

一、判断题

1. ✓

提示:二力平衡的基本概念,对变形体则不对。

2. ×

提示:应为临界状态下,在非临界状态则不是。

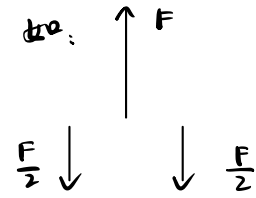
3. ×

提示:静滑动摩擦因数是无量纲的量,静滚动摩擦系数是具有长度量纲的量,这属于基本概念。

4. × 提示:刚体在3个力作用下平衡,可以是汇交力系,其必在同一平面内,也可以是平行力系,其也必定在同一平面内。

5. ×

提示:可以是平行力系。



二、填空题

1. 5, 3, 5

提示:①各力作用线平行于某一固定平面,各力在垂直于此平面的轴上的投影方程失去求解价值。

②为空间平行力系。

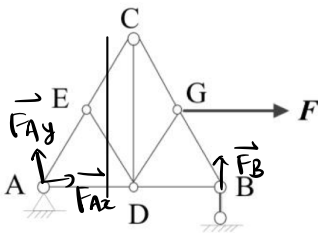
③各力在垂直于此两平行平面的轴上的投影方程失去求解价值。

3. B

($\sum F_x=0, \sum F_y=0, \sum M_o=0$ 三个方程中仅有两个独立)

2. 提示:平面任意力系平衡方程二矩式的限制条件为,两个取矩点的连线不得与投影轴垂直。答案为2。

4. $F_{ED}=0, F_{BG}=\frac{1}{2}F$



先对整体做受力分析并列平衡方程:(设每根杆长为a)

$$\begin{cases} \sum F_x=0 \Rightarrow F_{Ax}=-F \\ \sum F_y=0 \Rightarrow F_{Ay}+F_B=0 \\ \sum M_A=0 \Rightarrow F_B \times 2a = F \times \frac{\sqrt{3}}{2}a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{Ax}=-F \\ F_{Ay}=-\frac{\sqrt{3}}{4}F \\ F_B=\frac{\sqrt{3}}{4}F \end{cases}$$

如上图所示截面,对A取矩,有 $F_{ED}=0$;

对B铰链分析,为轴汇交力系,列平衡方程有: $\sum F_y=0 \Rightarrow F_B + F_{EG} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \Rightarrow F_{BG} = -\frac{1}{2}F$,
(设BG受拉) \Rightarrow BG杆的内力 $F_{BG} = \frac{1}{2}F$, 大小为 $\frac{1}{2}F$ 。

5. $M_x = -1 \text{ (kN} \cdot \text{m)}, M_y = -2 \text{ (kN} \cdot \text{m)}, M_z = 1 \text{ (kN} \cdot \text{m)}$

6. 力偶或平衡

提示:利用点A的结果向点B简化,再向点C简化,可看出主矢为零。若主矩不为零,则为力偶,若主矩为零,则为平衡。

7. 主矢 $F'_R = -(F_1 + F_2)i = -2Fi$, 主矩 $M_A = -F_4ai + F_2ak = Fa(-i + k)$; 力螺旋, 合力 $\vec{F} = -2F\vec{i}$, 作用点 $(0, -\frac{a}{2}, 0)$, 合力偶 $\vec{M} = -Fa\vec{i}$

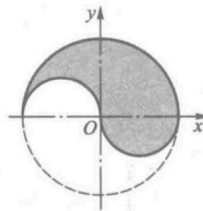
提示:按空间力系简化计算方法求出主矢和主矩,可知主矢和主矩均不为零,且并不垂直,由简化结果分析可知最后结果为力螺旋。

8. 合力、合力偶、平衡

9. 能、不能、静定

提示:画出物块的受力图便可知。因不一定处于临界平衡状态,摩擦力不一定等于 fF_N , 所以不能求出摩擦因数。因可求出所有约束力, 所以是静定问题。

10. 解: 采用负面积法, 把图形分为一个半径为 R 的大半圆与两个半径为 $\frac{R}{2}$ 的小半圆, 共三部分, 其面积与重心坐标分别为



题 3-26 图

$$A_1 = \pi R^2, \quad x_1 = 0, \quad y_1 = \frac{4R}{3\pi}$$

$$A_2 = -\pi \frac{R^2}{4}, \quad x_2 = -\frac{R}{2}, \quad y_2 = \frac{2R}{3\pi}$$

$$A_3 = \pi \frac{R^2}{4}, \quad x_3 = \frac{R}{2}, \quad y_3 = -\frac{2R}{3\pi}$$

代入

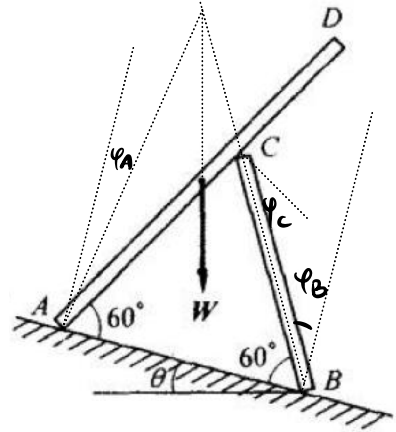
$$x_c = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3}{A_1 + A_2 + A_3}, \quad y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

计算得

$$x_c = \frac{R}{4}, \quad y_c = \frac{R}{\pi}$$

11.

(三力平衡汇交原理)



提示: BC 杆为二力杆, 全约束力沿着 BC 杆, 又系统处于极限(临界)平衡状态, 由此可知 B 、 C 处摩擦角。再由三力平衡汇交定理, 知 A 处的全约束力, 得 A 处的摩擦角。

三、三、 $F_{RB} = 4 \text{ kN}$; $F_{Ax} = -0.5 \text{ kN}$, $F_{Ay} = 3.5 \text{ kN}$, $M_A = 2.5 \text{ kN} \cdot \text{m}$

提示: 先取出 EC 构件, 用两个平衡方程求出 E 处两个约束力, 然后取 DEB 构件, 由 $\sum M_D = 0$ 求出 B 处约束力, 再用两个平衡方程求出 D 处两个约束力。最后取 AGD 构件, 用 3 个平衡方程求出 A 处 3 个约束力。

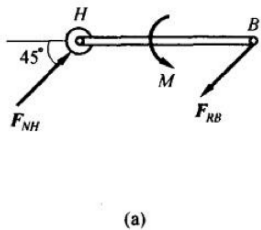
四、解题思路: 此题是静力学计算中的一个难题。整体有 7 个未知力, 取整体一个未知力也求不出。为此先取构件 HB , 注意其为力偶平衡, 用一个方程求出 B 处约束力。然后取构件 GDF (带着小滑轮), 对点 F 取矩求出 D 处约束力 (求出此力为零)。接着取构件 CDE , 对点 E 取矩求出 C 处铅直方向约束力。最后取构件 ABC , 变为 3 个未知数, 用两个方程或 3 个方程求出题目所求之力。

解 先取构件 HB , 注意其为力偶平衡, 其受力图如图(a)所示, 由

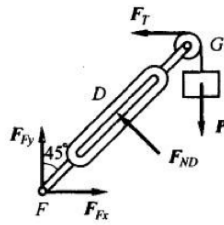
$$\sum M = 0, \quad M - F_{RB} \sin 45^\circ \cdot 2a = 0$$

解得

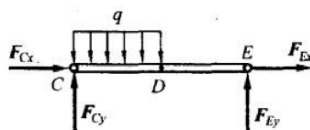
$$F_{RB} = \frac{M}{\sqrt{2}a}$$



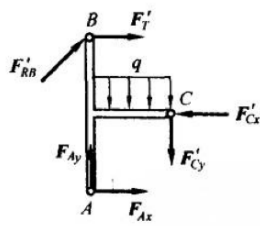
(a)



(b)



(c)



(d)

解题一图

取构件 GDF (带着小滑轮),

其受力图如图(b)所示, 由

$$\sum M_F = 0, \quad F_T \cdot 2a - P \cdot 2a + F_{ND} \cdot DF = 0 \Rightarrow F_{ND} = 0$$

其次取构件 CDE ,

其受力图如图(c)所示, 由

$$\sum M_E = 0, \quad qa \cdot \frac{3}{2}a + F_{Cy} \cdot 2a = 0$$

$$\text{得 } F_{Cy} = \frac{3}{4}qa$$

最后取构件 ABC ,

其受力图如图(d)所示, 由

$$\sum F_y = 0, \quad F_{Ay} - F'_{Cy} - qa + F'_{RB} \sin 45^\circ = 0$$

$$\sum M_C = 0,$$

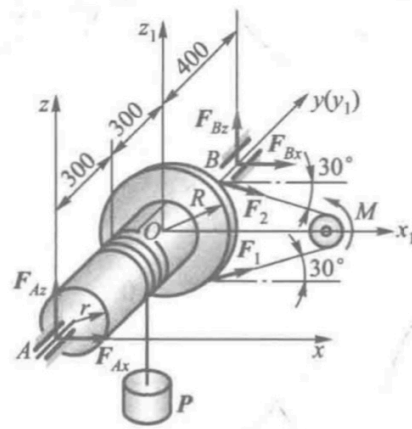
$$F_{Ax}a - F_{Ay}a + qa \cdot \frac{1}{2}a - F'_{RB} \sin 45^\circ \cdot a - F'_T a = 0$$

分别解得

$$F_{Ay} = \frac{7}{4}qa - \frac{M}{2a}$$

$$F_{Ax} = P + \frac{5}{4}qa + \frac{M}{2a}$$

五、



题 3-15 图

解：把链条断开，整体受力图如图所示，由

$$\sum M_y = 0, \quad (F_2 - F_1) \cdot R + P \cdot r = 0$$

$$\sum M_x = 0, \quad 1000 \text{ mm} \cdot F_{Bz} + 600 \text{ mm} \cdot (F_1 - F_2) \sin 30^\circ - 300 \text{ mm} \cdot P = 0$$

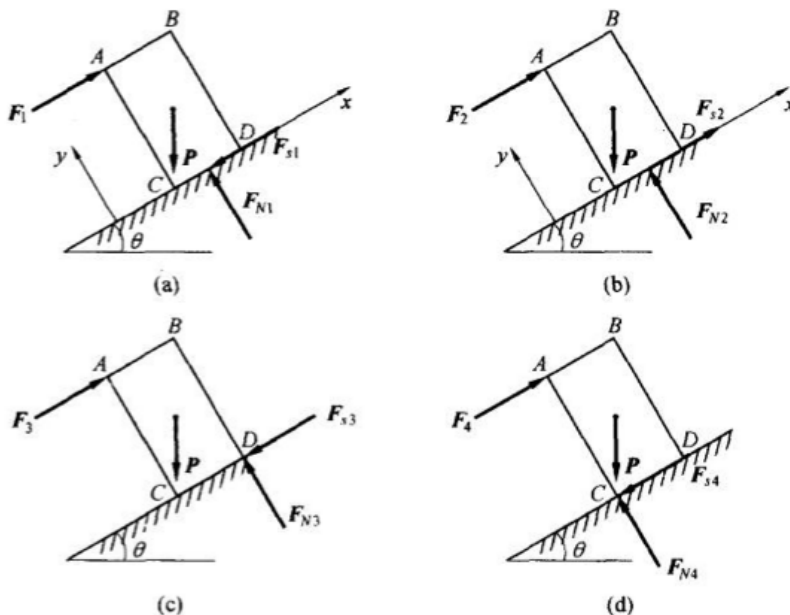
$$\sum F_z = 0, \quad F_{Az} + F_{Bz} + (F_1 - F_2) \sin 30^\circ - P = 0$$

$$\sum M_z = 0, \quad -1000 \text{ mm} \cdot F_{Bx} - 600 \text{ mm} \cdot (F_1 - F_2) \cos 30^\circ = 0$$

$$\sum F_x = 0, \quad F_{Ax} + (F_1 + F_2) \cos 30^\circ + F_{Bx} = 0$$

得 $F_1 = 10 \text{ kN}$, $F_2 = 5 \text{ kN}$, $F_{Bz} = 1.5 \text{ kN}$, $F_{Az} = 6 \text{ kN}$, $F_{Bx} = -7.8 \text{ kN}$, $F_{Ax} = -5.2 \text{ kN}$

六、



解题三图

① 上滑如图(a)

$$\sum F_{ix} = 0, \quad F_1 - P \sin \theta - F_{f1} = 0$$

$$\sum F_{iy} = 0, \quad F_{N1} - P \cos \theta = 0$$

$$F_{f1} = f_s F_{N1}$$

$$F_1 = 293.3 \text{ (kN)}$$

② 下滑如图(b)

$$\sum F_{ix} = 0, \quad F_2 - P \sin \theta + F_{f2} = 0$$

$$\sum F_{iy} = 0, \quad F_{N2} - P \cos \theta = 0$$

$$F_{f2} = f_s F_{N2}$$

$$F_2 = 206.7 \text{ (kN)}$$

③ 绕D翻倒如图(c) $\sum M_D = 0, \quad -F_3 \cdot h + P \sin \theta \cdot \frac{h}{2} + P \cos \theta \cdot \frac{b}{2} = 0 \Rightarrow F_3 = 211.6 \text{ kN}$

④ 绕C翻倒如图(d) $\sum M_C = 0, \quad -F_4 \cdot h + P \sin \theta \cdot \frac{h}{2} - P \cos \theta \cdot \frac{b}{2} = 0 \Rightarrow F_4 = 38.4 \text{ kN}$

所以，使此长方体处于平衡时力 F 的值为

$$206.7 \text{ (kN)} \leq F \leq 211.6 \text{ (kN)}$$

另外提示：考虑翻倒的题目时，一般按有翻倒趋势计算，实际上，此时并没有翻倒而只是有翻倒趋势。

此题需考虑上滑、下滑、绕两边翻四种趋势。