1 (2.2) 设 $A=\begin{pmatrix}2&2\\3&5\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1&2\\4&3\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}5&4\\13&-1\end{pmatrix}$, 试计算：

(1) $A+B$;

(2) $A-B$;

(3) $2A+3C+B$.

心得 体会 拓广 疑问

解：(1) $A+B=\begin{pmatrix}2&2\\3&5\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-1&2\\4&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&4\\7&8\end{pmatrix}$.

(2) $A-B=\begin{pmatrix}2&2\\3&5\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-1&2\\4&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&0\\-1&2\end{pmatrix}$

(3) $2A+3C+B=\begin{pmatrix}4&4\\6&10\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-1&2\\4&3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}15&12\\39&-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}18&18\\49&10\end{pmatrix}$

2 (2.2) 设 $A_1=\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}$, $A_2=\begin{bmatrix}-1\\0\\-3\end{bmatrix}$, $A_3=\begin{bmatrix}2\\1\\1\end{bmatrix}$, 求 $\frac{1}{3}A_1+\frac{1}{4}A_2+\frac{1}{12}A_3$.

解：$\frac{1}{3}A_1+\frac{1}{4}A_2+\frac{1}{12}A_3=\begin{pmatrix}\frac{1}{3}\\\frac{2}{3}\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-\frac{1}{4}\\0\\-\frac{3}{4}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\frac{1}{6}\\\frac{1}{12}\\\frac{1}{12}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{1}{4}\\\frac{3}{4}\\\frac{1}{3}\end{pmatrix}$

3 计算：

(1)(2.2) $\begin{bmatrix}4&3&1\\1&-2&3\\5&7&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}7\\2\\1\end{bmatrix}$;

解：$=\begin{pmatrix}4\times7+3\times2+1\times1\\1\times7+(-2)\times2+3\times1\\5\times7+7\times2+0\times1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}35\\6\\49\end{pmatrix}$

心得 体会 拓广 疑问

(2)(2.2) $\begin{bmatrix}1\\4\\1\\1\end{bmatrix}(1\ \ 3\ \ 2\ \ 1)$;

解：$=\begin{pmatrix}1&3&2&1\\4&12&8&4\\1&3&2&1\\1&3&2&1\end{pmatrix}$

(3)(2.2) $(1\ \ 3\ \ 2\ \ 1)\begin{bmatrix}1\\4\\1\\1\end{bmatrix}$;

解：$=(1\times1+3\times4+2\times1+1\times1)=(16)_1=16$

(4)(2.2) $\begin{bmatrix}k_1&&\\&k_2&\\&&k_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_{11}&a_{12}\\a_{21}&a_{22}\\a_{31}&a_{32}\end{bmatrix}$;

解：$=\begin{pmatrix}k_1a_{11}&k_1a_{12}\\k_2a_{21}&k_2a_{22}\\k_3a_{31}&k_3a_{32}\end{pmatrix}$

心得 体会 拓广 疑问

(5)(2.2) $\begin{bmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}k_1&&\\&k_2&\\&&k_3\end{bmatrix}$;

$=\begin{pmatrix}a_{11}k_1&a_{12}k_2&a_{13}k_3\\a_{21}k_1&a_{22}k_2&a_{23}k_3\end{pmatrix}$

(6)(2.2) $\begin{bmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}$;

$=\begin{pmatrix}a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3\\a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3\\a_{31}x_1+a_{32}x_2+a_{33}x_3\end{pmatrix}$

(7)(2.2) $(x_1\ \ x_2\ \ x_3)\begin{bmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}$;

$=(x_1a_{11}+x_2a_{21}+x_3a_{31}\ \ x_1a_{12}+x_2a_{22}+x_3a_{32}\ \ x_1a_{13}+x_2a_{23}+x_3a_{33})\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}$

$=(a_{11}x_1^2+a_{21}x_1x_2+a_{31}x_1x_3+a_{12}x_1x_2+a_{22}x_2^2+a_{32}x_2x_3+a_{13}x_1x_3+a_{23}x_2x_3+a_{33}x_3^2)$

$=(a_{11}x_1^2+a_{22}x_2^2+a_{33}x_3^2+(a_{12}+a_{21})x_1x_2+(a_{31}+a_{13})x_1x_3+(a_{32}+a_{23})x_2x_3)$

心得 体会 拓广 疑问

(8)(2.2) $\begin{bmatrix}k_1&&\\&k_2&\\&&k_3\end{bmatrix}^n$;

$\begin{pmatrix}k_1&&\\&k_2&\\&&k_3\end{pmatrix}^n=\begin{pmatrix}k_1^n&&\\&k_2^n&\\&&k_3^n\end{pmatrix}$ ☆

下面用数学归纳法证明：

证明：当 $n=1$ 时 ☆式成立．

设 $n=t$ 时 ☆式成立 $(t\geq1)$

即 $\begin{pmatrix}k_1&&\\&k_2&\\&&k_3\end{pmatrix}^t=\begin{pmatrix}k_1^t&&\\&k_2^t&\\&&k_3^t\end{pmatrix}$

当 $n=t+1$ 时，由归纳假设

$\begin{pmatrix}k_1&&\\&k_2&\\&&k_3\end{pmatrix}^{t+1}=\begin{pmatrix}k_1&&\\&k_2&\\&&k_3\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}k_1&&\\&k_2&\\&&k_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}k_1^t&&\\&k_2^t&\\&&k_3^t\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}k_1&&\\&k_2&\\&&k_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}k_1^{t+1}&&\\&k_2^{t+1}&\\&&k_3^{t+1}\end{pmatrix}$

故☆对于 $n=t+1$ 时也成立

于是，对 $\forall n\in N_+$ $\begin{pmatrix}k_1&&\\&k_2&\\&&k_3\end{pmatrix}^n=\begin{pmatrix}k_1^n&&\\&k_2^n&\\&&k_3^n\end{pmatrix}$

注：以后可直接用此结果！

(9)(2.2) $\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}^n$;

解：$\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}$ 关键

由 $\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}^2=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$

知 $\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}^k=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$ $(k\geq2)$.

又 $\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}$ (可交换) 注意点！

故有 $\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}^k\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^{n-k}$ 二项式定理

$=C_n^0\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}^0\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^n+n\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^{n-1}=E_2+n\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&n\\0&1\end{pmatrix}$ (很好！)

(10)(2.2) $\begin{pmatrix}3&4\\4&-3\end{pmatrix}^n$;

解：由 $\begin{pmatrix}3&4\\4&-3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&4\\4&-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\times3+4\times4&3\times4-4\times3\\4\times3-3\times4&4\times4+3\times3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}25&0\\0&25\end{pmatrix}$

下证 $\begin{pmatrix}3&4\\4&-3\end{pmatrix}^{2m}=\begin{pmatrix}25^m&0\\0&25^m\end{pmatrix}$ $(m\in N_+)$ ☆

当 $m=1$ 时 等式成立．

设 $m=k$ 时 等式成立 $(k\geq1)$

则 $m=k+1$ 时

$\begin{pmatrix}3&4\\4&-3\end{pmatrix}^{2(k+1)}=\begin{pmatrix}3&4\\4&-3\end{pmatrix}^{2k}\cdot\begin{pmatrix}3&4\\4&-3\end{pmatrix}^2=\begin{pmatrix}25^k&0\\0&25^k\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}25&0\\0&25\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}25^{k+1}&0\\0&25^{k+1}\end{pmatrix}$

故☆式对 $m\in N_+$ 成立．

① 当 $2\mid n$ 时．$\begin{pmatrix}3&4\\4&-3\end{pmatrix}^n=\begin{pmatrix}3&4\\4&-3\end{pmatrix}^{2\cdot\frac{n}{2}}=\begin{pmatrix}5^n&0\\0&5^n\end{pmatrix}$

② 当 $2\nmid n$ 时 $n\geq3$

$\begin{pmatrix}3&4\\4&-3\end{pmatrix}^n=\begin{pmatrix}3&4\\4&-3\end{pmatrix}^{n-1}\begin{pmatrix}3&4\\4&-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5^{n-1}&0\\0&5^{n-1}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&4\\4&-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\cdot5^{n-1}&4\cdot5^{n-1}\\4\cdot5^{n-1}&-3\cdot5^{n-1}\end{pmatrix}$

此式当 $n=1$ 时也满足

心得 体会 拓广 疑问

(11)(2.2) $\left[\begin{pmatrix}1\\-3\\2\end{pmatrix}(2\ \ 1\ \ 2)\right]^n$;

$= \begin{pmatrix}2&1&2\\-6&-3&-6\\4&2&4\end{pmatrix}^n = 3^{n-1}\begin{pmatrix}2&1&2\\-6&-3&-6\\4&2&4\end{pmatrix}$

(12)(2.2) $\begin{bmatrix}1&a&b\\0&1&a\\0&0&1\end{bmatrix}^n$;

$\begin{pmatrix}1&a&b\\0&1&a\\0&0&1\end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix}1&na&\frac{n(n-1)}{2}a^2+nb\\0&1&na\\0&0&1\end{pmatrix}$

(13)(2.2)A^n,其中 $A=\begin{bmatrix}1&1&0\\0&1&1\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&&\\&-1&\\&&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&-1&1\\0&1&-1\\0&0&1\end{bmatrix}$;

$A = \begin{pmatrix}1&-2&2\\0&-1&2\\0&0&1\end{pmatrix}$

心得 体会 拓广 疑问

(14)(2.7) $\begin{bmatrix}3&4&0&0\\4&-3&0&0\\0&0&-1&1\\0&0&0&2\end{bmatrix}^{2n}$.

❹ 求下列矩阵的行列式(n 为自然数).

(1)(2.2) $|-E_3|$;

$= (-1)^3 = -1$

(2)(2.2) $|-E_4|$;

$= (-1)^4 = 1$

心得 体会 拓广 疑问

(3)(2.7) $\left|\begin{pmatrix}-3&4&0&0\\4&3&0&0\\0&0&-1&1\\0&0&-3&2\end{pmatrix}^{2n}\right|$

❺ 计算后填空.

(1)(2.3) $\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}^{-1}$ = $\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}$.

(2)(2.3) $\begin{bmatrix}1&&&\\&2&&\\&&3&\\&&&4\end{bmatrix}^{-1}$ = $\begin{pmatrix}1&&&\\&\frac{1}{2}&&\\&&\frac{1}{3}&\\&&&\frac{1}{4}\end{pmatrix}$.

(3)(2.3) $\begin{pmatrix}\cos\theta&-\sin\theta\\\sin\theta&\cos\theta\end{pmatrix}^{-1}$ = $\begin{pmatrix}\cos\theta&\sin\theta\\-\sin\theta&\cos\theta\end{pmatrix}$.

(4)(2.7) $\begin{bmatrix}0&0&0&1&2\\0&0&0&1&3\\1&1&1&0&0\\1&4&5&0&0\\1&0&0&0&0\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}1&0\\1&0\\1&1\\1&2\\1&1\end{bmatrix}$ = $\begin{pmatrix}1&1\\0&-1\\0&1\\1&0\\0&0\end{pmatrix}$.

心得 体会 拓广 疑问

❻ (2.3) 已知 $A=\begin{pmatrix}2&-1\\-1&2\end{pmatrix}$,试用伴随矩阵法求 A^{-1}.

$A^* = \begin{pmatrix}A_{11}&A_{21}\\A_{12}&A_{22}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2&1\\1&2\end{pmatrix}$,$|A| = 3$,

$A^{-1} = \frac{1}{|A|}A^* = \frac{1}{3}\begin{pmatrix}2&1\\1&2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{2}{3}&\frac{1}{3}\\\frac{1}{3}&\frac{2}{3}\end{pmatrix}$

❼ (2.6) 已知 $A=\begin{bmatrix}0&a_1&0&\cdots&0\\0&0&a_2&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&&\vdots\\0&0&0&\cdots&a_{n-1}\\a_n&0&0&\cdots&0\end{bmatrix}$,$\prod_{i=1}^{n}a_i\neq 0$. 试用初等行变换的方法求 A^{-1}.

$(A \vdots E) \to (E \vdots A^{-1})$

❽ (2.7) 已知 $A=\begin{bmatrix}-3&4&0&0\\4&3&0&0\\0&0&-1&1\\0&0&-3&2\end{bmatrix}$,矩阵 B 满足 $AB=A+B$,求 B.

$(A-E)B=A$ ⇒ $B=(A-E)^{-1}A$

$|A|A^{-1}X = A^{-1}+2X \Rightarrow (4A^{-1}-2E)X = A^{-1} \Rightarrow (4E-2A)X=E$

心得 体会 拓广 疑问

9 (2.6) $A^{*}X = A^{-1}+2X$，其中 $A=\begin{bmatrix}1 & 1 & -1\\ -1 & 1 & 1\\ 1 & -1 & 1\end{bmatrix}$，求 X.

又 $|A| = 4$ 可逆 $\Rightarrow A^{-1} = \frac{A^*}{|A|}$

$\Rightarrow X = (4E-2A)^{-1}$

10 (2.6) 设 $A(E-C^{-1}B)^{T}C^{T}=E$，$B=\begin{bmatrix}1 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & -1\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$，$C=\begin{bmatrix}2 & 1 & 3 & 4\\ 0 & 2 & 1 & 3\\ 0 & 0 & 2 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 2\end{bmatrix}$，求 A.

心得 体会 拓广 疑问

11 (2.3) 设 $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$，$C=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{bmatrix}$，$B$ 为 3 阶可逆阵，求：

(1) $(A+3E)^{-1}(A^2-9E) = (A+3E)^{-1}(A+3E)(A-3E) = A-3E$

(2) $(BC^{T}-E)^{T}(AB^{-1})^{T}+[(BA^{-1})^{T}]^{-1}$.

化简再计算

$|A+3E| = 80$

12 求下列矩阵的秩.

(1)(2.5) $\begin{bmatrix}1 & 2 & -1 & 0\\ 1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1 & 2\end{bmatrix}$；

则 $R(A)=3$

(2)(2.5) $\begin{bmatrix}1 & -1 & 0 & a\\ 0 & 1 & -1 & b\\ -1 & 0 & 1 & c\end{bmatrix}$；

① 若 $a+b+c=0$ 则 $R(A)=2$　② 若 $a+b+c\neq 0$ 则 $R(A)=3$

心得 体会 拓广 疑问

(3)(2.5) $\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ x & 4 & 6\\ 3 & y & 9\end{bmatrix}$；

① $y=6$ $x=2$ 则 $R(A)=1$
② $y=6$ $x\neq 2$ 则 $R(A)=2$
③ $y\neq 6$ $x=2$ $R(A)=2$
④ $y\neq 6$ $x\neq 2$ $R(A)=3$

(4)(2.8) $Q=\begin{pmatrix}A & B\\ B^{T} & b\end{pmatrix}$，其中 A 是 n 阶非奇异矩阵，B 是 $n\times 1$ 矩阵，b 是常数，试证 Q 可逆的充要条件是 $B^{T}A^{-1}B\neq b$.

13 (2.3) 设 3 阶方阵 A 的行列式 $|A|=4$，计算后填空.

(1) $|A^{*}|=$ 16

(2) $|(-A)^{*}|=$ 16

(3) $\left|\left(\frac{1}{4}A\right)^{-1}-\frac{1}{2}A^{*}\right|=$ ______

(4) $|(A^{*})^{-1}|=$ $\frac{1}{16}$

心得 体会 拓广 疑问

14 (2.7) 设 4 阶方阵 $A=(\alpha,X,Y,Z)$，$B=(\beta,X,Y,Z)$，$|A|=4$，$|B|=1$，求 $|A+B|$.

$= 8(|A|+|B|) = 40$

15 (2.3) 设 A 为 n 阶方阵，$A^4-5A^2+4E=0$，试证 A 可逆.

由 $A^4-5A^2+4E=0$

有 $A^4-5E^2A^2=-4E$.

∴ $|A|\neq 0$ 故 A 可逆

16 (2.2) 设 A 是 $m\times n$ 矩阵，若对任意 $n\times 1$ 矩阵 B 都有 $AB=0_{m\times 1}$，试证 $A=0$.

17 (2.2) 设 A 是 n 阶实对称阵，且 $A^2=0$，证明 $A=0$.

心得 体会 拓广 疑问

18 (2.8) 设 A,B 都是 $m\times n$ 矩阵，A 经初等行变换可化成 B，若记 α_j 为 A 的第 j 列，β_j 为 B 的第 j 列，即 $A=(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n)$，$B=(\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_n)$，则当 $\beta_i=\sum_{j=1}^{n}k_j\beta_j$ 时，$\alpha_i=\sum_{j=1}^{n}k_j\alpha_j$.

19 (2.3) 已知对于 n 阶方阵 A，存在自然数 k，使得 $A^k=0$，试证明矩阵 $E-A$ 可逆，并写出其逆矩阵的表达式（E 为 n 阶单位阵）.

年 月 日

20 (2.3) 设 A 为 n 阶非零实方阵，A^* 是 A 的伴随矩阵，A^T 是 A 的转置矩阵，当 $A^*=A^T$ 时，证明 $|A|\neq 0$.

心得 体会 拓广 疑问

21 (2.8) 设 A 为 m 阶可逆方阵，B 为 n 阶可逆方阵，C 为 $m\times n$ 矩阵，求分块矩阵 $M=\begin{pmatrix}A & C\\ 0 & B\end{pmatrix}$ 的行列式及 M 的逆矩阵.

22 (2.8) 设 A 是 n 阶可逆阵，$D=CA^{-1}B$. 试证：$R\begin{pmatrix}A & B\\ C & D\end{pmatrix}=n$.

年 月 日

23 (2.3) 若 $A^2=E$，$B^2=E$，且 $|A|+|B|=0$. 试证明：$A+B$ 是奇异阵（注：奇异阵是指行列式为零的矩阵）.

心得 体会 拓广 疑问

24 填空题.

(1)(2.2) 已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 3 & -2 & 1\\ 2 & 0 & 2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 3 & 1\\ 2 & 2\end{pmatrix}$，$A=BC$，则 $C=$ ______.

(2)(2.2) 已知 $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$，$f(x)=x^n-x+1$，则 $f(A)=$ ______.

(3)(2.2) 设 A 与 B 均是 3 阶方阵，$|A|=2$，$A^2+AB+2E=0$，则 $|A+B|=$ __-4__.

(4)(2.3) 设 A 是方阵，且 $A^2+A-8E=0$，则 $(A-2E)^{-1}=$ __$\frac{A+3E}{2}$__.

(5)(2.8) A 为 4×3 矩阵，且 $R(A)=2$，又 $B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 2 & 1\\ 0 & 0 & 3\end{pmatrix}$，则 $R(AB)=$ __2__.

(6)(2.8) 设 $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & -2\\ 3 & 2 & 6\\ 1 & t-1 & -2\end{pmatrix}$，3 阶非零方阵 B 满足 $AB=0$，则 t 的值为 __0__.

(7)(2.8) 已知 A,B 都是 n 阶方阵，A 可逆，则 $R\begin{pmatrix}B\\ AB\end{pmatrix}-R(BA)=$ __0__.

(8)(2.2) $\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 2 & 1\end{pmatrix}^{10}\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 3 & 1\\ 3 & 1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{pmatrix}=$ ______.

(9)(2.8) 设 4 阶方阵 A 和 B 的伴随矩阵为 A^* 和 B^*，且 $R(A)=3$，$R(B)=4$，则 $R(A^*B^*)=$ __1__.

(10)(2.7) 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$，则 $\begin{pmatrix}0 & A^*\\ (B^{-1})^T & 0\end{pmatrix}^{-1}=$

年 月 日

心得 体会 拓广 疑问

(11)(2.5) 设 $A=\begin{pmatrix}a_1b_1 & a_1b_2 & \cdots & a_1b_n\\ a_2b_1 & a_2b_2 & \cdots & a_2b_n\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ a_nb_1 & a_nb_2 & \cdots & a_nb_n\end{pmatrix}$，其中 $a_i\neq 0, b_i\neq 0 (i=1,2,\cdots,n)$，则矩阵 A 的秩 $R(A)=$ __1__.

(12)(2.5) 设 4 阶方阵 A 的秩为 2，则其伴随阵 A^* 的秩为 __0__.

(13)(2.3) 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 2 & 2 & 0\\ 3 & 4 & 5\end{pmatrix}$，$A^*$ 是 A 的伴随矩阵，则 $(A^*)^{-1}=$ ______，$|A+(A^*)^{-1}|=$ ______.

25 选择题.

(1)(2.3) 设 A,B 均为 $n\times n$ 矩阵，则必有（ C ）.

(A) $|A+B|=|A|+|B|$
(B) $AB=BA$
(C) $|AB|=|BA|$
(D) $(A+B)^{-1}=A^{-1}+B^{-1}$

(2)(2.3) 设 n 阶方阵 A,B,C 满足关系式 $ABC=E$，则必有（ D ）.

(A) $ACB=E$
(B) $CBA=E$
(C) $BAC=E$
(D) $BCA=E$

(3)(2.3) 设 A,B 为 n 阶可逆阵，满足 $(AB)^2=E$，下列各式不正确的是（ A ）.

(A) $A=B^{-1}$
(B) $ABA=B^{-1}$
(C) $BAB=A^{-1}$
(D) $(BA)^2=E$

(4)(2.3) 设 A,B 为 n 阶矩阵，下述论断不正确的是（ C ）.

(A) A 可逆，且 $AB=0$，则 $B=0$
(B) A,B 中有一个不可逆，则 AB 不可逆
(C) A,B 可逆，则 $A+B$ 可逆
(D) A,B 可逆，则 A^TB 可逆

(5)(2.3) 设 A,B 都是可逆矩阵，且 $AB=BA$，则必有（ B ）.

(A) $A^{-1}B=B^{-1}A$
(B) $AB^{-1}=B^{-1}A$
(C) $AB=B^{-1}A^{-1}$
(D) $|(A^{-1}+B^{-1})(A+B)|\neq 0$

(6)(2.2) 设矩阵 $A=(a_{ij})_{4\times 4}$，$B=(b_{ij})_{4\times 4}$，且 $a_{ij}=-2b_{ij}$，则行列式 $|B|$ 的值为（ A ）.

(A) $2^{-4}|A|$
(B) $2^4|A|$
(C) $-2^{-4}|A|$
(D) $-2^4|A|$

(7)(2.8) 设 A 与 B 是两个 n 阶非零方阵，满足 $AB=0$，则 A 与 B 的秩（ C ）.

(A) 都等于 n
(B) 必有一个为零
(C) 都小于 n
(D) 和小于 n

年 月 日

心得 体会 拓广 疑问

(8)(2.7) 设 $A_{ij} \in \mathbf{R}^{n\times n}$，$A=\begin{bmatrix}A_{11} & A_{12}\\ A_{21} & A_{22}\end{bmatrix}$，则(　　).

(A) $A^{T}=\begin{bmatrix}A_{11} & A_{21}\\ A_{12} & A_{22}\end{bmatrix}$　　(B) $A^{T}=\begin{bmatrix}A_{11}^{T} & A_{21}^{T}\\ A_{12}^{T} & A_{22}^{T}\end{bmatrix}$

(C) $A^{T}=\begin{bmatrix}A_{11}^{T} & A_{12}^{T}\\ A_{21}^{T} & A_{22}^{T}\end{bmatrix}$　　(D) $|A|=|A_{11}A_{22}-A_{12}A_{21}|$

(9)(2.3) 设 A 是 n 阶可逆矩阵，A^{*} 是 A 的伴随矩阵，则(　　).

(A) $|A^{*}|=|A|^{n-1}$　　(B) $|A^{*}|=|A|$

(C) $|A^{*}|=|A|^{n}$　　(D) $|A^{*}|=|A^{-1}|$

(10)(2.6) 设

$$A=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix}a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{31}+a_{11} & a_{32}+a_{12} & a_{33}+a_{13}\end{bmatrix}$$

$$P_1=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix},P_2=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

则必有(　　).

(A) $AP_1P_2=B$　　(B) $AP_2P_1=B$

(C) $P_1P_2A=B$　　(D) $P_2P_1A=B$

(11)(2.3) 设 $n(n\geqslant 2)$ 阶矩阵 A 非奇异，A^{*} 是 A 的伴随矩阵，则(　　).

(A) $(A^{*})^{*}=|A|^{n-1}A$　　(B) $(A^{*})^{*}=|A|^{n+1}A$

(C) $(A^{*})^{*}=|A|^{n-2}A$　　(D) $(A^{*})^{*}=|A|^{n+2}A$

26 判断下列命题是否正确(E 为单位阵).

(1)(2.2) 若 A 是 n 阶方阵，$A^2=A$，则 $A=0$ 或 $A=E$.

(2)(2.2) 若矩阵 A 满足 $A^2=E$，则 $A=\pm E$.

(3)(2.8) 设 A 是 $m\times n$ 矩阵，B 是 $n\times m$ 矩阵，若 $m>n$，则 $|AB|=0$.

(4)(2.7) 若 A,B,C,D 均为 n 阶方阵，则有

$$\begin{vmatrix}A & B\\ C & D\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}|A| & |B|\\ |C| & |D|\end{vmatrix}=|AD-BC|$$

(5)(2.3) 对任意方阵 A 及其伴随矩阵 A^{*}，均有 $AA^{*}=A^{*}A$.

(6)(2.3) 若 n 阶方阵 A 的伴随矩阵 $A^{*}=0$，则 $|A|=0$.

(7)(2.6) 若 A,B 都是 n 阶可逆阵，则 A 可经初等行变换化成 B.

(8)(2.4) 对方阵进行初等变换，不改变该矩阵的行列式.

(9)(2.5) 若矩阵 A 的秩为 r，则 A 的所有 r 阶子式全不为 0.

心得 体会 拓广 疑问

(10)(2.5) 若矩阵 A 的秩为 r，则 A 没有等于 0 的 $r-1$ 阶子式.

(11)(2.5) 若 4 阶方阵 A 的秩是 2，则 A 的伴随矩阵的秩是 0.

(12)(2.8) 设 A^{*} 为 A 的伴随矩阵，则 $R(A)+R(A^{*})=n$.

(13)(2.6) 设 $A=(a_{ij})_{n\times n}$，$\sum_{j=1}^{n}a_{ij}=0, i=1,2,\cdots,n$，则 A 不可逆.

(14)(2.8) $\begin{vmatrix}E_m & A\\ B & E_n\end{vmatrix}=|E_m-AB|=|E_n-BA|$.