdot\alpha_{O_2B}$　$\omega_{O_2B}^2\cdot 4R$　ω^2R　$\alpha_{AB}\cdot AB$．

向ξ轴投影：$a_B^t=0 \Rightarrow \alpha_{O_2B}=0$

向η轴投影：$-a_B^n=-a_A+a_{BA}^t \Rightarrow a_{BA}^t=a_A-a_B^n=\dfrac{3}{4}\omega^2R$

$\Rightarrow \alpha_{AB}=\dfrac{a_{BA}^t}{AB}=\dfrac{3}{8}\omega^2$

以D为动点．动系：O_2B．

$\vec{a}_D^n+\vec{a}_D^t=\vec{a}_e^n+\vec{a}_r+\vec{a}_C$

$\omega_{O_3D}^2\cdot 4R$　$\alpha_{O_3D}\cdot 4R$　$\omega_{O_2B}^2\cdot 2R$　$2\omega_{O_2B}\cdot v_r$

向x轴投影：$a_D^n\cdot\cos\varphi+a_D^t\cdot\sin\varphi=$

$\Rightarrow a_D^t=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\omega^2R$．$\Rightarrow \alpha_{O_3D}=\dfrac{a_D^t}{4R}=\dfrac{\sqrt{3}}{16}\omega^2$

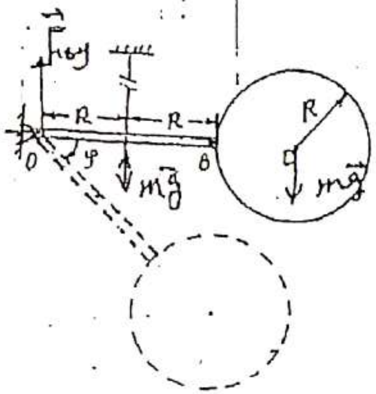
计算题（25分）

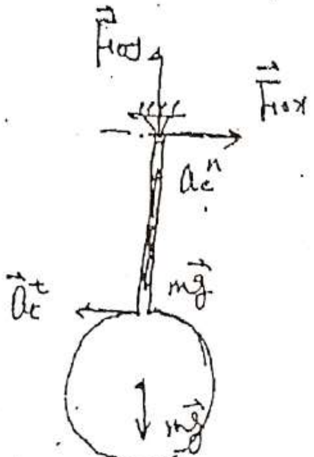
均质杆 OB 长为 $2R$，质量为 m，均质圆盘半径为 R，质量也为 m，与杆固接在点 A 用一绳悬挂。

1、突然剪断绳子时，此刚体的角速度 ω_1 和角加速度 α_1，轴 O 处的约束力；

2、运动至图示任意 φ 角时，此刚体的角速度 ω_2 和角加速度 α_2；

3、当此刚体运动至铅直位置时，刚体的角速度 ω_3 和角加速度 α_3，轴 O 处的约





$\omega_1 = 0.$ $J_o = \frac{1}{3}m(2R)^2 + \frac{1}{2}mR^2 + m\cdot(3R)^2 = \frac{65}{6}mR^2$ (2)

由 $J_o\alpha = mgR + 3mgR \Rightarrow \alpha = \frac{24}{65}\frac{g}{R}$. (2)

$-2ma_c^n = F_{Ox} \Rightarrow F_{Ox} = 0.$ (2)

$-2ma_c^t = F_{Oy} - 2mg \Rightarrow F_{Oy} = 2mg - 2m\cdot\frac{24}{65}\frac{g}{R}\cdot 2R = \frac{34}{65}mg.$ (2)

$T_1 = 0.$ $T_2 = \frac{1}{2}J_o\omega^2.$ $W = mg\cdot R\sin\varphi + 3mgR\sin\varphi.$

由 $T_2 - T_1 = W \Rightarrow \frac{1}{2}\times\frac{65}{6}mR^2\omega^2 = 4mgR\sin\varphi.$ ①

$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{48g}{65R}\sin\varphi}$ (10)

3. $T_1 = 0.$ $T_2 = \frac{1}{2}J_o\omega^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{65}{6}mR^2\cdot\omega^2$

由 $T_2 - T_1 = W \Rightarrow \frac{65}{12}mR^2\omega^2 = 4mg$

$\alpha = 0.$ ① $\Rightarrow a_c^t = 0.$ $a_c^n = \omega^2\cdot$

$2ma_c^n = F_{Oy} - 2mg \Rightarrow F_{Oy} = 2m\times\frac{g}{6}$ (4)

$F_{Ox} = 0$

五、计算题（10 分）

图示小车沿水平直线行驶，均质细杆 A 端铰接在小车上，B 端靠在小车的光滑铅直壁上，杆的质量为 20kg，长度为 1m，角 $\theta=45^{\circ}$。若测得杆 B 端受到的约束力为 100N，用动静法求小车的加速度和 A 处的约束力。（用其他方法做不给分）

分析 AB杆. $F_I = ma$.　(2)

$\sum M_A(\vec{F}) = 0$.

$mg \cdot \frac{l}{2} \cos\theta + F_I \cdot \frac{l}{2} \sin\theta - F_N l \sin\theta = 0$.　(2)

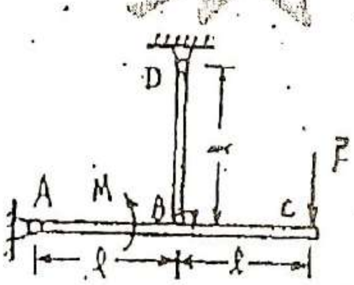
$\Rightarrow a = 0.2\ m/s^2$.　(1)

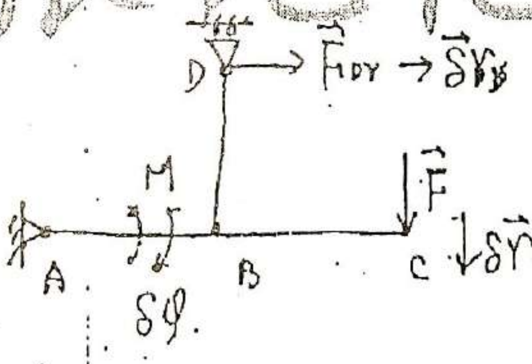
$\sum F_x = 0$.　$F_{Ax} - F_I + F_N = 0 \Rightarrow F_{Ax} = -96N$.　(2)

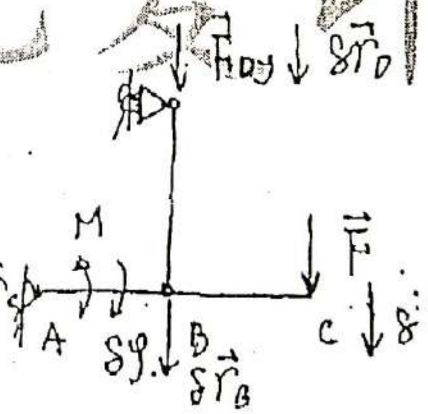
$\sum F_y = 0$.　$F_{Ay} - mg = 0 \Rightarrow F_{Ay} = 196N$.　(2)

六、计算题（15分）

不计图示结构中各构件自重，长度 $l = 1\text{m}$，力偶矩 $M = 100\text{N}\cdot\text{m}$，铅直力 $F = 100\text{N}$。用虚位移原理求 D 处的约束力。（用其他方法做不给分）







解除水平约束. $\delta r_C = \delta\varphi = 0$.

虚功方程: $F_{Dx}\cdot\delta r_D = 0$. $\Rightarrow F_{Dx} = 0$. (5)

解除铅垂约束.

虚功方程: $-M\cdot\delta\varphi + F_{Dy}\cdot\delta r_D + F\cdot\delta r_C = 0$. (5)

又: $\delta r_D = \delta r_B = \frac{1}{2}\delta r_C = \delta\varphi\cdot l$ (4)

$\Rightarrow F_{Dy} = -100N$. (1)

哈工大2012年秋季学期

理论力学期末考试试题(B卷)

班号	
学号	
姓名	

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
分数											

一、是非判断题（10分）

1、因力偶是由力组成的，所以可以用一个力来平衡。 （ × ）

2、平面汇交力系的平衡方程为$\sum F_x = 0$，$\sum F_y = 0$，其不能用一个投影平衡方程和一个力矩平衡方程代替。 （ × ）

3、一平面任意力系向某点简化，其主矢、主矩均不等于零，则一个力偶一定可以与该力系等效。 （ × ）

4、公路坡度θ小于轮胎与路面间的摩擦角，则当汽车停在此路面时，载重量小的汽车不容易下滑，载重量大的汽车容易下滑。 （ × ）

5、点的加速度$\bar{a} = \dfrac{d\bar{v}}{dt}$，在某种运动情况下，其大小为$a = \dfrac{dv}{dt}$。 （ √ ）

6、刚体平移时，其各点的轨迹是平面曲线，此刚体的运动是刚体的平面运动。 （ √ ）

7、刚体平面运动时，其角速度与角加速度与基点的选择无关。 （ √ ）

8、因质点系的总动量为零，所以该质点系一定处于静止状态。 （ × ）

9、因质点系动量的简便计算公式为$\bar{p} = m\bar{v}_C$，而对点的动量矩的计算为动量对该点取矩，所以质点系动量矩的计算公式必为$\bar{L}_O = \bar{r}_C \times m\bar{v}_C$。 （ × ）

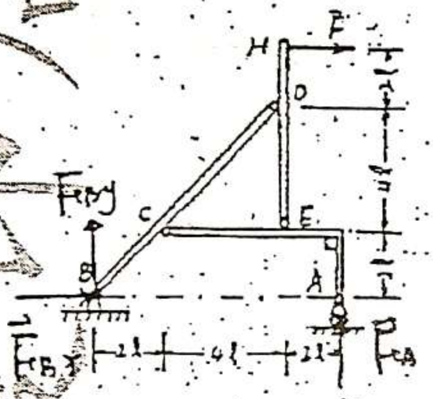
10、应用虚位移原理的前提条件是系统处于理想约束，所以不能用虚位移原理求解非理想约束问题。 （ × ）

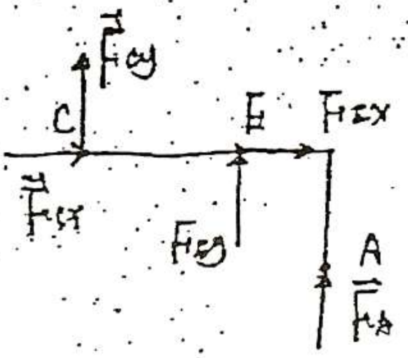
试题: 班号: 姓名:

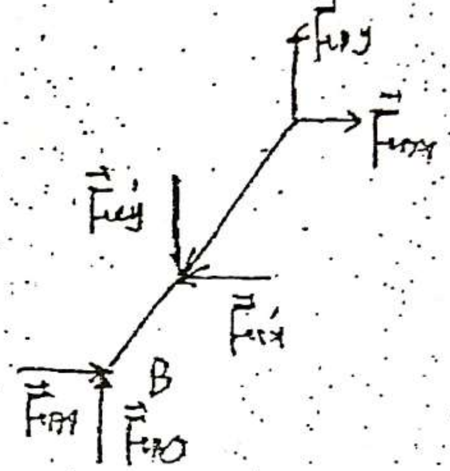
二、计算题(20分)

不计图示各构件自重,在H处作用一水平力F,尺寸如图。

求:支座A、B、C处的约束力。







分析整体.受力如图所示

$\Sigma F_x=0.\quad F_{Bx}+F=0 \Rightarrow F_{Bx}=-F$

$\Sigma F_y=0.\quad F_{By}+F_A=0. \quad \Rightarrow F_{By}=-F$

$\Sigma M_B(\vec{F})=0.\quad F_A\cdot 8l-F\cdot 8l=0 \Rightarrow F_A=F$

分析ACE.

$\Sigma M_E(\vec{F})=0.\quad F_A\cdot 2l-F_{cy}\cdot 4l \Rightarrow F_{cy}=\frac{F_A}{2}=\frac{F}{2}$

分析BCD.

$\Sigma M_D(\vec{F})=0.\quad F'_{Bx}\cdot 6l-F'_{By}\cdot 6l+F'_{cy}\cdot 4l-F'_{cx}\cdot 4l=0.$

$\Rightarrow F'_{cx}=\frac{F}{2}$

分数: 10

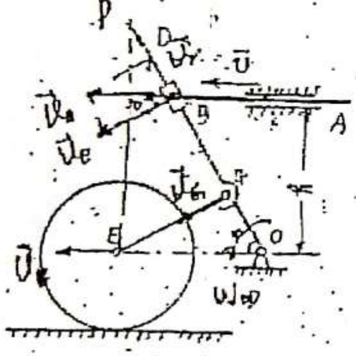
批改: 5

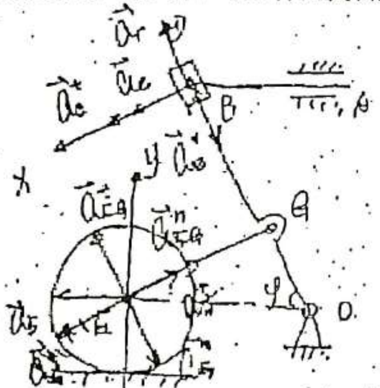
试题： 班号： 姓名：

、计算题（20 分）

示机构中，主动件 AB 杆以匀速 v 向左运动，通过套在 OD 杆上可自由滑动的套筒 B 运动。轮做纯滚动，其半径 $R=\frac{\sqrt{3}}{3}h$。图示瞬时，角 $\varphi=60^\circ$，$OG=\frac{4}{9}h$，杆 EG 垂 OD。

：图示位置时，OD 杆、EG 杆和轮的角速度；OD 杆、EG 杆的角加速度。





速度分析

以B为动点，OD为动系。

$$\vec{v}_a=\vec{v}_e+\vec{v}_r \Rightarrow v_e=v_a\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}v \Rightarrow \omega_{OD}=\frac{v_e}{OB}=\frac{3v}{4h}$$

$$v_r=v_a\sin 30^\circ=\frac{1}{2}v \quad (5)$$

EDG 的速度瞬心如图所示。

$$v_G=\omega_{OD}\cdot OG=\omega_{EG}\cdot GD \Rightarrow \omega_{EG}=\frac{v}{4h}$$

$$v_E=\omega_{EG}\cdot PE=\frac{v}{4h}\times\sqrt{3}\times\frac{8}{9}h=\frac{2}{9}\sqrt{3}v$$

$$\omega_E=\frac{v_E}{R}=\frac{2v}{3h}$$

$$\vec{a}_a=\vec{a}_e^n+\vec{a}_e^t+\vec{a}_r+\vec{a}_c$$

$$0 \quad 2\omega_{OD}^2\cdot OB \quad ? \quad ? \quad 2\omega_{OD}\cdot v_r$$

向x轴投影：$0=a_e^t+a_c \Rightarrow a_e^t=-2\ldots$

$$\Rightarrow \alpha_{OD}=\frac{a_e^t}{OB}=\frac{2\omega_{OD}\cdot v_r}{OB}=\frac{3\sqrt{3}v^2}{8h^2}$$

以G为基点，分析E点加速度。

$$\vec{a}_E=\vec{a}_G^n+\vec{a}_G^t+\vec{a}_{EG}^n+\vec{a}_{EG}^t$$

$$? \quad \omega_{OD}^2\cdot OG \quad \alpha_{OD}\cdot OG \quad \omega_{EG}^2\cdot EG \quad ?$$

向y轴投影

$$0=-a_G^n\cdot\cos 30^\circ+a_G^t\cdot\cos 60^\circ+a_{EG}^n\cdot\cos 60^\circ+a\ldots$$

$$\Rightarrow a_{EG}^t=\frac{v^2}{36h} \Rightarrow \alpha_{GE}=\frac{a_{EG}^t}{EG}=\frac{\sqrt{3}v^2}{36h^2}$$

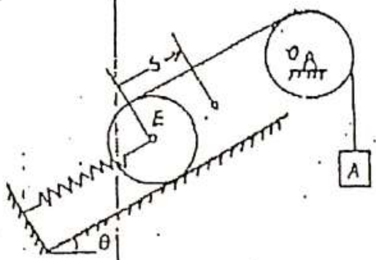
试 题：　　　　　班号：　　　　姓名：

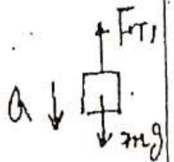
四、计算题（25 分）

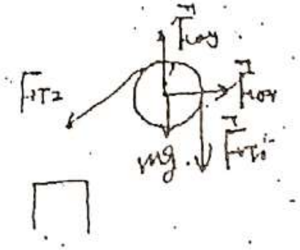
图示机构中，两轮均为均质轮，半径均为 R，质量均为 m，物块 A 质量为 $2m$，弹簧刚度为 k，系统在弹簧处于原长处由静止开始运动，轮 D 做纯滚动，斜面倾角 $\theta=30^\circ$。

求：1、轮心 E 上升距离 s 时，物块 A 的速度和加速度；

2、运动过程中轮 O 处的约束力。（以加速度或绳的拉力表示即可，不必整理）







$T_1=0.\quad T_2=\frac{1}{2}\times 2mv^2+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}mR^2\cdot\omega_0^2+\frac{1}{2}\times m v_E^2+\frac{1}{2}(\frac{1}{2}mR^2)\omega_E^2$ (8)

其中：$\omega_0=\frac{v}{R}.\quad v_E=\frac{v}{2},\quad \omega_E=\frac{\frac{v}{2}}{R}=\frac{v}{2R}$

$\Rightarrow T_2=\frac{23}{16}mv^2$ (2)

又 $W=2mg\cdot 2s-\frac{k}{2}s^2-mgs\sin 30^\circ$ (3)

由动能定理：$T_2-T_1=W.\ \Rightarrow\ \frac{23}{16}mv^2=\frac{7}{2}mgs-\frac{k}{2}s^2$ (2)

$\Rightarrow v=\sqrt{\frac{8}{23}(7mgs-ks^2)}$ (2)

对(1)式两端求导：$\frac{23}{8}mv\cdot a=(\frac{7}{2}mg-ks)v$

$\Rightarrow a=\frac{8}{23m}(\frac{7}{2}mg-ks)=\frac{28}{23}g-\frac{8ks}{23m}$ (2)

分析重物 A. $2mg-F_{T1}=2ma\ \Rightarrow\ F_{T1}=2m(g-a)$ (2)

$\Sigma F_x=0$: $F_{Ox}-F_{T2}\cdot\cos 30^\circ=0\Rightarrow F_{Ox}=$

$\Sigma F_y=0$. $F_{Oy}-mg-F_{T1}-F_{T2}\cdot\sin 30^\circ$

$\Rightarrow F_{Oy}=mg+F_{T1}+\frac{1}{2}F_{T2}$

…学期末考试试题(B卷) 学号[redacted]

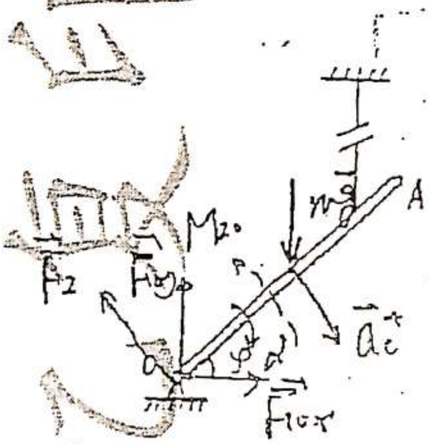
试题: 班号: 姓名:

五、计算题（15分）

图示均质杆质量为m，长度为l，以细绳悬挂如图，角$\varphi=45^\circ$。

求突然剪断细绳瞬时，杆的角加速度、轴O处的约束力。

（要求用动静法求解，用其他方法做不给分）



$\omega=0$, $\alpha\neq 0$.

$M_{IO}=\frac{1}{3}ml^2\cdot\alpha$. (2) $F_I=ma_C^t=m\alpha\cdot\frac{l}{2}$ (1)

$\Sigma F_x=0$: $F_{Ox}-F_I\cdot\cos45^\circ=0$

$\Sigma F_y=0$. $F_{Oy}-mg+F_I\cdot\sin45^\circ=0$ (9)

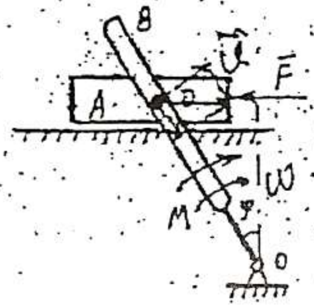
$\Sigma M_O(\vec{F})=0$. $mg\cdot\frac{l}{2}\cdot\cos45^\circ-M_{IO}=0$

$\Rightarrow \alpha=\frac{3\sqrt{2}}{4}\frac{g}{l}$. $F_{Ox}=\frac{3}{8}mg$. $F_{Oy}=\frac{5}{8}mg$ (3)

六、计算题（10 分）

不计图示构件自重，各接触处光滑，在物块 A 上固结一销钉 D，此销钉套在杆 OB 的狭长槽中，滑块 A 上作用一水平力 F，杆 OB 上作用一大小未知的力偶，系统在图示位置平衡，角 $\varphi=30^\circ$，$OD=R$。用虚位移原理求平衡时的力偶矩 M。

（用其他方法做不给分）



(4)

$\omega \cdot OA = v \cdot \cos 30^\circ \Rightarrow \omega = \frac{\sqrt{3}\,v}{2R}$

由 $-F \cdot v + M\omega = 0$ (4)

$\Rightarrow M = \frac{2\sqrt{3}}{3} FR$. (2)

哈工大 2011 年秋季学期

理论力学期末考试试题（A 卷）

班号	
姓名	

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
分数											

注意行为规范 遵守考场纪律

一、是非判断题（把答案填入括号内。共 9 题，每题 1 分）

1、力沿某坐标轴的分力大小一定等于此力在该轴上的投影大小。（ X ）

2、平面汇交力系的平衡方程，选择的两个投影轴必须相互垂直。（ X ）

3、平面任意力系有 3 个独立的平衡方程，可列为三矩式（三个力矩方程），也可列为三个投影方程（即，三个方程全为力的投影方程）。（ X ）

4、摩擦角为全约束力和其约束处法线间的夹角。（ X ）

5、刚体上各点均做圆周运动，则此刚体必定为定轴转动。（ X ）

6、科氏加速度的大小在任何时刻、任意位置，都等于其牵连角速度大小与相对速度大小乘积的 2 倍。（ X ）

7、质点系的动量矩定理为 $\frac{d\vec{L}_A}{dt}=\sum \vec{M}_A(\vec{F}_i^e)$，式中的点 A 只能是固定点或者是质心（质心可动）。（ X ）

8、质点系的虚位移与系统所受的力和时间有关。（ X ）

9、刚体定轴转动时，消除轴承附加动约束力的条件是，转轴为惯性主轴。（ X ）

二、填空题（把答案填入括号内。共 2 题，共 16 分）

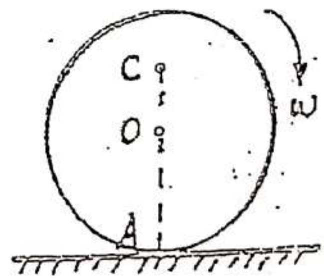
1、图示偏心圆轮质量为 m，半径为 R，圆心为 O，偏心距为 $OC=\frac{R}{2}$，对质心 C 的回转半径 $\rho=\sqrt{\frac{3}{2}}R$。圆轮沿水平面纯滚动，角速度为 ω。图示瞬时，C, O, A 位于同一铅直线上。则此瞬时，

圆轮的动量大小为 $p=$（ $\frac{3}{2}m\omega R$ ）；

圆轮对质心的动量矩大小为 $L_C=$（ $\frac{3}{2}mR^2\omega$ ）；

圆轮的动能为 $T=$（ $\frac{15}{8}mR^2\omega^2$ ）。

（每空 2 分）



题 1 图

主管领导审核签字

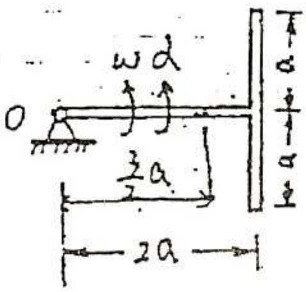
2、图示均质T型杆质量为m，其角速度为ω，角加速度为α，尺寸a均如图所示．把其惯性力向点O处简化，则其

切向惯性力大小为F_{IR}^{t} =（ $\frac{3}{2}m\alpha a$）；

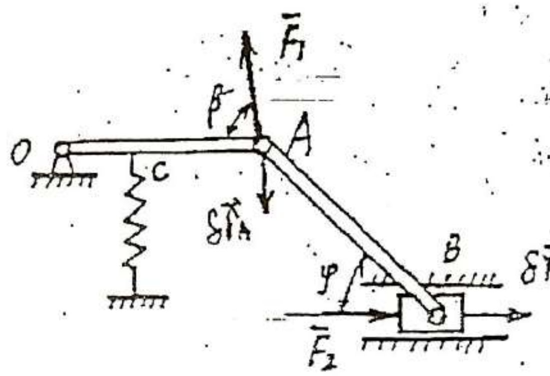
法向惯性力大小为F_{IR}^{n} =（ $\frac{3}{2}m\omega^2 a$）；

惯性力矩大小为M_{IO} =（ $\frac{17}{6}ma^2\alpha$）．

（每空2分）



题2图



题3图

3、图示平面机构处于静止平衡状态，其上作用有主动力$\bar{F}_1$，$\bar{F}_2$，C处为一铅直弹簧。OA杆长为l_1，且$OC=\frac{1}{3}OA$，AB杆长为l_2。若给出如图所示B处的虚位移δr_B，则

A点的虚位移大小为δr_A =（ $\delta r_B \cdot \frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}$ ）；　　　　　（2分）

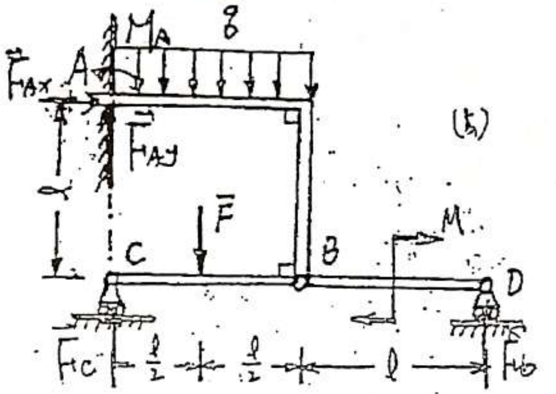
C点的虚位移大小为δr_C =（ $\frac{\delta r_B}{3} \cdot \frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}$ ）；　　　　　（1分）

OA杆的虚转角大小为$\delta\theta$ =（ $\frac{\delta r_B}{l_1} \cdot \frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}$ ）．　　　　　（1分）

三、计算题（20分）

图示平面结构由三根无重杆 AB，CB，BD 组成，B 处用销钉连接三根杆，分布力 $q = 4\mathrm{kN/m}$，力偶矩 $M = 8\mathrm{kN\cdot m}$，铅直集中力 $F = 4\mathrm{kN}$，尺寸 $l = 2\mathrm{m}$。

求 C，D 处约束力和 A 处的约束力。



解：分析BC．受力如图．

$\sum M_B(\vec{F}) = 0.\quad F_C\cdot l - F\cdot\frac{l}{2} = 0$

$\Rightarrow F_C = \frac{F}{2} = 2\mathrm{kN}.$

分析BD．受力如图．

$\sum M_B(\vec{F}) = 0.\quad F_D\cdot l - M = 0$

$\Rightarrow F_D = \frac{M}{l} = 4\mathrm{kN}.$

方程：10分

结果：5分

分析整体．受力如图

$\sum F_x = 0.\quad F_{Ax} = 0.$

$\sum F_y = 0.\quad F_C + F_D - F - q\cdot l + F_{Ay} = 0.$

$\Rightarrow F_{Ay} = 6\mathrm{kN}$

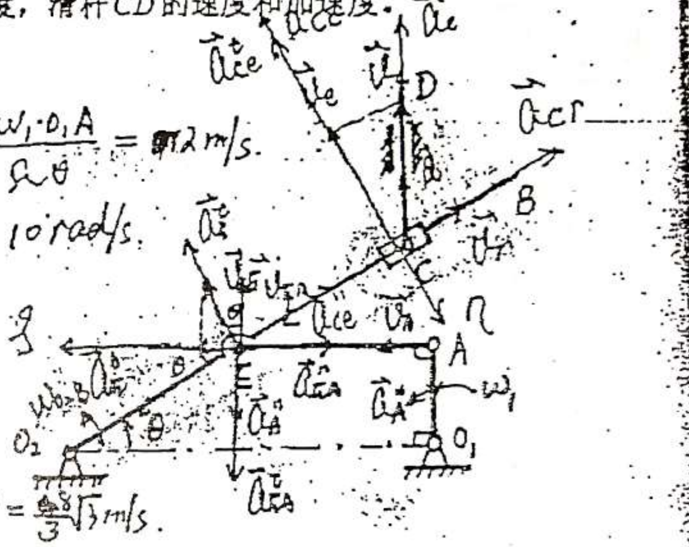
$\sum M_A(\vec{F}) = 0.\quad F_D\cdot 2l - M - F\cdot\frac{l}{2} - \frac{1}{2}l\cdot q\cdot l + M_A = 0$

$\Rightarrow M_A = 4\mathrm{kN\cdot m}.$

班号：　　　　姓名：

四、计算题（20分）

图示平面机构，曲柄 O_1A 长为10cm，以匀角速度 $\omega_1 = 10\text{rad/s}$ 转动。EA 杆长为20cm。图示瞬时 $O_2E = EC = 20\text{cm}$，$\theta = 30^\circ$。滑块 C 套在摇杆 O_2B 上，滑杆 CD 处于铅直导槽中。求此瞬时，摇杆 O_2B 的角速度和角加速度，滑杆 CD 的速度和加速度。



解：(1) 速度分析 (10分)

$v_A = v_E \cdot \sin\theta \Rightarrow v_E = \frac{v_A}{\sin\theta} = \frac{\omega_1 \cdot O_1A}{\sin\theta} = 2\,m/s.$

(5) $\omega_{O_2B} = \frac{v_E}{O_2E} = \frac{v_E}{2O_1A} = \omega_1 = 10\,rad/s.$

分析C点，动系 O_2B.

$v_e = \omega_{O_2B} \cdot O_2C = 4\,m/s.$

(5) $v_a = \frac{v_e}{\cos 30^\circ} = \frac{8}{3}\sqrt{3}\ m/s \Rightarrow v_{CD} = \frac{8}{3}\sqrt{3}\,m/s.$

$v_r = \frac{1}{2} v_a = \frac{4}{3}\sqrt{3}\ m/s.$

(2) 加速度分析 (10分) $v_{EA} = v_E \cdot \cos 30^\circ \Rightarrow \omega_{EA} = \frac{v_{EA}}{EA} = \frac{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{0.2} = 5\sqrt{3}\ rad/s.$

以A为基点，分析E.

$\vec{a}_E^n + \vec{a}_E^t = \vec{a}_A^n + \vec{a}_{EA}^n + \vec{a}_{EA}^t$

(5) $\omega_{O_2B}^2 \cdot O_2E \quad \alpha_{O_2B} \cdot O_2E \quad \omega_1^2 \cdot O_1A \quad \omega_{EA}^2 \cdot EA \quad \alpha_{EA} \cdot EA.$

向ξ轴投影. $a_E^n \cdot \cos\theta + a_E^t \sin\theta = -a_{EA}^n \Rightarrow a_E^t = -30 - 20\sqrt{3}$

$\Rightarrow \alpha_{O_2B} = \frac{a_E^t}{O_2E} = \frac{-30-20\sqrt{3}}{0.2} = -150 - 100\sqrt{3}\ (rad/s^2)$

$= -323.2\ rad/s^2$

分析C点：动系 O_2B：

(5) $\vec{a}_c = \vec{a}_{ce}^n + \vec{a}_{ce}^t + \vec{a}_{cr} + \vec{a}_{cc}$

$\omega_{O_2B}^2 \cdot O_2C \quad \alpha_{O_2B} \cdot O_2C \quad ? \quad 2\omega_{O_2B} \cdot v_r$

向η方向投影. $-a_c \cdot \cos\theta = -a_{ce}^t - a_{cc}$

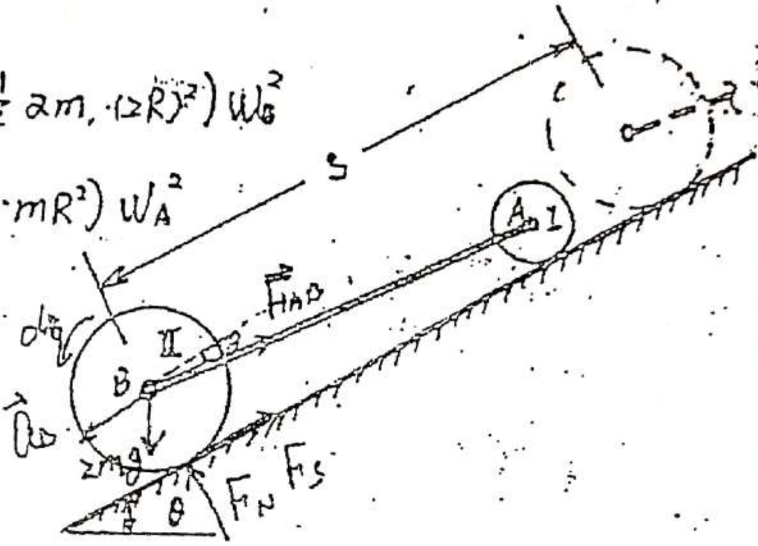
$\Rightarrow a_c = \cancel{\frac{80\sqrt{3}}{3} - \frac{237}{3}} - \frac{120}{3}\sqrt{3} - \frac{80}{3} = -95.9\,m/s^2.$

五、计算题（20 分）

均质轮 I 质量为 m，半径为 R；均质轮 II 质量为 $2m$，半径为 $2R$；杆 AB 长为 $6R$，自重不计。系统由静止沿倾角 $\theta = 30^\circ$ 的粗糙斜面开始运动，两轮均做纯滚动，不计滚动摩阻。

求轮 II 轮心 B 运动距离为 s 时，轮 II 轮心 B 的速度和加速度，杆 AB 的内力，斜面对轮 II 的约束力。

解：$T_1 = 0.$



$$T_2 = \frac{1}{2}\cdot 2m\cdot v_B^2 + \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}2m\cdot(2R)^2\right)\omega_B^2 + \frac{1}{2}m\cdot v_B^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\cdot mR^2\right)\omega_A^2$$

其中：$\omega_B = \dfrac{v_B}{2R}$

$\omega_A = \dfrac{v_A}{R}$

10分

$\Rightarrow T_2 = \frac{9}{4} m v_B^2$

又 $W = 3mgs\cdot\sin\theta$

由：$T_2 - T_1 = W$.　得：$\frac{9}{4} m v_B^2 = 3mgs\sin\theta$　(1)

解得：$v_B = \sqrt{\frac{4}{3}gs\sin\theta} = \sqrt{\frac{2}{3}gs}$

对(1)式两端求导：$a_B = \frac{2}{3}g\sin\theta = \frac{1}{3}g$

分析轮II.　$-F_s + 2mg\cdot\sin\theta - F_{AB} = 2m a_B$.　　$\cos\beta = \frac{\sqrt{35}}{6}$

10分　$F_s\cdot 2R = \frac{1}{2}\left(2m\cdot(2R)^2\right)\cdot\alpha_B$　　$\sin\beta = \frac{1}{6}$

$\alpha_B = \dfrac{a_B}{2R}$

$\Rightarrow$　$F_N = 2mg\cdot\cos\theta + F_{AB}\cdot\sin\beta$

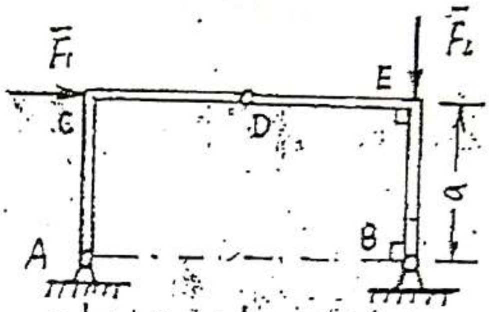
$F_s = \frac{2}{3}mg\sin\theta = \frac{1}{3}mg$　　$F_{AB} = \cancel{\frac{2}{\sqrt{35}}mg}\ 0$　　$F_N = \sqrt{3}\,mg$

六、计算题（15 分）

注意：只有理论力学Ⅲ（64 学时）的同学做此题，不做七题。其他同学不做此题。

注意：要求虚位移原理做此题，用其他方法做不给分。

不计图示平面三铰拱自重，C 处作用水平力 $\vec{F}_1$，E 处作用铅直力 $\vec{F}_2$，尺寸 a 如图。用虚位移原理求支座 A 处的约束力。



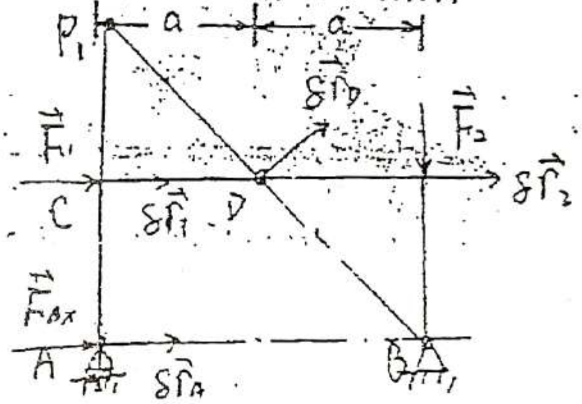
解：解除水平约束.

$\delta r_A = 2\delta r_1$

虚功方程：

$F_{Ax}\cdot\delta r_A + F_1\cdot\delta r_1 = 0$

$\Rightarrow F_{Ax} = -\dfrac{F_1}{2}$



解除铅垂方向约束.

瞬心为B.

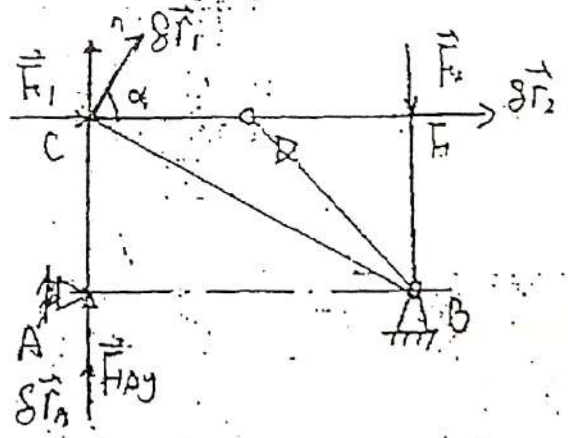
$\dfrac{\delta r_1}{BC} = \dfrac{\delta r_A}{AB} \Rightarrow \delta r_1 = \dfrac{\sqrt{5}}{2}\delta r_A$

虚功方程：

$F_{Ay}\cdot\delta r_A + F_1\cdot\delta r_1\cdot\cos\alpha = 0.$

$\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$

$\Rightarrow F_{Ay} = -\dfrac{1}{2}F_1$



三、计算题（15 分）

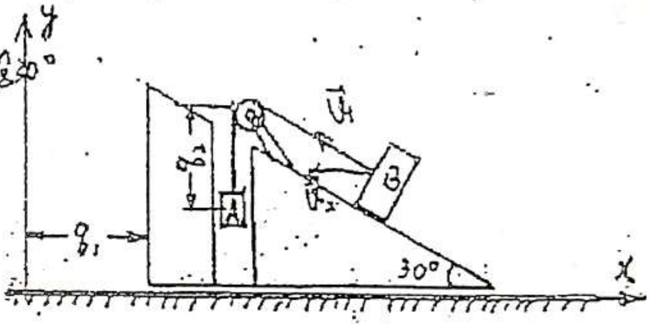
注意：理论力学Ⅲ（64 学时）的同学不做此题，其他同学做此题。

注意：要求用拉格朗日方程做此题，用其他方法做不给分。

图示三角块质量为$3m$，物块A，B的质量均为m，斜面倾角为30°，各接触处光滑，不计定滑轮的质量，系统由静止开始运动，绳索不可伸长。以图示的q_1，q_2为广义坐标，用拉格朗日方程求三角块和物块A的运动方程。

解：$T=\frac{1}{2}\cdot 3m\cdot\dot q_1^2+\frac{1}{2}m\cdot(\dot q_1^2+\dot q_2^2)+\frac{1}{2}m(\dot q_1^2+\dot q_2^2-2\dot q_1\dot q_2\cos 30^\circ)$

$=\frac{5}{2}\dot q_1^2 m+m\dot q_2^2-\dot q_1\dot q_2 m\cos 30^\circ$



以滑轮处为零势能位置

$V=-\frac{1}{2}mgq_2$

动势 $L=T-V=\frac{5}{2}\dot q_1^2 m+m\dot q_2^2-\dot q_1\dot q_2 m\cos 30^\circ+\frac{1}{2}mgq_2$

因 $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot q_k}\right)-\frac{\partial L}{\partial q_k}=0$

得 $\begin{cases}\frac{37}{2}\sqrt{3}\ddot q_1-g=0\\ 37\ddot q_2-10g=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\ddot q_1=\frac{\sqrt{3}}{37}g\\ \ddot q_2=\frac{10}{37}g\end{cases}$

$\Rightarrow q_1=\frac{\sqrt{3}}{74}gt^2\qquad q_2=\frac{5}{37}gt^2$

哈工大 2011 年秋季学期

理论力学期末考试试题（B 卷）

班号	
姓名	

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
分数											

注意行为规范

遵守考场纪律

一、是非判断题（把答案填入括号内。共 9 题，每题 1 分）

1、力沿某坐标轴的分力大小不一定等于此力在该轴上的投影大小。（ √ ）

2、平面汇交力系的平衡方程，选择的两个投影轴不一定相互垂直。（ √ ）

3、平面任意力系有 3 个独立的平衡方程，可列为三矩式（三个力矩方程），不可列为三个投影方程（即，三个方程全为力的投影方程）。（ √ ）

4、摩擦角为物体处于临界平衡状态时，全约束力和其约束处法线间的夹角。（ √ ）

5、刚体上各点均做圆周运动，则此刚体不一定为定轴转动。（ √ ）

6、科氏加速度的大小在某时刻、某位置，等于其牵连角速度大小与相对速度大小乘积的 2 倍。（ × ）

7、质点系的动量矩定理为 $\frac{d\bar{L}_A}{dt}=\sum \bar{M}_A(\bar{F}_i^e)$，式中的点 A 可以是固定点或者是质心（质心可动）。（ × ）

8、质点系的虚位移与系统所受的力和时间无关。 √

9、刚体定轴转动时，消除轴承附加动约束力的条件是，转轴为中心惯性主轴。（ √ ）

二、填空题（把答案填入括号内。共 3 题，共 16 分）

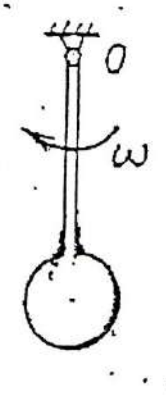
1、图示均质杆质量为 m，长度为 $4R$，其端点焊接一质量为 m、半径为 R 的均质圆轮，杆的角速度为 ω。则图示瞬时，

系统的动量大小为 $p=$（ $7mR\omega$ ）；

系统对点 O 的动量矩大小为 $L_O=$（ $\frac{185}{6}mR^2\omega$ ）；

系统的动能为 $T=$（ $\frac{185}{12}mR^2\omega^2$ ）。

（每空 2 分）



题 1 图

主管领导审核签字

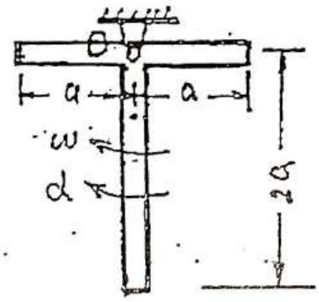
2、图示均质T型杆质量为m，其角速度为ω，角加速度为α。尺寸a均如图所示。把其惯性力向点O处简化，则其

切向惯性力大小为F_{IR}^{t} = （$\frac{1}{2}ma\alpha$）；

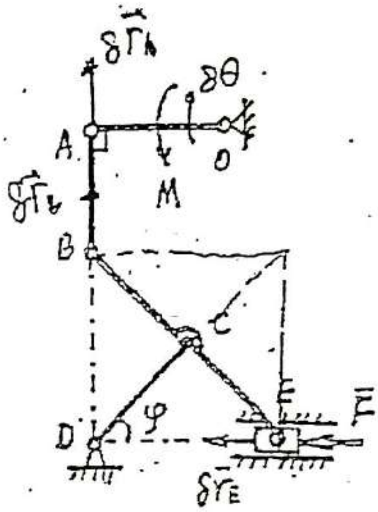
法向惯性力大小为F_{IR}^{n} = （$\frac{1}{2}ma\omega^2$）；

惯性力矩大小为M_{IO} =（$\frac{5}{6}ma^2\alpha$）。

（每空2分）



题2图



题3图

3、图示平面机构处于静止平衡状态，其上作用有主动力偶矩M和主动力$\bar{F}$，杆长$OA = AB = BC = CE = CD = l$，$\varphi = 45°$。若给出如图所示$E$处的虚位移$\delta r_E$，则

B点的虚位移大小为δr_B =（ δr_E ）；（2分）

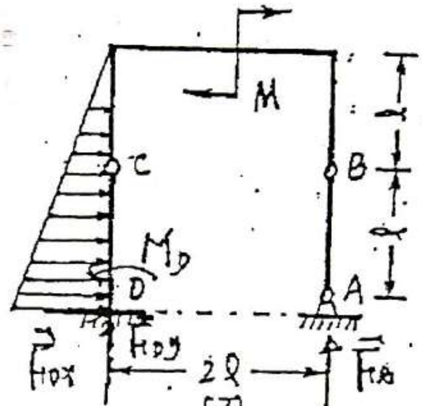
A点的虚位移大小为δr_A =（ δr_E ）；（1分）

OA杆的虚转角大小为$\delta\theta$ =（$\delta r_E / l$）。（1分）

三、计算题（20 分）

图示平面结构由三根无重杆 AB，BC，CD 组成，三角形分布力 $q = 6\text{kN/m}$，力偶矩 $M = 8\text{kN}\cdot\text{m}$，尺寸 $l = 4\text{m}$。

求 A，D 处的约束力。

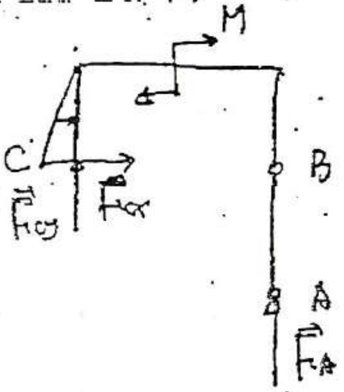


解：分析ABC，受力如图(1)所示.

$\sum M_C(\vec{F})=0 \quad F_A\cdot 2l - M - \frac{1}{3}(\frac{1}{2}ql)l = 0$

$\Rightarrow F_A = 2kN$.

分析整体，受力如图(2)所示.



(2)

$\sum F_{ix}=0. \quad F_{Dx}+\frac{1}{2}\times q\times 2l = 0$

$\sum F_{iy}=0. \quad F_{Dy}+F_A=0$;

$\sum M_D(\vec{F})=0. \quad F_A\cdot 2l - M - \frac{1}{2}q\cdot(2l)\cdot \frac{2}{3}l + M_D = 0$

$\Rightarrow F_{Dx}=-24kN. \quad F_{Dy}=-2kN.$

$M_D=56kN\cdot m$.

结果： 4

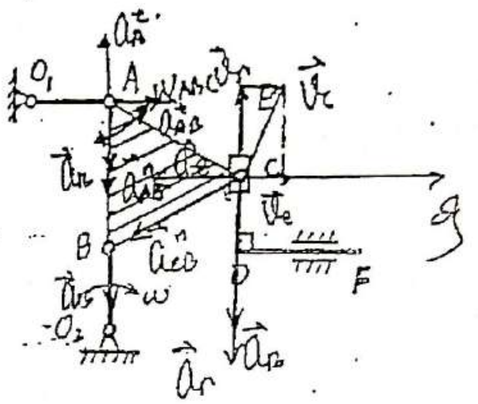
方程： 4×3=12

图： 4

四、计算题（20分）

图示平面机构，杆 O_1A 和 O_2B 的长度均为 R，等边三角形板 ABC 的边长为 $2R$，直角弯杆 EDF 穿过套筒 C，DF 段置于水平槽内。杆 O_1A 水平，杆 O_2B 铅直，且 A，B，O_2 在同一铅直线上。杆 O_2B 以匀角速度 ω 转动。

求此瞬时，杆 EDF 的速度和加速度。



解: 1. 速度分析.

分析ABC板. 瞬心为A点.

由: $v_B = \omega \cdot R = \omega_{ABC} \cdot 2R$

得: $\omega_{ABC} = \frac{\omega}{2}$ (5)

$v_C = \omega_{ABC} \cdot AC = \omega R$

分析C点. 动系 DEF. 速度合成图如图所示.

$v_e = v_C \cdot \cos 60° = \frac{1}{2}\omega R \Rightarrow v_{EDF} = \frac{1}{2}\omega R$. (5)

2. 加速度分析. 分析ABC板. 以B为基点.

$\underset{0}{\vec{a}_A^n} + \vec{a}_A^t = \vec{a}_B + \vec{a}_{AB}^n + \vec{a}_{AB}^t$ ⇒ 合成图如图所示.

$\Rightarrow a_{AB}^t = 0 \Rightarrow \alpha_{ABC} = 0$

(5)

$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB}^n$ (1)

以C为动点, 动系 EDF.

$a_C = \vec{a}_e + \vec{a}_r$ (2)

由(1)(2)得: $\vec{a}_B + \vec{a}_{CB}^n = \vec{a}_e + \vec{a}_r$ (5)

向y轴投影: $-a_e = -a_{CB}^n \cdot \cos 30° = -\omega_{ABC}^2 \cdot 2R = -\frac{\omega^2}{2}R$

$\Rightarrow a_{EDF} = a_e = \frac{\omega^2}{2}R$.

试 题:　　　　　　　　　　班号:　　　　　　　　姓名:

五、计算题（20分）

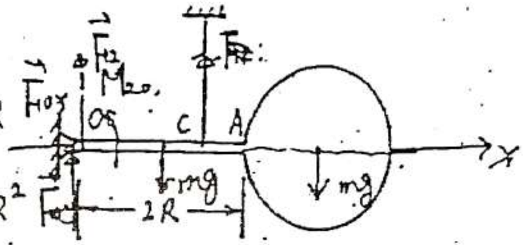
图示均质杆 OA 质量为 m，长度为 $2R$，在 A 端焊接一质量为 m，半径为 R 的均质轮，在 $OC=\frac{3}{2}R$ 处用一绳悬挂处于水平平衡位置。系统位于铅垂面内，现突然剪断绳子，

求：(1) 杆在水平位置时，OA 杆的角速度、角加速度、O 处的约束力；

(2) 杆在铅垂位置时，OA 杆的角速度、角加速度、O 处的约束力。

解：(1) 水平位置. $\omega=0$.

定轴转动微分方程:



$$J_O\cdot\alpha=mg\cdot R+mg\cdot 3R$$

其中: $J_O=\frac{1}{3}m(2R)^2+\frac{1}{2}mR^2+m(3R)^2=\frac{65}{6}mR^2$

(5)

$$\Rightarrow \alpha=\frac{24}{65}\frac{g}{R}.$$

质心位置. $x_C=\frac{m\cdot R+m\cdot 3R}{2m}=\frac{3}{2}R.$

$$\Rightarrow a_C^n=0.\quad a_C^t=\alpha\cdot x_C=\frac{36}{65}g$$

$$\Rightarrow F_{I2}=2m\cdot a_C^t=\frac{72}{65}mg.\quad M_{IO}=J_O\alpha=4mgR.$$ (5)

$\Sigma F_x=0.\quad F_{Ox}=0,\quad \Sigma F_y=0.\quad F_{Oy}-2mg+F_{I2}=0\Rightarrow F_{Oy}=\frac{58}{65}mg.$

(2) 铅垂位置.

$T_1=0.\quad T_2=\frac{1}{2}J_O\omega^2=\frac{65}{12}mR^2\omega^2.\quad W=mg\cdot R+mg\cdot 3R=4mgR$ (5)

由 $T_2-T_1=W\Rightarrow \frac{65}{12}mR^2\omega^2=4mgR\Rightarrow \omega^2=\frac{48}{65}\frac{g}{R}.$

定轴转动微分方程: $J_O\alpha=0\Rightarrow\alpha=0.$

$F_{I2}=2m\cdot a_C^n=\frac{144}{65}mg.$

$\Sigma F_x=0.\quad F_{Ox}=0.\quad \Sigma F_y=0.\quad F_{Oy}-F_{I2}-2mg=0.\Rightarrow F_{Oy}=\frac{274}{65}mg.$ (5)

试题：　　　　　　　　　　　　班号：　　　　　　　　姓名：

六、计算题（15 分）

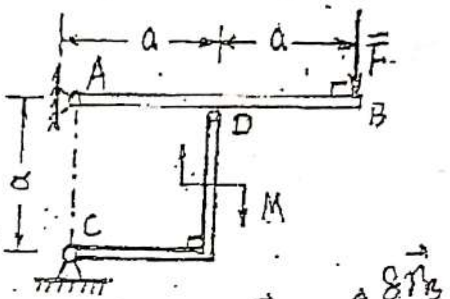
注意：只有理论力学 III（64 学时）的同学做此题，不做七题。其他同学不做此题。

注意：要求虚位移原理做此题，用其他方法做不给分。

不计图示平面结构自重，B 处作用一铅直力 F，CD 杆上作用一矩为 M 的力偶，尺寸 a 如图。用虚位移原理求支座 C 处的水平方向约束力。

解：解除支座C处的水平约束力如图.

分析CD. 绕点A转动.



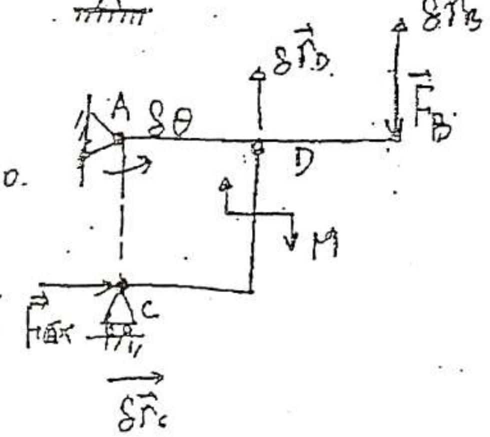
$\delta\theta = \frac{\delta r_C}{a}$　$\delta r_D = \delta\theta \cdot a = \delta r_C$

$\delta r_B = 2\delta r_D = 2\delta r_C$.　(9)

虚功方程为：

$-M\cdot\delta\theta + F_{Ax}\cdot\delta r_C - F\cdot\delta r_B = 0$.　(5)

$\Rightarrow F_{Ax} = \frac{M}{a} + 2F$　(1)



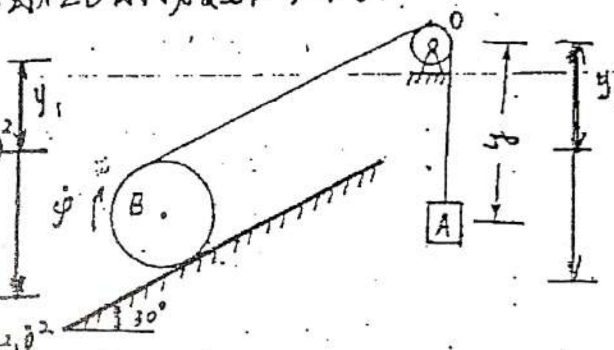
七、计算题（15 分）

注意：理论力学 III（64 学时）的同学不做此题，其他同学做此题。

注意：要求用拉格朗日方程做此题，用其他方法做不给分。

图示均质圆柱 B 的质量为 $3m$，半径为 R，物块 A 的质量为 m，斜面倾角为 30°，各接触处光滑，不计定滑轮的质量，绳索不可伸长。以图示的 y，φ 为广义坐标，用拉格朗日方程求圆柱 B 的角加速度和物块 A 的加速度。

解：设重物A初始位置为 y_2，圆柱B的初始位置为 y_1



系统动能：

$$T=\frac{1}{2}m\dot{y}^2+\frac{1}{2}\cdot 3m(\dot{y}-\dot{\varphi}R)^2+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot 3mR^2\cdot\dot{\varphi}^2$$

$$=2m\dot{y}^2-3m\dot{y}\dot{\varphi}R+\frac{9}{4}mR^2\dot{\varphi}^2 \quad (3)$$

设O点为零势能位置，则系统势能

$$V=-mgy-3mg\left(y_1-((y-y_2)-\varphi R)\cdot\sin 30^\circ\right)$$

$$=\frac{1}{2}mgy-\frac{3}{2}mg\varphi R-3mgy_1-\frac{3}{2}mgy_2 \quad (3)$$

$$\Rightarrow L=T-V=2m\dot{y}^2-3m\dot{y}\dot{\varphi}R+\frac{9}{4}mR^2\dot{\varphi}^2-\frac{1}{2}mgy$$

$$+\frac{3}{2}mg\varphi R+3mgy_1+\frac{3}{2}mgy_2 \quad (3)$$

拉格朗日方程：$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}\right)-\frac{\partial L}{\partial q_k}=0$ 得：(4)

$$\begin{cases}4m\ddot{y}-3m\ddot{\varphi}R-\frac{1}{2}mg=0\\ 2m\ddot{y}-3mR\ddot{\varphi}+mg=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\ddot{y}=\frac{3}{4}g\\ \ddot{\varphi}=-\frac{5g}{2R}\end{cases} \quad (2)$$

哈工大 2010 年春季学期

理 论 力 学 试 题（A 卷）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
分数											

卷面共 85 分，平时成绩为 15 分

一、判断题（5 个小题，每小题 1 分）在括号中填入 √ 或 × 判断各题正误

1、两个分力的合力的大小不一定大于其中任意一个分力的大小。（　）

2、物体只在两个力作用下不一定平衡。（　）

3、只有在临界状态下，静滑动摩擦力的大小等于静滑动摩擦因数与正压力的乘积。（　）

4、刚体平移时，其上各点的轨迹相同，某瞬时其上各点的速度相同，加速度也相同。（　）

5、只要点做匀速运动，其总不受力。（　）

二、填空题（4 个小题，共 16 分）

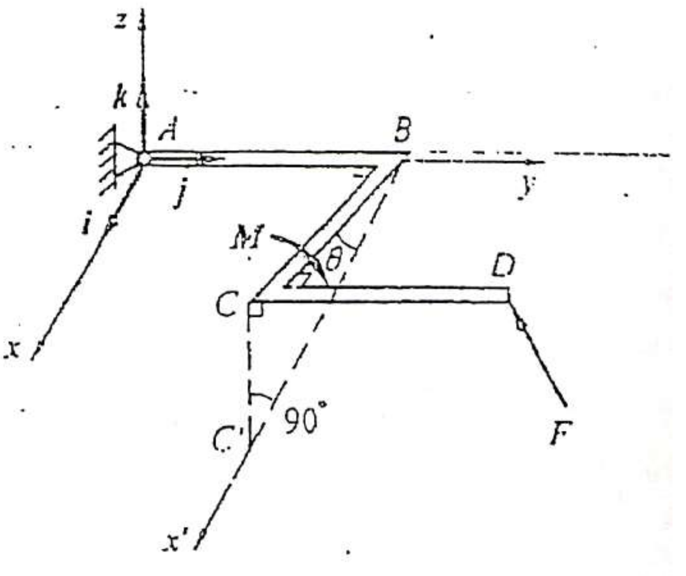
1、某空间力系其各力作用线都垂直于某一固定平面，其最多独立平衡方程的个数为（　）个。（2 分）

A、3 个　B、4 个　C、5 个　D、6 个

2、某空间力系其各力作用线都平行于某一固定平面，其最多独立平衡方程的个数为（　）个。（2 分）

A、3 个　B、4 个　C、5 个　D、6 个

3、图示位于同一平面内的无重直角弯杆 $ABCD$，平面 $ABCD$ 与平面 Axy 的夹角为 $\theta = 45^\circ$，且 $AB = CD = 1\text{m}$，$BC = \sqrt{2}\text{m}$，在点 D 作用一力 $\bar{F} = -1\bar{i} + 2\bar{j} + 3\bar{k}$，单位为 N；沿 BC 杆作用一力偶，其矩为 $M = \sqrt{2}\text{N}\cdot\text{m}$，方向如图所示。则此力系向点 A 简化的主矢和主矩为（6 分）

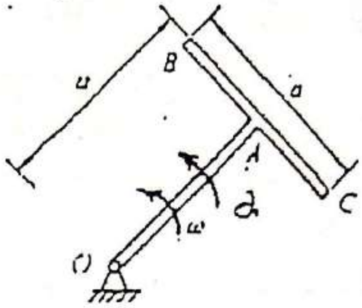


$\bar{F}_R' =$（　）$\bar{i}$ +（　）$\bar{j}$ +（　）$\bar{k}$；

$\bar{M}_A =$（　）$\bar{i}$ +（　）$\bar{j}$ +（　）$\bar{k}$。

试题:

4、图示直角T形均质杆，OA为其对称轴，杆质量皆为m，长度皆为a，绕轴O定轴转动，角速度为ω，角加速度为α。则该系统的



动量 p = （　　　　　　）　　　　（1分）

对轴O的动量矩 L_O =（　　　　　）（1分）

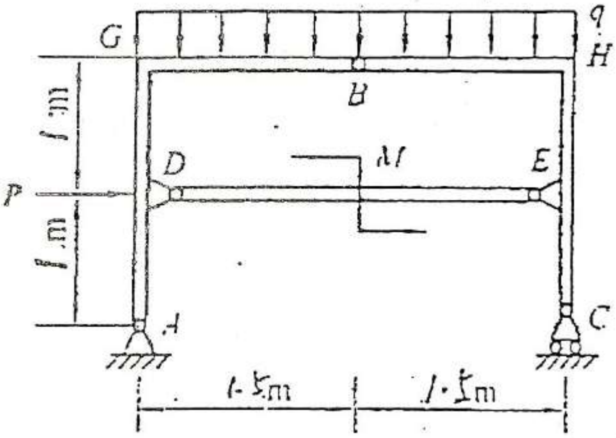
动能 T =（　　　　　　）．　　　（1分）

惯性力向轴O简化的主矢为（　　　　　　　　　　）（2分）

惯性力向轴O简化的主矩为（　　　　　　　　　　）（1分）

、计算题（14 分）

图示框架由 3 个刚体铰接而成，不计各构件自重，水平载荷 $P=100\text{kN}$，垂均布载荷 $q=10\text{kN/m}$，力偶矩 $M=25\text{kN}\cdot\text{m}$，尺寸如图。求 A、C、D 处的约力。



试题：

1、计算题（20 分）

图示平面机构中，曲柄$OA=R$，套筒长$BE=R$，以匀角速度ω绕轴O转动，H杆可在 T 形套筒CDE中自由滑动，图示瞬时，$OA\perp OB$，$OB\,//\,EG$。求此时：

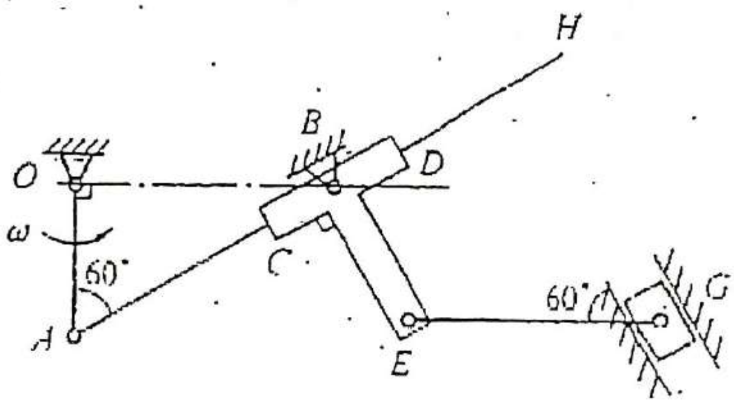
曲柄OA

1、杆AH与套筒CDE的角速度；

2、杆AH相对套筒的速度；

3、滑块G的速度；

4、T 形套筒CDE的角加速度。



试题.

1、计算题（20 分）

曲柄OA

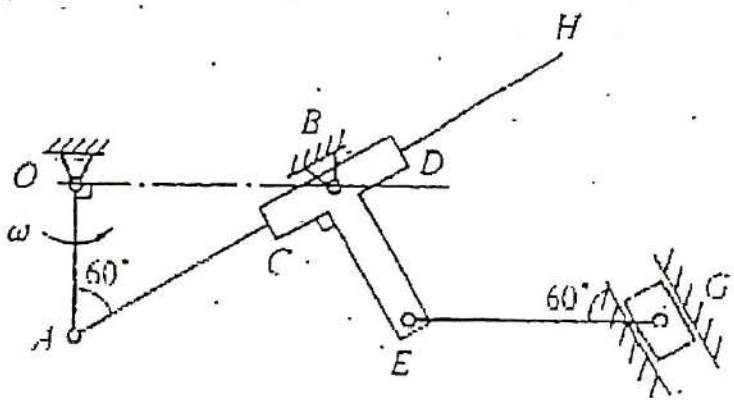
图示平面机构中，曲柄$OA=R$，套筒长$BE=R$，以匀角速度ω绕轴O转动，H杆可在 T 形套筒CDE中自由滑动，图示瞬时，$OA \perp OB$，$OB \parallel EG$。求此时：

1、杆AH与套筒CDE的角速度；

2、杆AH相对套筒的速度；

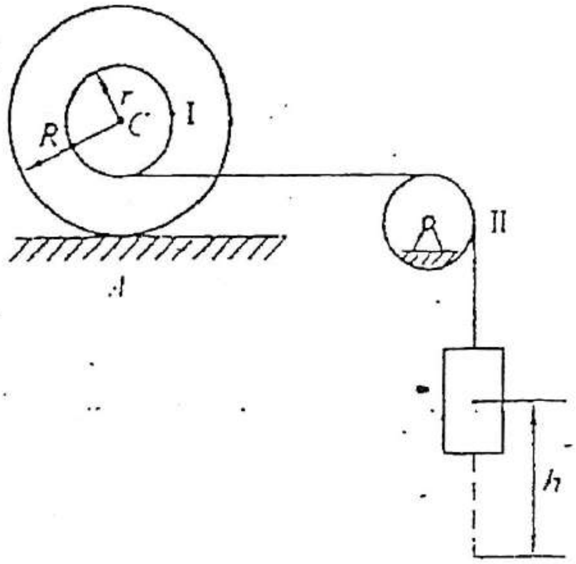
3、滑块G的速度；

4、T 形套筒CDE的角加速度。



五、计算题（20分）

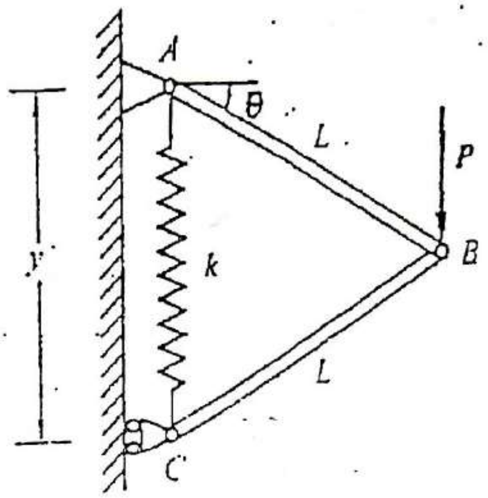
质量为 m 的鼓轮Ⅰ在水平面上做纯滚动，其质心位于轮心 C，半径 $R=2r$，对其质心轴 C 的转动惯量为 $J_C=mr^2$。在半径为 r 的圆上绕有一无重细绳，水平引出，跨过不计质量的小滑轮Ⅱ，挂一质量也为 m 的重物。系统由静止开始运动，求重物下落高度 h 时的速度、加速度、绳的拉力、水平面对轮的摩擦力。



六、计算题（10 分）

不计图示平面机构的自重，杆长 $AB = BC = L$，在 AC 间连一刚度为 k 的弹簧，弹簧原长为 L_0，在点 B 作用一铅直力 $\overline{P}$，用虚位移原理求机构在图示位置平衡时 AC 间的距离 y。

（用其他方法做不给分）



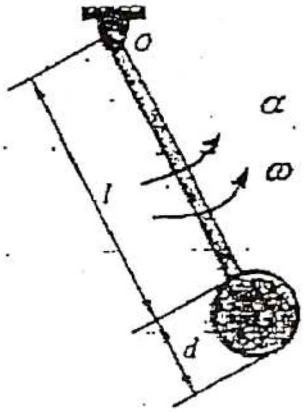
2010 年 秋 季学期

理论力学期末试题

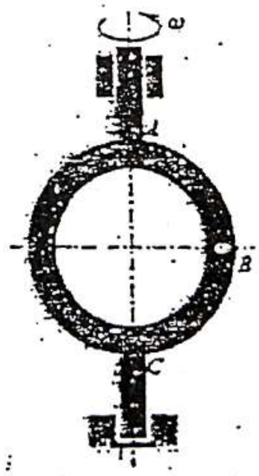
题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
分数											

一、正确求解下列各题（每题 10 分）

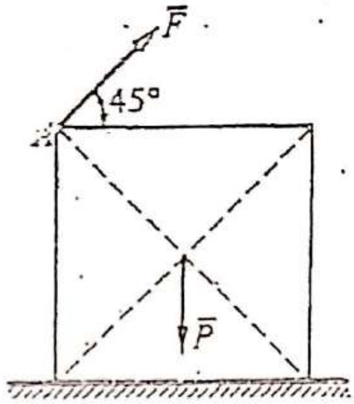
1．单摆由长为 l 的均质细杆和直径为 d 的均质圆盘固连而成，杆和圆盘的质量均为 m。若图示瞬时单摆绕 O 轴转动的角速度为 ω，角加速度为 α，试将其惯性力系向转轴 O 简化，求出主矢和主矩，并在图中标明。



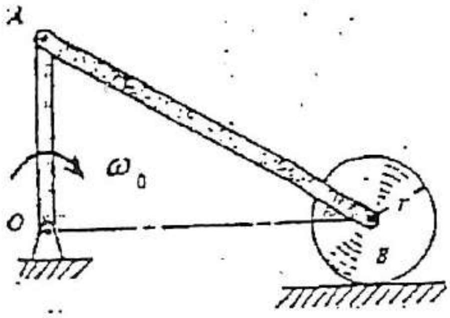
2．图示圆环半径为 R，以角速度 ω 绕铅直轴 AC 自由转动，圆环对 AC 轴的转动惯量为 J，在圆环中的点 A 放置一质量为 m 的小球。设小球由于扰动离开 A 点沿圆环向下运动，忽略小球与圆环间的摩擦，求小球到达 B 点时圆环的角速度和小环的速度。



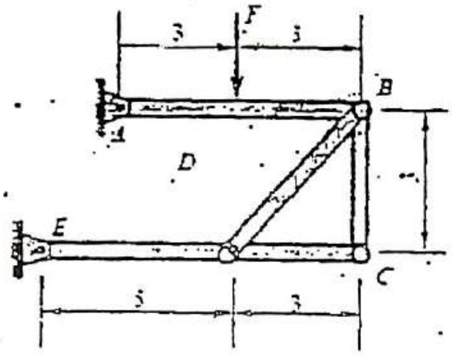
3. 均质正方形薄板重P，置于铅垂面内，薄板与地面间的摩擦因数f_s=0.5，在A处作用一力F，试求使薄板静止不动力F的最大值



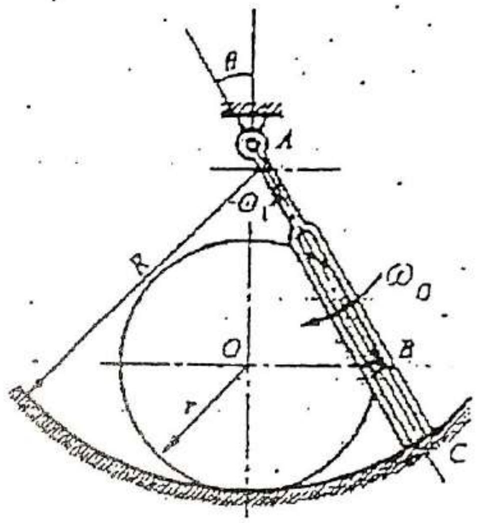
4. 曲柄 OA 绕 O 轴转动，通过连杆 AB 带动圆盘 B 在水平面做纯滚动。已知各构件的质量 $m_{OA}=m_1$，$m_{AB}=0$，$m_B=m_2$，机构尺寸 $OA=3r$，$AB=6r$。在图示位置曲柄 OA 铅直，角速度为 ω_0，求当 OA 杆转到水平位置时的角速度。



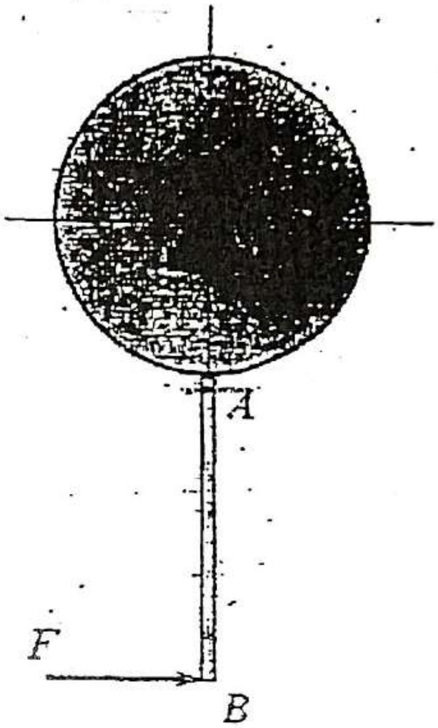
二、构架尺寸如图所示（尺寸单位为m），载荷 $F=60\text{kN}$，不计自重，求铰链 A、E 处的约束力（15分）。



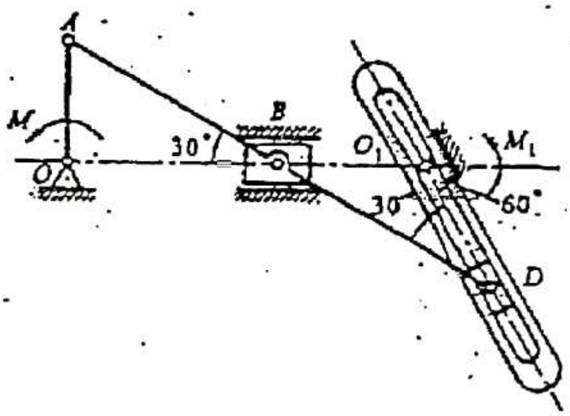
三、拨叉AC以匀角速度ω_0绕铰链A转动，并通过其滑槽拨动圆柱体上的销子使半径为r的圆柱体沿半径为R的圆弧表面做纯滚动。已知：ω_0=2 rad/s，r=100mm，R=250mm，在图示瞬时，θ=30°，B点与圆柱体中心O在同一水平线上，求此时O点的速度和加速度（15分）



四、均质圆盘质量为 m，半径为 r，可绕 O 轴转动。均质杆 AB 长为 l，质量也为 m，用铰链 A 与圆盘的边缘相连。初始系统静止，AB 杆铅直。今在 AB 杆的 B 端作用一水平力 F，不计摩擦，试求当力 F 作用的瞬时圆盘与 AB 杆的角加速度，以及铰链 O 处的水平约束力（15分）。



五、图示曲柄连杆机构中，连杆ABD分别用铰链与滑块B、D相连。已知：曲柄长OA=50mm，在图示位置时，连杆ABD与水平线间成 30° 角，摇杆与水平线间成 60° 角，距离O_1D=70mm。不计杆重及摩擦，求在此位置平衡时，作用在曲柄和摇杆上的力偶M和M_1之间应满足的关系。



哈尔滨工业大学（威海） 2009 / 2010 学年 春 季学期

理论力学（52 学时）试题卷（A）答案

考试形式（开、闭卷）：闭卷 答题时间 105（分钟） 本卷面成绩占课程成绩 80 %

题号	一	二	三	四	卷面总分	平时成绩	课程总成绩
分数							

学号＿＿＿ 班级＿＿＿ 姓名＿＿＿ 注意行为规范 遵守考试纪律

一、（总分 40 分，第 1——5 题各 6 分，第 6 题 10 分）

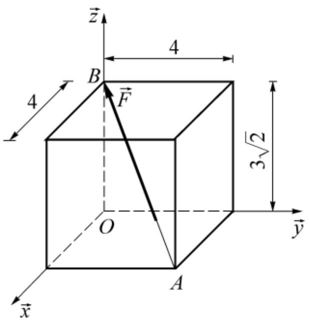
得分

1．（6 分） 正六面体三边长分别为 $4,4,3\sqrt{2}$（单位 m）；沿 AB 联线方向作用了一个力 $\vec{F}$（单位 kN），其大小为 F，则该力

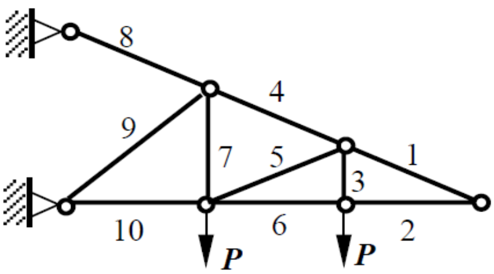
对 x 轴的力矩为（ $\frac{12}{5}F\ kN.m$ ）

对 y 轴的力矩为（ $-\frac{12}{5}F\ kN.m$ ）

对 z 轴的力矩为（ 0 ）



2、（6分） 图示平面简单桁架中杆1、杆3和杆6的内力大小分别为：S1=(0)； S3=（ P ）； S6=(0)

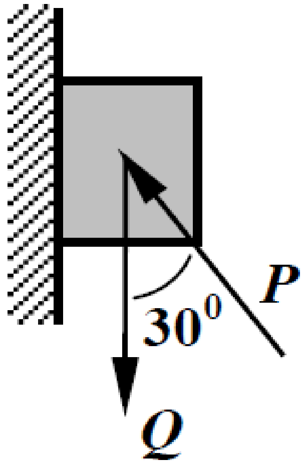


教研室主任：

3、（6 分）图示重物靠在铅垂墙上，重量 Q=200N，摩擦系数：$f=\sqrt{3}/4$，则维持物块平衡时，

作用力 P 的最小值为（ $\frac{320}{3}\sqrt{3}$ N ），

作用力 P 最大值为（ $\frac{1600}{9}\sqrt{3}N$ ）

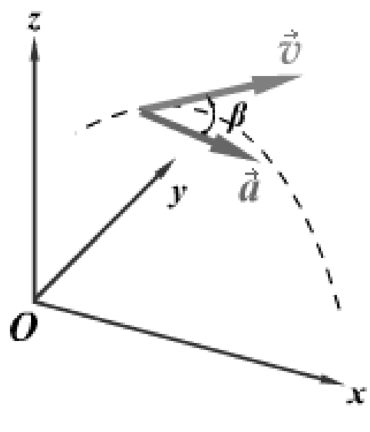


4、（6 分）

已知：点沿空间曲线运动，在点 M 处其速度为 $\vec{v}=4\vec{i}+3\vec{j}$ m/s，加速度 a 与速度 v 的夹角 $\beta=30°$，且 a=10m/s²。 则：

（1）点的切向加速度=（ $5\sqrt{3}m/s2$ ）

（2）曲率半径=（ 5m ）



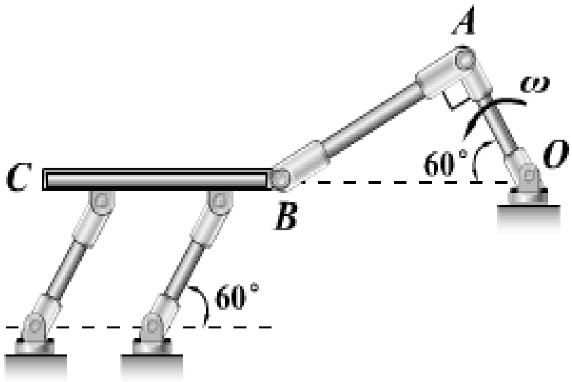
5、（6 分）已知：在筛动机构中，筛子的平移运动是由曲柄连杆机构所带动。曲柄 OA 的转速 n_{OA}=40r/min，OA=0.3m。筛子 BC 运动到与点 O 在同一水平线上时，$\angle BAO$=90°。则此瞬时：

A 点的速度:

v_A=（ 0.4π m/S ）

B 点的速度:

v_B=（ 0.8π m/S ）



6、（10 分）已知：如图所示，质量为 m 的偏心轮在水平面上作平面运动，轮子轴心为 A，质心为 C，$AC = e$；轮子半径为 R，对轴心 A 的转动惯量为 J_A；C，A，B 三点在同一铅直线上。轮子只滚不滑时，轮心速度为 $\bar{v}_A$。则图示瞬时：

（1）轮子对质心 C 的转动惯量=（ $J_A - me^2$ ）

（2）质心 C 的速度=（ $v_A(1+e/R)$ ）

（3）轮子的动量=（ $mv_A(1+e/R)$ ）

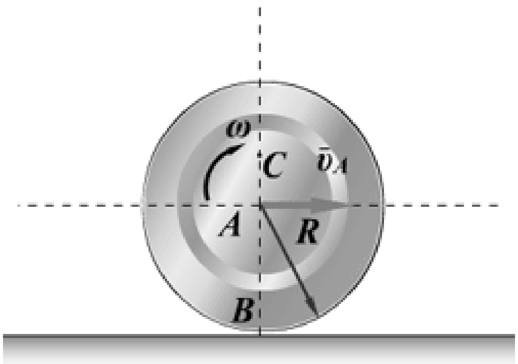
（4）轮子的动能=

（$\frac{1}{2}\left[m(1+e/R)^2 + (J_A - me^{2)}/R^2\right]v_A^2$

（5）轮子对地面上 B 点的动量矩

=

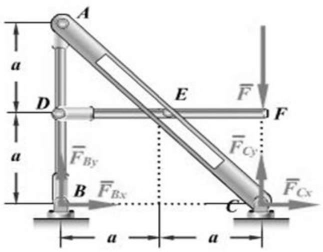
（（$J_A - me^2$）$v_A/R + mv_A(R+e)^2/R$ ）

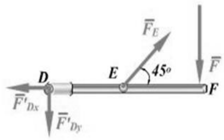


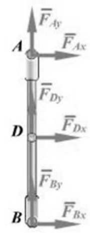
二、（20 分）

得分	

已知：力$\vec{F}$，尺寸 a，各构件自重不计； 求： A，D，B 铰受力。







解: 取整体，画受力图

$$\sum M_C = 0 \quad -F_{By} \cdot 2a = 0$$

解得 $F_{By} = 0$

取DEF杆，画受力图

$$\sum M_D = 0 \quad F_E \sin 45^\circ \cdot a - F \cdot 2a = 0$$

$$\sum F_x = 0 \quad F_E \cos 45^\circ - F_{Dx}' = 0$$

$$\sum M_E = 0 \quad F_{Dy}' \cdot a - F \cdot 2a = 0$$

$$F_E \sin 45^\circ = 2F \quad F_{Dx}' = F_E \cos 45^\circ = 2F \quad F_{Dx}' = 2F$$

对ADB杆受力图

$$\sum M_A = 0$$

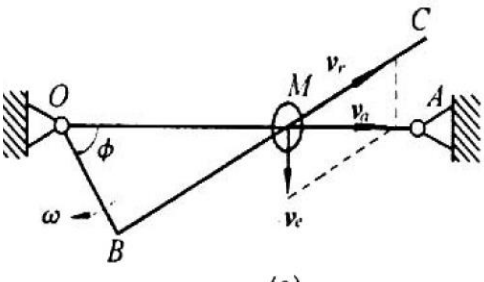
$$F_{Bx} \cdot 2a + F_{Dx} \cdot a = 0$$

得 $F_{Bx} = -F$

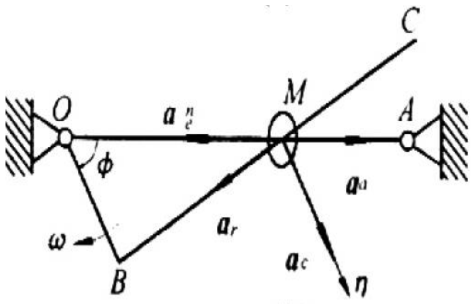
三、（20 分） 得分

已知：图示直角曲杆 *OBC* 以匀角速度 ω=0.5rad/s 绕 *O* 轴转动，使套在其上的小环 *M* 沿固定直杆 *OA* 滑动， *OB* =0.1m ， *OB* 与 *BC* 垂直。

试求：当 φ =60°时，小环 *M* 的速度和加速度。



(a)



(b)

解 取小环 *M* 为动点，直角杆为动系，图(a)中

$$\boldsymbol{v}_a = \boldsymbol{v}_e + \boldsymbol{v}_r$$

由此解出

$v_a = 0.1732\ \text{m/s}$， $v_r = 0.2\ \text{m/s}$

在图(b)中

$$\boldsymbol{a}_a = \boldsymbol{a}_e^n + \boldsymbol{a}_r + \boldsymbol{a}_C$$

大小 ? $OM \cdot \omega^2$? $2\omega v_r$

方向 皆如图所示

向 η 轴投影得 $\dfrac{1}{2}a_a = -\dfrac{1}{2}a_e + a_C$

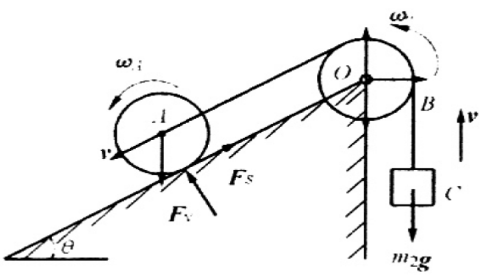
解出 $a_a = 0.35\ \text{m/s}^2$

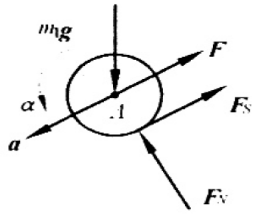
四、（20 分）

得分	

已知： 滚子 A 质量为 m_1， 沿倾角为 θ 的斜面向下滚动而不滑动，斜面固定不动，如图所示。滚子借一跨过滑轮 B 的绳提升质量为 m_2的物体 C，同时滑轮 B 绕 O 轴转动。滚子 A 与滑轮 B 的质量相等，半径相等，且都为均质圆盘。 求：

（1） 滚子重心的加速度，（2）系在滚子上绳的张力。 （3）滚子 A 所受的摩擦力。





解 如图(a)，设滚子半径为 R，该系统的动能为

$$T=\frac{1}{2}\frac{3}{2}m_1R^2\omega_A^2+\frac{1}{2}\frac{1}{2}m_1R^2\omega_O^2+\frac{1}{2}m_2v^2$$

将 $R\omega_A=R\omega_O=v$ 代入，得 $T=\frac{1}{2}(2m_1+m_2)v^2$

该系统所有力的功率为 $\Sigma P=(m_1g\sin\theta-m_2g)v$

由功率方程 $\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}=\Sigma P$，解得 $a=\frac{m_1\sin\theta-m_2}{2m_1+m_2}g$

再研究轮 A 如图(b)有方程

$$\frac{1}{2}m_1R^2\cdot\alpha=F_SR$$

$$m_1a=m_1g\sin\theta-F_S-F$$

注意到 $R\alpha=a$，解得 $F=\frac{3m_1m_2+(2m_1m_2+m_1{}^2)\sin\theta}{2(2m_1+m_2)}g$

$$F_s=\frac{m_1g(m_1\sin\theta-m_2)}{2(2m_1+m_2)}$$

哈尔滨工业大学（威海） 2008 / 2009 学年 秋 季学期

理论力学试题卷（A）

考试形式（开、闭卷）：闭卷 答题时间 105（分钟） 本卷面成绩占课程成绩 80 %

题号	一	二	三	四	五	六	卷面总分	平时成绩	课程总成绩
分数									

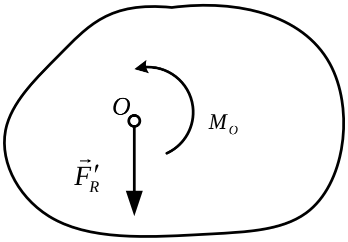
学号________ 班级________ 姓名________

注意行为规范 遵守考试纪律

一、选择题（每小题 3 分，共 12 分）

得分	

1．某平面任意力系向 O 点简化，得到如图所示的一个力 $\vec{F}_R'$ 和一个力偶矩为 Mo 的力偶，则该力系的最终合成结果为______。



① 作用在 O 点的一个合力；

② 合力偶；

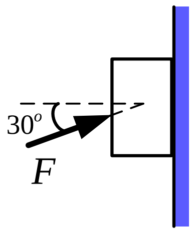
③ 作用在 O 点左边某点的一个合力；

④ 作用在 O 点右边某点的一个合力。

2．物块重 $20N$，$F=40N$ 的力作用在物块上，如图所示。物块与墙面间的摩擦因数 $f_s=0.5$，墙面对物块的摩擦力的大小为______。

① $20N$ ；　② $10\sqrt{3}N$ ；

③ 0 ；　④ $15N$ 。



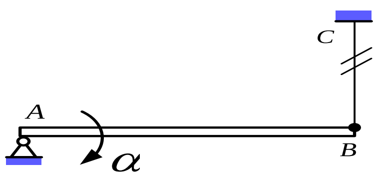
3. 一动点作平面曲线运动，若其速度大小不变，则其速度矢量与加速度矢量______。

① 平行；　② 垂直；　③ 夹角随时间变化；　④ 不确定。

4. 均质细杆 AB 重 P、长 2L，位于图示水平位置，当 B 端绳突然剪断瞬时 A 支座处的约束力大小为_______。

① 0；　② P/2；

③ P/4；　④ 2P。

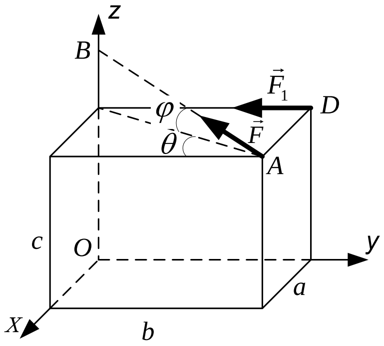


教研室主任签字:

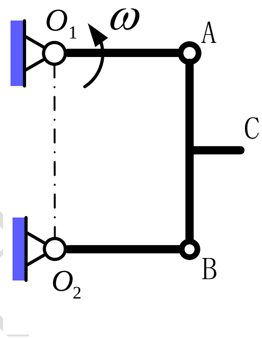
二、填空题（每空 2 分，共 18 分）

得分	

1．已知长方体的边长 a、b、c，角度φ、θ，力$\vec{F}$和$\vec{F}_1$分别作用在 A、D 两点，如图所示，则力$\vec{F}$对 y 轴的力矩$M_y\left(\vec{F}\right)=$________________。则力$\vec{F}_1$对 AB 轴的力矩$M_{\overline{AB}}\left(\vec{F}_1\right)=$______________。



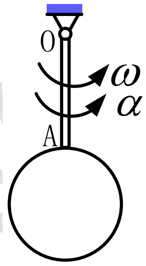
题 1 图



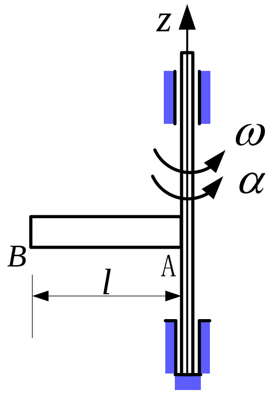
题 2 图

2．在图示机构中，$O_1A=O_2B=l$，杆O_1A以匀角速度ω转动。当$O_1A\perp AB$时，端点C的加速度的大小为______________；方向是______________。

3. 质量为m的均质杆OA，长l，在杆的下端固结一质量亦为m，半径为$l/2$的均质圆盘，图示瞬时角速度为ω，角加速度为α，则系统的动量为______________；系统对O轴的动量矩为______________；（在图上标明方向）, 系统的动能为_____________。



题 3 图

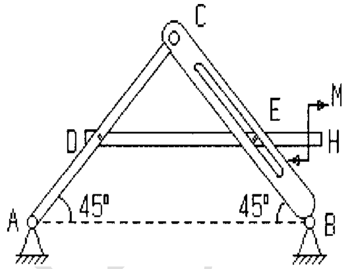


题 4 图

4. 均质杆 AB 长为l，质量为m，绕z轴转动的角速度和角加速度分别为ω,α, 如图所示。此杆上的惯性力系向 A 点简化的结果：主矢的大小是_______________；主矩的大小是_______________。

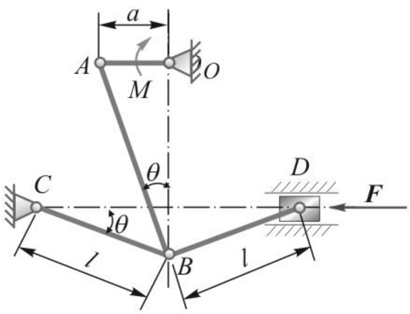
三、计算题（15 分） 得分

构架受力如图，各杆重不计，销钉 E 固结在 DH 杆上，与 BC 槽杆为光滑接触。已知：AD=DC=BE=EC=20cm，M=200N·m。试求 A、B、C 处的约束力。



四、计算题（15 分） 得分

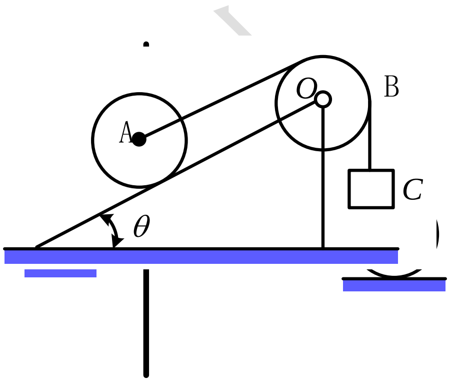
在图示机构中，曲柄 *OA* 上作用一力偶，其矩为 *M*，另在滑块 *D* 上作用水平力 ***F***。机构尺寸如图所示。试用虚位移原理求当机构平衡时，力 *F* 与力偶矩 *M* 的关系。



五、计算题（20 分）

得分	

一平面机构如图所示，曲柄 OA 长为l，以匀角速度ω绕 O 轴转动，A 端以铰链与套筒 A 相连，套筒可沿 AB 杆滑动，并驱动 BC 杆沿水平滑道移动，C 处铰接半径为 R 的轮子沿水平面作纯滚动。求图示位置时，轮子的角速度ω_C和角加速度α_C。



六、计算题（20 分）

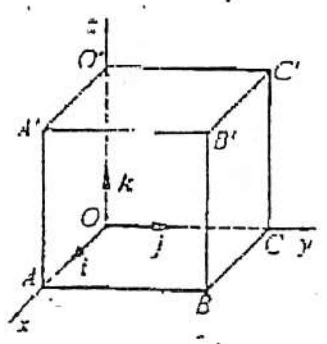
得分	

滚子 A 沿倾角为θ的斜面向下只滚不滑，借一跨过滑轮 B 的绳提升物体 C，同时滑轮 B 绕 O 轴转动，如图所示。滚子 A 与滑轮 B 都为均质圆盘，质量皆为m，半径皆为 R。物体 C 的质量为$\frac{1}{2}m$。求：（1）重物 C 上升的加速度；（2）滚子与斜面间摩擦力F_S。

2007 年春试题

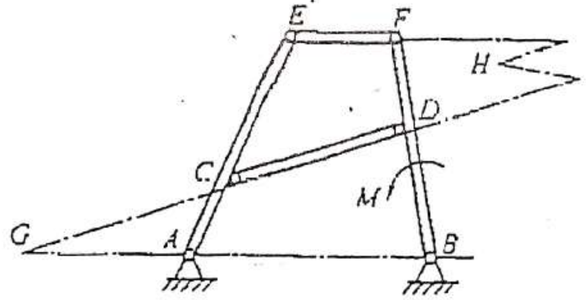
一、填空题(共 36 分)

1. 图示边长为 a 的正方体,若力系向点 B 和 B' 简化皆为一合力,向点 A 简化为一主矢和主矩,且主矩为 $M_A = M_A i$,则该力系合力为________;用矢量解析表达式给出力系向点 C 简化的主矢和主矩为________。(9 分)



题 1 图

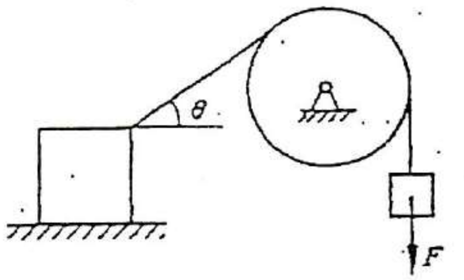
2. 图示平面构架,不计各杆件自重,在 BDF 杆上作用一矩为 M 的力偶,则 B 处约束力的作用线________。(9 分)



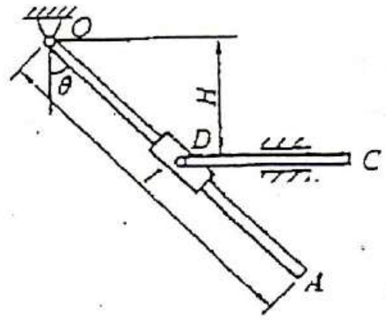
题 2 图

3. 图示系统处于平衡状态,力 F,角 θ,各部分尺寸皆为已知,问:能否求出物块和水平接触面的摩擦力________;能否求出物块和水平接触面的摩擦因数________;系统是静定问题还是超静定问题________。(9 分)

4. 图示系统中，A 点的虚位移 δr_A 和 C 点的虚位移 δr_C 的比值 $\frac{\delta r_A}{\delta r_C}$ = ________，在图中给出 A、D、C 点的虚位移方向。(9 分)

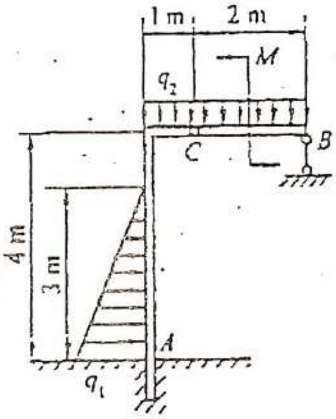


题3图



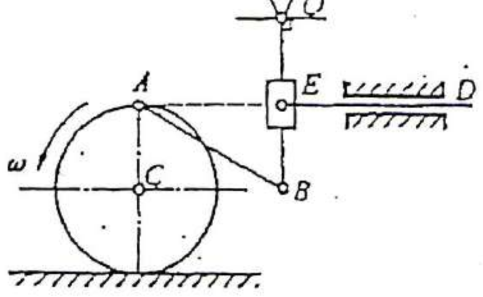
题4图

二、图示平面结构中，均布荷载 $q_1 = 3\ \text{kN/m}$，$q_2 = 0.5\ \text{kN/m}$，力偶矩 $M = 2\ \text{kN}\cdot\text{m}$，不计各构件自重，尺寸如图所示。求：固定端 A 处和支座 B 处的约束力。(20 分)



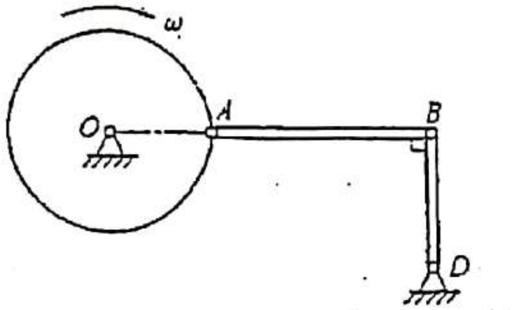
题二图

三、图示平面机构，半径为 R 的圆轮以匀角速度 ω 在水平面上做纯滚动，连杆 AB 的长度为 $2R$，摇杆 OB 的长度也为 $2R$，滑块 E 可在 OB 杆上滑动。图示瞬时，AC、OB 处于铅垂位置，$OE = R$，A、E、D 三点在同一水平线上。求：此时 ED 杆的速度和加速度。(22 分)



题三图

四、图示机构位于铅垂面内，均质细杆 AB、BD 单位长度的质量为 ρ，圆盘以匀角速度 ω 绕轴 O 转动，圆盘半径为 R，AB 杆长为 $2R$，BD 杆长为 R。在图示位置时，求：杆 AB 两端 A 与 B 处的约束力。(22分)



题四图

2007 年春试题答案与提示

点评与其他：此套题填空题中 1、2 题偏难，4 题需要通过并不很简单的计算。静力学、运动学计算题难度一般。而动力学计算题（四题）有些偏，与大部分常规计算题不同，运动学分析计算量大，而且用动静法计算比较简单，用其他方法不怎么合适。所以此套题属于难题系列。

一、1. $F_R = \dfrac{M_A}{a}k$；$F_R' = \dfrac{M_A}{a}k$，$M_C = -M_Aj$

提示：力系向点 B 和点 B' 简化，均为一合力（以 F_R 表示）；则此合力只能通过 B、B' 两点，即沿着 z 轴方向。又由所给条件，向点 A 简化为一主矢和主矩，主矩为已知，$M_A = M_A i$，则主矩大小应有 $M_A = F_R \cdot a$，合力应沿 z 轴正向，由此得合力大小与方向。再向其他点简化则不难计算。

2. 平行于 AH 连线向下

提示：注意到 EF、CD 杆为二力杆，对 ACE 杆这两个力有交点 H。再由三力平衡汇交定理，知约束 A 处的作用线应通过点 H，即 A 处约束力作用线为已知。此时考虑整体，由力偶只能由力偶来平衡的性质，知 A、B 处的约束力应形成一力偶，由此得解。此题考察了二力杆、三力平衡汇交、力偶只能由力偶来平衡等概念。

3. 能、不能、静定

提示：画出物块的受力图便可知。因不一定处于临界平衡状态，摩擦力不一定等于 fF_N，所以不能求出摩擦因数。因可求出所有约束力，所以是静定问题。

4. $\dfrac{l\cos^2\theta}{H}$

提示：给点 A 以虚位移，分析 D 处的虚位移，有绝对、牵连、相对位移，找出其间的关系可得解。

二、$F_{NB} = -0.5\ \text{kN}$；$F_{Ax} = -4.5\ \text{kN}$，$F_{Ay} = 2\ \text{kN}$，$M_A = 6.25\ \text{kN}\cdot\text{m}$

提示：先取 BC 构件，由 $\sum M_C = 0$ 求出 B 处约束力；然后取整体，列 3 个平衡方程求 A 处 3 个约束力。

数值分析Q群
926420643

三、$v_{ED} = R\omega(\leftarrow)$，$a_{ED} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}R\omega^2(\rightarrow)$

提示：AB 杆为瞬时平移，点 A、B 的速度相同，可得 OB 杆的角速度。把动系建于 OB 杆上，动点选为滑块 E，可知绝对速度等于牵连速度，相对速度为零，由此得 ED 杆的速度。为求加速度，选轮心为基点，则轮上点 A 的加速度为已知。再选点 A 为基点，求点 B 的加速度，由此求出点 B 的切向加速度。在点 B 的加速度已知的情况下，则 OB 杆上点 E 的加速度为已知，此实际为牵连加速度。把动系建于 OB 杆上，动点选为滑块 E，可知科氏加速度等于零，绝对加速度等于此点的牵连切向加速度，由此得 ED 杆的加速度。

四、$F_{Ax} = -3\rho r^2\omega^2, F_{Ay} = \rho rg; F_{By} = \rho rg, F_{Bx} = \frac{1}{2}\rho r^2\omega^2$

提示：AB 杆做平面运动，可知其速度瞬心为点 E，由此求出 AB 杆的角速度和 BD 杆的角速度，此时 BD 杆的角速度为零。选点 A 为基点，求点 B 的加速度，求得 AB 杆和 BD 的角加速度（AB 杆的角加速度此时为零）。然后仍选点 A 为基点，求得 AB 杆质心的加速度。在这些前提条件下，对 AB、BD 杆加惯性力，用动静法求解。为方便计，可先对 BD 杆，由 $\sum M_D = 0$，求出 B 处水平方向约束力，然后取 AB 杆，列 3 个方程求解其他 3 个约束力。

网盘计划
Q群953062322

2007 年秋试题

一、判断题(每题 1 分,正确用"√",错误用"×"填入括号内)

1. 平面任意力系的独立平衡方程有 3 个,可以完全用 3 个力的投影方程求解。 ( )

2. 力矩和力偶矩都可以使物体转动,所以其产生的效应完全相同。 ( )

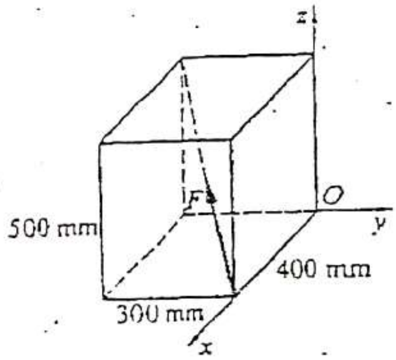
3. 点做曲线运动时,加速度的方向始终与速度垂直;点必定做匀速圆周运动。 ( )

4. 只可以对固定点或质心计算动量矩,不能对任意点计算动量矩。 ( )

5. 虚位移是由约束条件决定的,具有任意性,与所受的力和时间无关。 ( )

二、填空题(共 22 分)

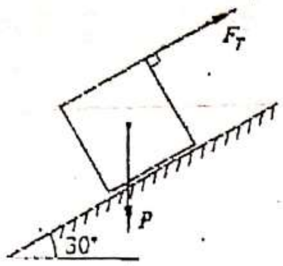
1. 图示长方体边长如图所示,受图示的力 F 作用,求力 F 在 x、y、z 轴上的投影和对 x、y、z 轴的矩。F_x = ________,F_y = ________,F_z = ________,$M_x(F)$ = ________,$M_y(F)$ = ________,$M_z(F)$ = ________。(6 分)



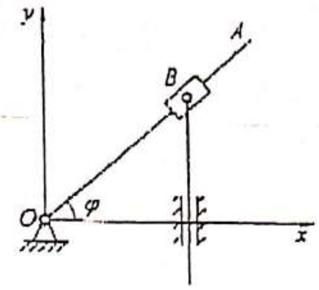
题 1 图

2. 均质正方体重为 P,放于倾角为 30° 的斜面上,静摩擦因数 $f = 0.25$,开始时在拉力 F_T 作用下静止不动。然后逐渐增大拉力 F_T,则物块先________(填"滑动"或"翻倒");又物块在斜面上保持静止时,F_T 的最大值为________。(6 分)

3. 图示平面机构中,OA 杆的虚位移 $\delta\varphi$ 与套筒 B 的虚位移 δy_B 之间的关系为________。(4 分)



题 2 图



题 3 图

4. 实心均质圆盘 A，与空心均质圆筒 B，质量相同，外半径相同，由同一高度沿同一斜面同时无初速向下做纯滚动，不计滚动摩阻，问：(8 分)

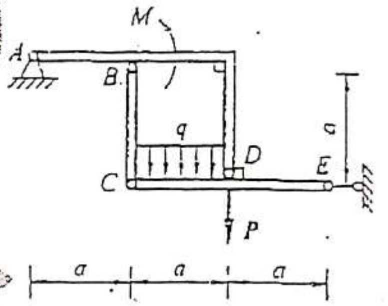
(1) A、B 哪一个先到达地面？

(2) A 到达地面时和 B 到达地面时，哪一个动能大？

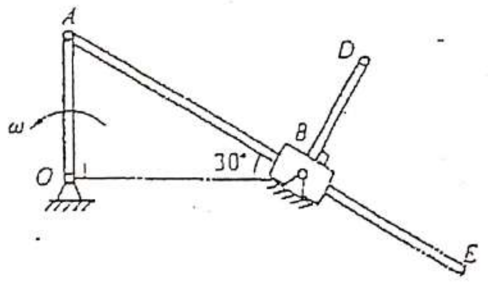
(3) 到达地面时，A 质心速度为 v_A，B 质心速度为 v_B，哪一个大？

三、不计图示各构件自重，力偶矩 $M = 500\ \mathrm{N \cdot m}$，均布荷载 $q = 1\,000\ \mathrm{N/m}$，铅垂集中力 $P = 2\,000\ \mathrm{N}$，$a = 1\ \mathrm{m}$。求：A、E 处的约束力和 B、D 处的约束力。(20 分)

四、图示平面机构，OA 杆长为 R，以匀角速度 ω 绕轴 O 转动，杆 AE 可在套筒 B 中滑动，套筒 B 和杆 BD 固接为一体做定轴转动，BD 长为 l。求图示位置时，构件 BD 的角速度 ω_{BD}、角加速度 α_{BD}，点 D 的速度 v_D 和加速度 a_D。(20 分)



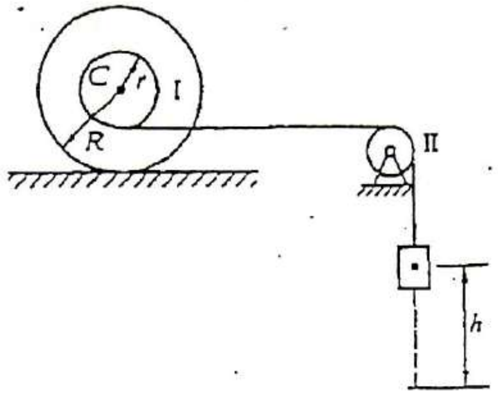
题三图



题四图

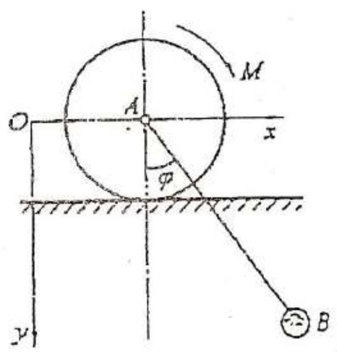
五、质量为 m 的圆盘 Ⅰ 在水平面上纯滚动，其中心 C 为质心，半径 $R = 2r$，圆盘对质心轴的转动惯量 $J_C = mr^2$。在小半径圆上绕一无重细绳，水平引出，跨过无质量的小滑轮 Ⅱ，挂一质量也为 m 的重

物。系统由静止开始运动，求重物下降高度 h 时重物的速度和加速度，地面对轮的摩擦力。(13 分)



题五图

六、图示系统，均质圆盘的质量为 m_1，半径为 R，在一常力偶矩 M 作用下，在水平面上做纯滚动。不计大小的小球的质量为 m_2，用长为 l 的无重细杆 AB 和圆盘铰接而运动。以 x、φ 为广义坐标，用拉格朗日方程建立系统的运动微分方程。(20 分)



题六图

2007 年秋试题答案与提示

点评与其他：此套题判断题与填空题有一定的难度，静力学计算题属中等难度，运动学计算题难度较大，动力学计算题比较容易，拉格朗日方程一题也不算容易，所以此套题难度属于中等偏上系列。

一、1. ×

提示：平面任意力系中含力偶系与力偶，而力偶中两力在任意轴上投影之和为零，所以，单用力的投影方程不能度量力偶的作用。可以有三矩式方程，但不能有三个力的投影方程。

2. ×

提示：力矩中的力可以使物体产生转动，也可以使物体产生移动，而力偶的作用效果只能使物体产生转动。

3. ×

提示：点可以做任意的匀速曲线运动。

4. ×

提示：可以对任意点计算动量矩，但一般教材中讲到的动量矩定理不能对任意点。

5. √

提示：由虚位移的定义可知。

二、1. $F_x = -\frac{2}{5}\sqrt{2}F$；$F_y = -\frac{3}{10}\sqrt{2}F$；$F_z = \frac{\sqrt{2}}{2}F$；

$M_x(F) = 0$；$M_y(F) = -200\sqrt{2}F$；$M_z(F) = -120\sqrt{2}F$

提示：空间力在轴上的投影和力对轴的矩的基本计算，按定义进行计算即可。

2. 翻倒；$\frac{1+\sqrt{3}}{4}P = 0.683P$

提示：按滑动计算出 F_T 的值，按翻倒计算出 F_T 的值，两值比较即可。

3. $\delta y_B \cos\varphi = OB \cdot \delta\varphi$

提示：δy_B 是绝对位移，分析绝对、牵连、相对位移的关系，求出牵连位移即可得其关系。

4. (1) A；(2) 同样大；(3) v_A

提示:由物理(力学)概念可直接判断,或用动能定理简单计算即可。

三、$F_E = 5\ \mathrm{kN}$;$F_{Ax} = -5\ \mathrm{kN}$,$F_{Ay} = 3\ \mathrm{kN}$;

$F_{BC} = 0.5\ \mathrm{kN}$(拉);$F_{Dx} = 5\ \mathrm{kN}$,$F_{Dy} = -2.5\ \mathrm{kN}$

提示:先取整体,由 $\sum M_A = 0$ 求出 E 处约束力,用两个投影方程求出 A 处两个约束力。然后取 ABD 杆,注意 BC 杆为二力杆,用3个方程求出3个约束力。当然,此时也可取 CDE 杆。

四、$\omega_{BD} = \dfrac{1}{4}\omega$(逆时针),$v_D = \dfrac{l}{4}\omega$,$\alpha_{BD} = \dfrac{\sqrt{3}}{8}\omega^2$(逆时针),

$a_D^t = \dfrac{\sqrt{3}}{8}l\omega^2$,$a_D^n = \dfrac{1}{16}l\omega^2$

提示:注意构件(套筒)BD 的角速度和角加速度和 AE 杆的角速度和角加速度相同。把动系建于构件 BD 上,动点选为点 A,则绝对速度和绝对加速度为已知,用点的合成运动求速度、加速度的方法求出牵连速度和牵连切向加速度,可得构件 BD 的角速度和角加速度。从而得点 D 的速度和加速度。

五、$v = \sqrt{\dfrac{gh}{3}}$;$a = \dfrac{g}{6}$;$F_s = \dfrac{1}{2}mg(\leftarrow)$

提示:取整体,用动能定理求速度与加速度的方法求出速度和加速度。然后取重物,用牛顿第二定律求出绳的拉力,由于不计小滑轮的质量,得水平绳的拉力。最后取圆盘 Ⅰ,用对质心的动量矩定理求出摩擦力。

六、$\left(\dfrac{3}{2}m_1 + m_2\right)\ddot{x} + m_2 l(\ddot{\varphi}\cos\varphi - \dot{\varphi}^2\sin\varphi) = \dfrac{M}{R}$,

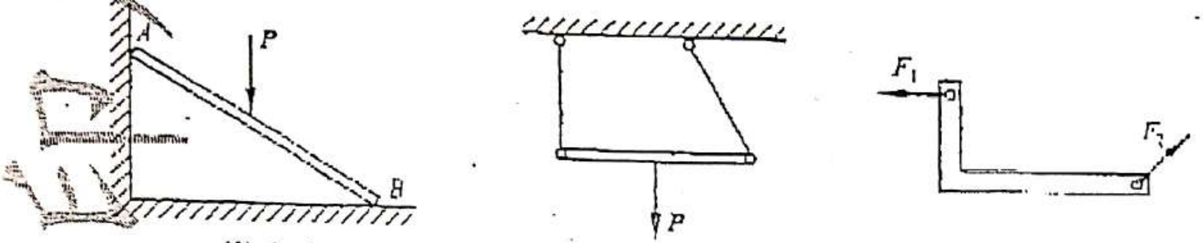
$\ddot{x}\cos\varphi + l\ddot{\varphi} + g\sin\varphi = 0$

提示:此题和哈工大2005年秋试题五题类同,但此题为非保守系统。按所给广义坐标计算出系统的广义力,计算出系统的动能,代入格朗日方程运算整理即可。

2008 年春试题

一、简答题(只写结果,不写求解过程)

1. 不计摩擦,下述物体能否平衡?(能平衡画“√”,不能平衡画“×”)(6 分)



(1) ( )　　(2) ( )　　(3) ( )

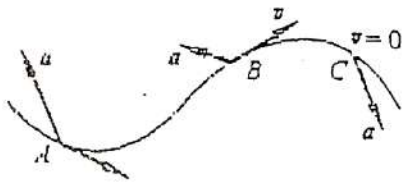
题1图

2. 下述运动(点沿曲线运动)是否可能?(6 分)

(1) 点 A;

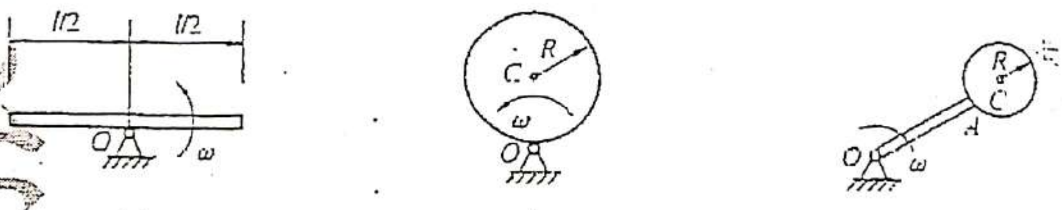
(2) 点 B;

(3) 点 C。



题2图

3. 求下述各图物体的动能、动量、动量矩(对 O 点),只写出大小即可。(9 分)



(a)　　(b)　　(c)

题3图

(1) 如图(a),均质杆长 l,质量 m,O 为质心,T = ________,p = ________,L_O = ________。

(2) 如图(b),均质圆盘,质量 m,半径 R,T = ________,p =

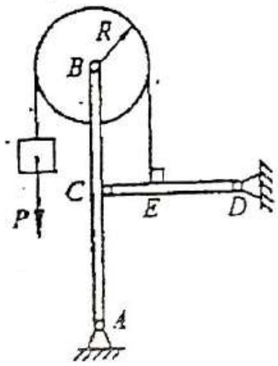
________，L_O = ________。

(3) 如图(c)，均质杆 $OA = l$，质量 m_1，均质圆盘半径 R，质量 m_2，焊接在一起。T = ________，p = ________，L_O = ________。

二、CD 水平，AB 铅垂，无重细绳由 E 起绕过滑轮悬挂重为 P 的重物。杆与滑轮质量不计，无摩擦。

已知：$AC = BC = CD = l$，滑轮半径 R，且 $CE = R$。

求：A、D 处约束力。(19 分)

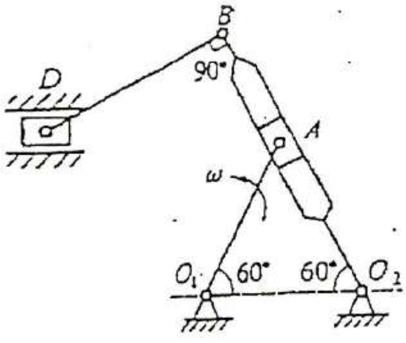


题二图

三、如图，O_1A 杆以匀角速度 ω 绕 O_1 转动，滑块 A 可沿 O_2B 中的直槽移动，从而带动 O_2B 绕 O_2 转动，铰链 B 通过 BD 杆带动滑块 D 沿水平方向运动。图示瞬时，$O_1A = O_2A = AB = BD = l$。求该瞬时：(20 分)

(1) O_2B 的角速度 ω_2 与角加速度 α_2。

(2) 滑块 D 的速度 v_D 与加速度 a_D。

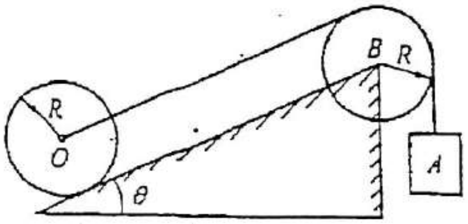


题三图

四、如图，均质圆盘 O 半径为 R，质量为 m_1，盘心系一细绳，绳沿与斜面平行的方向，绕过无重滑轮 B，悬挂一质量为 m_2 的重物 A，圆盘只能沿斜面做纯滚动，斜面倾角为 θ，系统初始静止。求：(20 分)

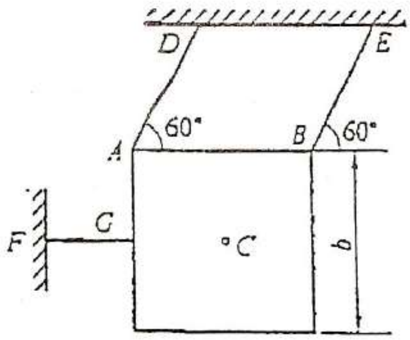
(1) 设圆盘向下纯滚动，问重物 A 上升 h 高度时重物 A 的速度与加速度。

(2) 圆盘与斜面之间的摩擦力。



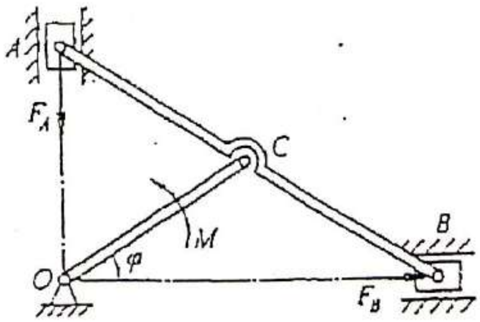
题四图

五、图示正方形均质板的质量为 m，边长为 b，在铅垂面内以 3 根软绳拉住，用动静法求软绳 FG 被剪断瞬时，板的加速度和两根绳受力。(用其他方法做不给分)(10 分)



题五图

六、图示平面机构中，不计各构件自重，$OC = CA = CB = l$，力 F_A，F_B 为已知，机构在图示位置平衡，用虚位移原理求系统平衡时，力偶矩 M 的大小。(用其他方法做不给分)(10 分)



题六图

2008 年春试题答案与提示

点评与其他：此套题题量有些大，但无什么难题，属正常考试题范围。

一、1.（1）×；（2）×；（3）×

提示：对（1）、（2）所示，直观判断可知，或由力矩方程、投影方程、三力平衡汇交定理等去判断。对（3）所示，其不满足二力平衡公理。

2.（1）能；（2）不能；（3）不能

提示：点的运动学速度、加速度的基本概念。

3.（1）$T = \frac{1}{24}ml^2\omega^2, p = 0, L_O = \frac{1}{12}ml^2\omega$；

（2）$T = \frac{3}{4}mR^2\omega^2, p = mR\omega, L_O = \frac{3}{2}mR^2\omega$；

（3）$T = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{3}m_1l^2 + \frac{1}{2}m_2R^2 + m_2(l + R)^2\right]\omega^2$

$p = \frac{\omega}{2}[m_1l + 2m_2(l + R)]$

$L_O = \left[\frac{1}{3}m_1l^2 + \frac{1}{2}m_2R^2 + m_2(l + R)^2\right]\omega$

提示：动能、动量、动量矩的基本概念和计算，按相应计算公式计算即可。

二、$F_{Ax} = 0, F_{Ay} = P + \frac{R}{l}P; F_{Dx} = 0, F_{Dy} = -\frac{R}{l}P$

提示：可直接看出，或取滑轮，得 B 处无水平方向约束力，只有铅垂方向约束力，且为 $2P$。由此取 ACB 杆，由 $\sum M_C = 0$ 求出 A 处水平方向约束力为零。此时取整体，用 3 个方程求出其他 3 个约束力。

三、（1）$\omega_2 = \frac{1}{2}\omega$（逆时针）；

（2）$\alpha_2 = 0, v_D = \sqrt{2}l\omega(\leftarrow), a_D = \sqrt{2}l\omega^2(\rightarrow)$

提示：把动系建于 O_2B 杆上，动点选为滑块 A，用点的合成运动求速度、加速度的方法求出牵连速度与牵连切向加速度，可得 O_2B 杆的角速度和角加速度。此时点 B 的速度和加速度为已知，用刚体平面运动求速度与加速度的方法求出滑块（点）D 的速度、加速度。

四、(1) $v = \sqrt{\dfrac{4(m_1\sin\theta - m_2)gh}{3m_1 + 2m_2}}$，$a = \dfrac{2(m_1\sin\theta - m_2)g}{3m_1 + 2m_2}$；

(2) $F_s = \dfrac{(m_1\sin\theta - m_2)m_1 g}{3m_1 + 2m_2}$

提示：先取整体用动能定理求速度、加速度的方法求出速度与加速度，然后取轮 O，用对质心的动量矩定理求出摩擦力。

五、$a_C = \dfrac{1}{2}g$，$F_{BE} = \dfrac{\sqrt{3}+1}{4}mg$，$F_{AD} = \dfrac{\sqrt{3}-1}{4}mg$

提示：板做平移，此瞬时点 A、B 无法向加速度，有垂直于 DA 向下的加速度，板质心的加速度与此相同。加上惯性力，按题目要求，用动静法求解。注意投影轴的选择，先沿垂直于 AD 方向的轴投影，一个方程可求出加速度。由 $\sum M_A = 0$ 求出 BE 绳受力，另一绳受力也可容易地求出。

六、$M = 2l(F_A\cot\varphi + F_B)\sin\varphi$

提示：可设给 OC 杆一虚位移，求出各虚位移的关系，代入虚功方程求解即可。

2008年秋试题

卷面共85分,平时成绩为15分。

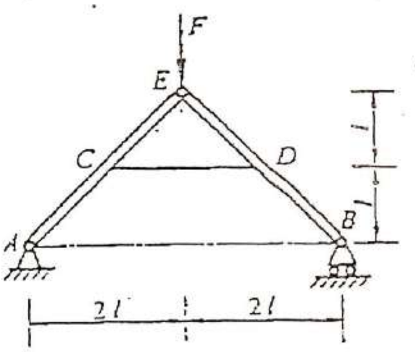
一、选择题(每题2分,共10分)

1.图示平面结构中,各构件自重不计,水平绳 CD 能承受的最大拉力为10 kN,则铅垂力 F 的最大值为(　　)。

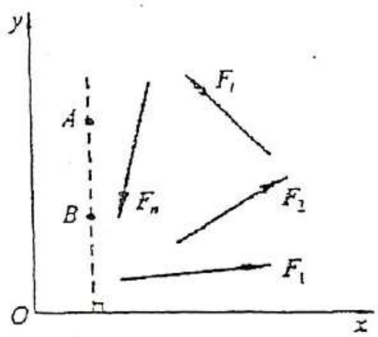
A.5 kN　　B.10 kN　　C.15 kN　　D.20 kN

2.图示一平衡的平面任意力系,在平衡方程 $\sum F_x = 0, \sum M_A = 0, \sum M_B = 0$ 中,A、B 两个取矩点和投影轴 x 垂直,有(　　)方程是独立的。

A.1个　　B.2个　　C.3个　　D.4个



题1图



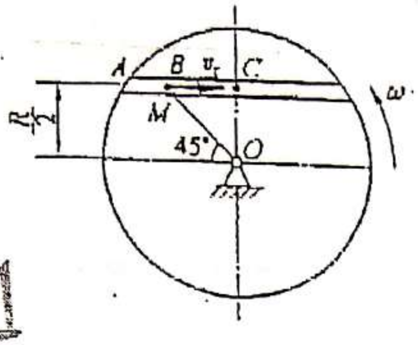
题2图

3.圆盘以匀角速度 ω 绕轴 O 转动,动点 M 相对于圆盘以匀速 v_r 在直槽内运动,以圆盘为动系,当动点 M 运动到 A、B、C 各点时,其牵连速度大小(　　);牵连加速度大小(　　);科氏加速度的大小(　　)。

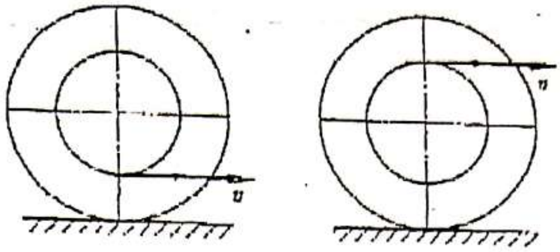
A.相等　　B.不相等　　C.难以确定

4.两个完全相同但绕线方式不同的绕线轮,在绳的拉动下沿水平固定轨道纯滚动,绳端的速度都是 v,则图(a)所示轮将(　　)滚动,图(b)所示轮将(　　)滚动,且图(a)所示轮比图(b)所示轮滚得(　　)。

A. 逆时针　　　B. 顺时针　　　C. 快　　　D. 慢



题3图

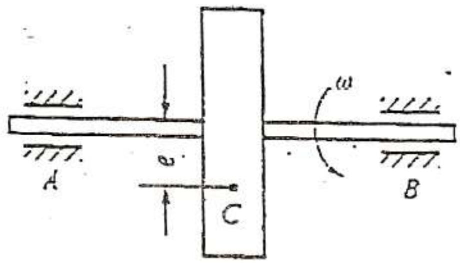


(a)　　　(b)

题4图

5. 图示飞轮其质心不在转轴上，偏心距为 e。飞轮以匀角速度 ω 转动时，轴承 A 处的附加动约束力大小为 F_{NA}。当飞轮以匀角速度 2ω 转动时，轴承 A 处的附加动约束力大小为(　　)。

A. F_{NA}　　　B. $2F_{NA}$　　　C. $3F_{NA}$　　　D. $4F_{NA}$



题5图

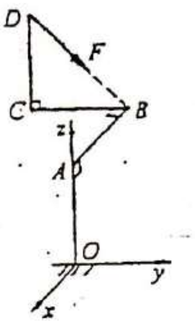
二、填空题(共15分)

1. 图示不计自重直角刚性弯杆 $OABCD$，O 处为空间固定端约束，OA、CD 铅垂，AB、BC 水平，AB 平行于 x 轴，BC 平行于 y 轴，CD 平行于 z 轴，$OA = AB = BC = CD = l$，D 处作用一力 F，大小为 F，方向沿着 DB。则 O 处的约束力为：(6分)

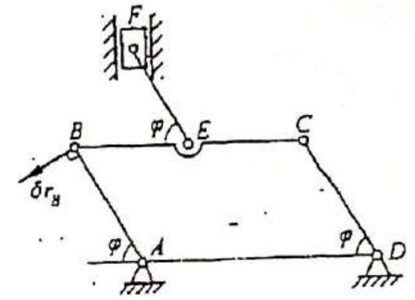
F_{Ox} = ________，F_{Oy} = ________，F_{Oz} = ________；

M_{Ox} = ________，M_{Oy} = ________，M_{Oz} = ________。

2. 图中 $ABCD$ 组成一平行四边形，$EF \parallel AB$，且 $AB = EF = l$。设点 B 的虚位移为 δr_B，则点 C 的虚位移 δr_C = ________，点 E 的虚位移 δr_E = ________，点 F 的虚位移 δr_F = ________。在图上画出各虚位移的方向。(5分)

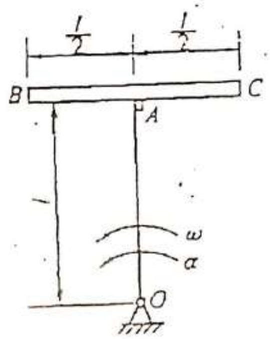


题1图



题2图

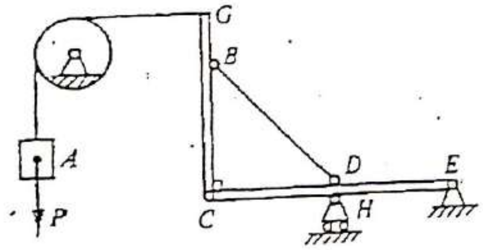
3. 图示直角T形杆以角速度ω和角加速度α绕轴O转动，尺寸如图所示，不计OA的质量，BC杆为均质杆，其质量为m，其惯性力向轴O处简化的主矢为________，主矩为________，方向在图中画出。(4分)



题3图

三、计算题(15分)

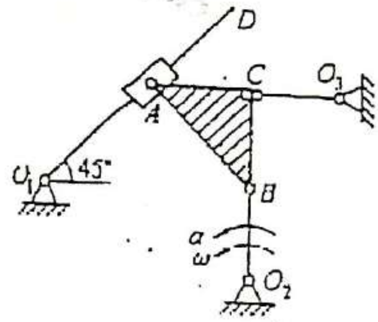
图示系统处于平衡状态，不计各构件自重，物块A重为P，尺寸$GB = 0.3$ m，$BC = CD = DE = 1$ m，求支座H、E处的约束力和BD杆受力。



题三图

四、计算题(15 分)

图示平面机构中，$O_2B = BC = CA = O_3C = R$，$AC \perp CB$，主动件 O_2B 以角速度 ω 和角加速度 α 绕轴 O 转动，图示瞬时 A、C、O_3 在同一水平线上，C、B、O_2 位于同一铅垂线上，$O_1A = \sqrt{2}R$。求此瞬时：O_1D 杆的角速度和三角板的角加速度。



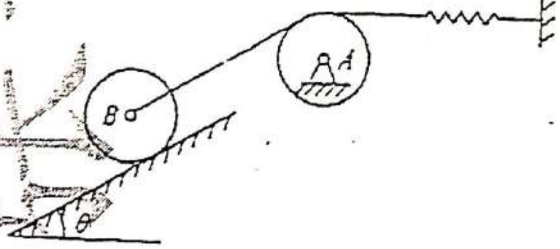
题四图

五、计算题(15 分)

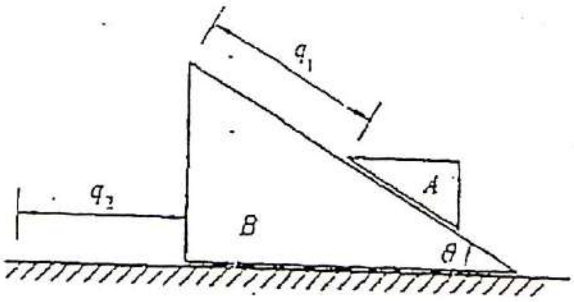
图示系统中，两均质轮质量为 m，半径均为 R，轮 B 在运动过程中做纯滚动，不计滚动摩阻。系统初始静止，此时弹簧为原长。弹簧刚度为 k，斜面倾角 $\theta = 30°$。绳与轮 A 间不打滑，绳的倾斜段与斜面平行，另一段水平。求：轮心 B 向下运动距离 s 时，轮心 B 的速度和加速度。

六、计算题(15 分)

图示三棱柱 A 的质量为 m_1，三棱柱 B 的质量为 m_2，且 $m_2 = 3m_1$，各接触处光滑，斜面倾角 $\theta = 30°$，用拉格朗日方程，以 q_1、q_2 为广义坐标，建立系统的运动微分方程，并求出运动中三棱柱 B 的加速度。



题五图



题六图

2008年秋试题答案与提示

点评与其他：此套题题量大，无论选择题、填空题和计算题，难度均属中等，属正常考试题范围。

一、1. B

提示：对整体由 $\sum M_A = 0$ 或直接可得 $F_{RB} = \frac{F}{2}$，然后取 BDE 杆，由 $\sum M_E = 0$ 计算可得。

2. B

提示：二矩式方程的限制条件为，两个取矩点的连线和投影轴不得垂直，不满足此条件，三个平衡方程不独立。

3. B；B；A

提示：重合点不同，离点 O 的距离不同，所以牵连速度、牵连加速度不同，而 $a_C = 2\omega \times v_r$ 则不变。

4. B；B；C

提示：与轨道接触点为速度瞬心，由此可知各结果。

5. D

提示：角速度为 ω 时，其惯性力主矢为 $me\omega^2$，角速度为 2ω 时，其惯性力主矢为 $me(2\omega)^2 = 4me\omega^2$，由此可知。

二、1. $F_{Ox} = 0, F_{Oy} = -\frac{\sqrt{2}}{2}F, F_{Oz} = \frac{\sqrt{2}}{2}F$；

$M_{Ox} = \frac{\sqrt{2}}{2}Fl, M_{Oy} = \frac{\sqrt{2}}{2}Fl, M_{Oz} = \frac{\sqrt{2}}{2}Fl$

提示：此题是求空间固定端的约束力，实际是力在轴上的投影和力对轴的矩的基本计算，画出空间固定端的6个约束力，投影、取矩计算即可。

2. $\delta r_C = \delta r_B, \delta r_E = \delta r_B, \delta r_F = 0$

提示：BEC 杆为平移，其上各点虚位移相同。EF 杆做平面运动，其速度瞬心为点 F。

3. 切向惯性力 $F_{IO}^n = ml\omega^2$，作用在 O 处，沿 OA 向上；法向惯性力 $F_{IO}^t = ml\alpha$，作用在 O 处，垂直于 OA 向右；$M_{IO} = \frac{13}{12}ml^2\alpha$，顺时针转向。

提示：刚体定轴转动惯性力系简化基本运算，求出其质心加速度，求出对轴 O 的转动惯量，按公式计算即可。

三、$F_{Ex} = P$、$F_{Ey} = -1.3P$；$F_{NH} = 1.3P$；$F_{BD} = 1.3\sqrt{2}P$（拉）

提示：去掉滑轮，即把水平绳断开，取右边部分，相当于取整体，列 3 个方程求出 H、E 处的 3 个约束力。然后取 GBC 杆或 CDE 杆，注意 BD 杆为二力杆，均用一个取矩方程求出 BD 杆受力。

四、$\omega_{O_1} = \dfrac{1}{2}\omega$（逆时针）；$\alpha_{ABC} = \alpha$（顺时针）

提示：三角板 ABC 做平面运动，其速度瞬心在点 C，由此得三角板的角速度和套筒（点）A 的速度，把动系建于 O_1D 杆上，动点选为套筒（点）A，求出牵连速度得 O_1D 的角速度。选点 B 为基点，求点 C 的加速度，求出点 C 相对点 B 的切向加速度得三角板 ABC 的角加速度。

五、$v_B = \sqrt{\dfrac{1}{2}\left(gs - \dfrac{k}{m}s^2\right)}$；$a_B = \dfrac{1}{4}g - \dfrac{ks}{2m}$

提示：取整体，用动能定理求速度、加速度的方法求速度、加速度，即写出系统的动能，计算出力做功，由动能定理可得速度，求导数可得加速度。

六、$2\ddot{q}_1 \pm \sqrt{3}\ddot{q}_2 - g = 0$，$8\ddot{q}_2 \pm \sqrt{3}\ddot{q}_1 = 0$；$\ddot{q}_2 = \mp\dfrac{\sqrt{3}}{13}g$（←）

提示：拉格朗日方程基本计算题，按所给广义坐标写出系统的动能，此系统为保守系统，可写出系统的势能或计算出广义力。代入拉格朗日方程计算整理即可。求得关于 $\ddot{q}_1$、$\ddot{q}_2$ 的微分方程后，联立求解可得 $\ddot{q}_2$。