2016 年秋季学期大一学生期中B

课　　程:线性代数与空间解析几何　　　　**考试时间:　40 分钟**

学　　号: QQ2842305604　　　　**姓　　名:**__________

1.设 A=$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$，满足 AB=A+B，则 B=(　　)

(A) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$　　(B) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$　　(D) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

2.对行列式做（　　）变换不改变行列式的值

(A)互换两行

(B)非零数乘某一行

(C)某行某列互换

(D)非零数乘某一行再加到另外一行

3.已知直线 L₁$\begin{cases} x+y-z-1=0 \\ 2x+y-z-2=0 \end{cases}$,L₂: $\frac{x}{-2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{0}$，求 L_1 与 L_2 间的距离（　）

（A）1　　（B）2

（C）$\frac{3}{2}$　　(D)3

4.若 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{vmatrix}=0$,则 x=(　　)

(A)$\frac{1}{2}$　　(B)1

(C)$\frac{3}{2}$ (D)2

5.设 A 为 n 阶矩阵，且满足$A^2=2A$,A≠ 2E,则$|A^*|=($ $)$

(A)0 (B)2

(C)4 (D)0.5

6.$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 1 \end{vmatrix}$=（ ）

(A)61 (B)-61

(C)63 (D)-63

7. 设 $A(E-C^{-1}B)'C'=E$，其中 B=$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$，C=$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$，则 A=（ ）

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

8. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 6 \end{vmatrix}$ =（ ）

(A)393 (B)394

(C)395 (D)396

9.设有直线 L：$\frac{x+3}{-2}=\frac{y+4}{-7}=\frac{z}{3}$及平面π：$4x-2y-2z=3$,则直线 L （ ）

(A)在π上 (B)垂直于π

(C)平行于π (D)与π斜交

10. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 2 & 3 \\ 25 & 16 & 4 & 9 \\ 125 & 64 & 8 & 27 \end{vmatrix}$ =（ ）

(A)-18 (B)18

(C)-12 (D)12

11.设 A,B 均为 n 阶矩阵，n≥ 4 且 $AB = 0, B \neq 0$, 则必有 ( )

(A) $(A+B)^2 = A^2 + B^2$ (B) $|B| \neq 0$

(C) $|A^*|^{n-2} = 0$ (D) $|B^*|^{n-1} \neq 0$

12.设α为 3 维列向量，α^T 是α的转置.若$\alpha\alpha^T=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$，则$\alpha^T\alpha$=（ ）

(A)1 （B）2

(C)3 （D）0

13.求点（-1，2，0）在平面$x + 2y - z + 1 = 0$上的投影 （ ）

(A)$\left(\frac{5}{3}, -\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\right)$ (B) $\left(-\frac{5}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$

(C)$(-5,2,2)$ (D) $(5, -2, -2)$

14.设 A 与 B 均为 7 阶矩阵，且$|A| = e, |B| = e^{-2}, |A^{-1} + B| = e^3$, 则$|A + B^{-1}| =$ ( )

(A) e (B) e^6

(C) 1 (D) e^2

15.设 A,B,C 均为 n 阶方阵，且 M=$\begin{bmatrix} A & A \\ C-B & C \end{bmatrix}$，则 M 可逆是 A,B 可逆的（ ）

（A）充要条件 （B）必要条件

（C）充分条件 （D）无法判断

16.设 A=$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$,C=$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$，B 为三阶可逆阵.$\left[(BC^T-E)^T(AB^{-1})^T+[(BA^{-1})^T]^{-1}\right]$=（ ）

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

17.设三阶方阵 A,B 满足$A^{-1}BA=6A+BA$，其中$A=diag(\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{7})$,B=(　　)

（A）diag(3,2,1)　　　　(B)diag(2,3,6)

(C) diag(3,4,7)　　　　(D)diag(1,1,1)

18.已知$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$线性无关,令

$$\boldsymbol{\beta}_1=\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\beta} \quad \boldsymbol{\beta}_2=\boldsymbol{\alpha}_2+2\boldsymbol{\beta} \quad \boldsymbol{\beta}_3=\boldsymbol{\alpha}_3+3\boldsymbol{\beta}$$

则$\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\boldsymbol{\beta}_3,\boldsymbol{\beta}$的关系为(　　　)

(A)线性相关　　(B)线性无关　　(C)无法确定

19.设 A=$\begin{pmatrix}1&1&0\\-1&1&0\\0&1&1\end{pmatrix}$，$A\alpha=\begin{pmatrix}2\\0\\2\end{pmatrix}$，则$|E_n-\alpha\alpha^T|=(\ )$

(A)0　　　　(B) 2

(C) 1　　　　(D) -2

20.设 3 阶方阵的行列式$|A|=4$, 求$|(A^*)^{-1}|-|(0.25A)^{-1}-0.5A^*|=(\ )$

(A)　0.3125　　　　(B) 1.9375

(C) -2.0625　　　　(D) -0.3125

2016 年秋季学期大一学生B

课　　程:线性代数与空间解析几何　　　　　考试时间:　40 分钟

学　　号:______________________　　　　　姓　　名:____________

....

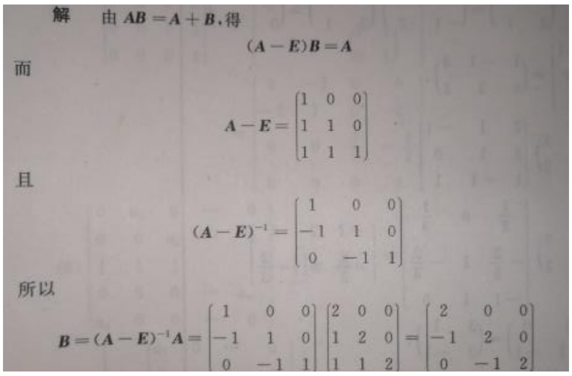
1.设 A=$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$，满足 AB=A+B，则 B=(　A　)

(A) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$　　(B) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$　　(D) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

答案：A

解析：



解　由 $AB=A+B$，得

$$(A-E)B=A$$

而

$$A-E=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

且

$$(A-E)^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

所以

$$B=(A-E)^{-1}A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

题目来源：课本二章习题，第 10 题

2.对行列式做（　D　）变换不改变行列式的值

(A)互换两行

(B)非零数乘某一行

(C)某行某列互换

(D)非零数乘某一行再加到另外一行

答案：D

3.已知直线 L$_1$$\begin{cases} x+y-z-1=0 \\ 2x+y-z-2=0 \end{cases}$,L$_2$： $\frac{x}{-2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{0}$，求 L$_1$ 与 L$_2$ 间的距离

（ A ）

（A）1　　　　（B）2

（C）$\frac{3}{2}$　　　　(D)3

答案 A

解析　L$_1$ 的方向向量为　$\overrightarrow{s_1}=\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}=(0,-1,-1)$

L$_2$ 的方向向量　$\overrightarrow{s_2}=(-1,1,0)$,显然 M$_1$(1,0,0)$\epsilon L_1$, M$_2$(0,0,-2)$\epsilon L_2$

由 $[\overrightarrow{s_1}\,\overrightarrow{s_2}\,\overrightarrow{M_1M_2}]$=$\begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{vmatrix}$=3≠ 0

知 L$_1$，L$_2$ 是异面直线

过直线 L$_1$ 作平行于 L$_2$ 的平面π，则 L$_1$ 上任一点到平面π的距离等于 L$_1$ 与 L$_2$ 间的距离

设平面π的方程为$x+y-z-1+\lambda(2x+y-z-2)=0$,

由 L$_1$ 与π平行，故 L$_2$ 的方向向量 $\overrightarrow{s_2}$与π的法向量$\vec{n}$垂直，故

$$\overrightarrow{s_2}\cdot\vec{n}=-2（1+2\lambda）+（1+\lambda）=0,\quad \lambda=-\frac{1}{3}$$

从而平面π的方程为　$x+2y-2z-1=0$

在 L$_2$ 上选取一点M_0(0,0,-2), M_0到π的距离为

$$d=\frac{|-2x(-2)-1|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=1$$

故 L$_1$ 与 L$_2$ 间的距离为 1.

改编自课本 第 104 页 例 18

4.若 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{vmatrix}=0$,则 x=(　C　)

(A)$\frac{1}{2}$　　　　(B)1

(C)$\frac{3}{2}$ (D)2

答案：C

5.设 A 为 n 阶矩阵，且满足$A^2=2A$,A$\neq$ 2E,则$|A^*|=$(A)

(A)0 (B)2

(C)4 (D)0.5

答案：A

解析：见习题指导，180 页，六

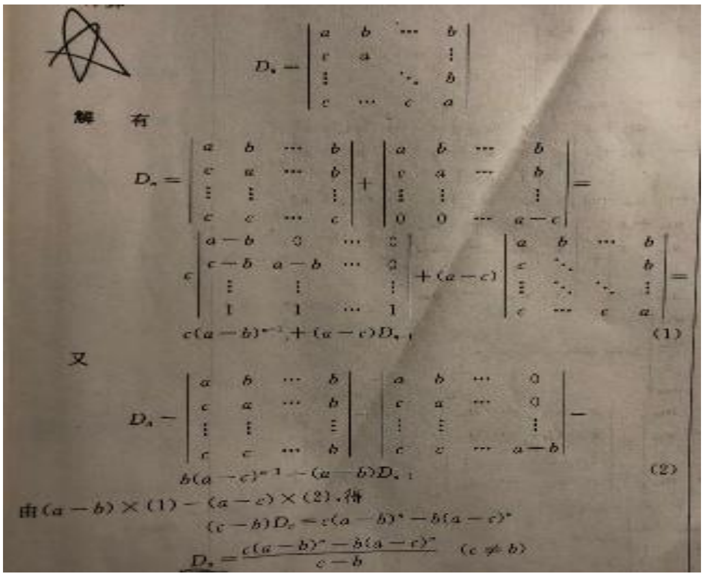
6.$\begin{vmatrix}1&2&2&2&2\\3&1&2&2&2\\3&3&1&2&2\\3&3&3&1&2\\3&3&3&3&1\end{vmatrix}$=（ A ）

(A)61 (B)-61

(C)63 (D)-63

答案：A

解析：



$$D_n=\begin{vmatrix}a&b&\cdots&b\\c&a&&\vdots\\\vdots&&\ddots&b\\c&\cdots&c&a\end{vmatrix}$$

解 有

$$D_n=\begin{vmatrix}a&b&\cdots&b\\c&a&\cdots&b\\\vdots&\vdots&&\vdots\\c&c&\cdots&c\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}a&b&\cdots&b\\c&a&\cdots&b\\\vdots&\vdots&&\vdots\\0&0&\cdots&a-c\end{vmatrix}=$$

$$c\begin{vmatrix}a-b&0&\cdots&0\\c-b&a-b&\cdots&0\\\vdots&\vdots&&\vdots\\1&1&\cdots&1\end{vmatrix}+(a-c)\begin{vmatrix}a&b&\cdots&b\\c&\ddots&&b\\\vdots&\ddots&\ddots&\vdots\\c&\cdots&c&a\end{vmatrix}=$$

$$c(a-b)^{n-1}+(a-c)D_{n-1} \quad (1)$$

又

$$D_n=\begin{vmatrix}a&b&\cdots&b\\c&a&\cdots&b\\\vdots&\vdots&&\vdots\\c&c&\cdots&b\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}a&b&\cdots&0\\c&a&\cdots&0\\\vdots&\vdots&&\vdots\\c&c&\cdots&a-b\end{vmatrix}=$$

$$b(a-c)^{n-1}+(a-b)D_{n-1} \quad (2)$$

由$(a-b)\times(1)-(a-c)\times(2)$,得

$$(c-b)D_n=c(a-b)^n-b(a-c)^n$$

$$D_n=\frac{c(a-b)^n-b(a-c)^n}{c-b}\quad(c\neq b)$$

来源：《疑难解答》第一章 16 题

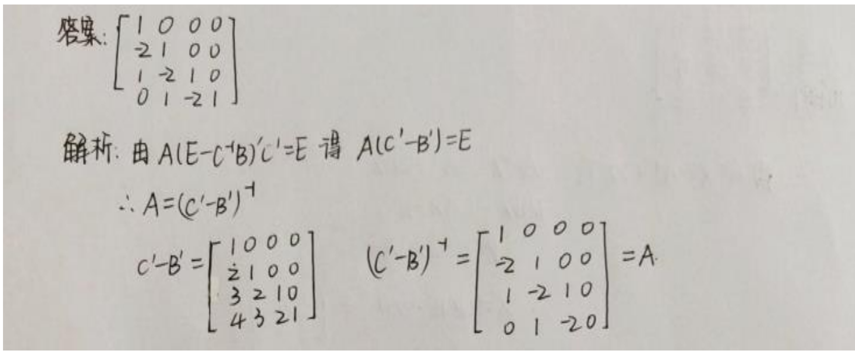
7.设 A(E-C^{-1}B)’C’=E，其中 B=$\begin{bmatrix}1&-1&0&0\\0&1&-1&0\\0&0&1&-1\\0&0&0&1\end{bmatrix}$，C=$\begin{bmatrix}2&1&3&4\\0&2&1&3\\0&0&2&1\\0&0&0&2\end{bmatrix}$，则 A=（ C ）

(A) $\begin{bmatrix}1&0&0&0\\-2&1&1&0\\0&0&2&1\\0&0&0&2\end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix}-2&0&0&0\\0&1&0&0\\1&2&0&1\\0&1&0&2\end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

答案：C

解析



答案: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

解析: 由 $A(E-C^{-1}B)'C'=E$ 得 $A(C'-B')=E$

$\therefore A=(C'-B')^{-1}$

$C'-B'=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ $(C'-B')^{-1}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}=A$

题目来源：《同步训练》第二章

8. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 6 \end{vmatrix}$ =（ B ）

(A)393 (B)394

(C)395 (D)396

答案：B

9.设有直线 L：$\frac{x+3}{-2}=\frac{y+4}{-7}=\frac{z}{3}$及平面π：$4x-2y-2z=3$,则直线 L （C）

(A)在π上 (B)垂直于π

(C)平行于π (D)与π斜交

答案：C

解析 由已知 $\vec{s}$ =(-2,-7,3), $\vec{n}$ =(4,-2,-2)

因为$\vec{s}\cdot\vec{n}=0$，所以 L//π。又 M(-3,-4,0)∉ π,故 L 不在平面上

改编自课本 第 107 页 第 32 题（1）

10. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 2 & 3 \\ 25 & 16 & 4 & 9 \\ 125 & 64 & 8 & 27 \end{vmatrix}$ =（ C ）

(A)-18 (B)18

(C)-12　　　　　　　　　　　　　　　　　　　(D)12

答案：C

11.设 A,B 均为 n 阶矩阵，n≥ 4 且 $\mathrm{AB}=0,\mathrm{B}\neq 0$,则必有（　C　）

(A) $(\mathrm{A}+\mathrm{B})^2=A^2+B^2$　　　　　　　　　　(B) $|B|\neq 0$

(C) $|A^*|^{n-2}=0$　　　　　　　　　　　　　　　(D) $|B^*|^{n-1}\neq 0$

答案：C

解析：C，尹 AB= 0，$A^*\mathrm{AB}=0$，得$|A^*|B=0.$又因为$B\neq 0$，故$|A|=0.$

而$|A^*|=|A|^{n-2}$,故$|A^*|^{n-2}=0.$

来源：习题指导，第 171 页，二、2

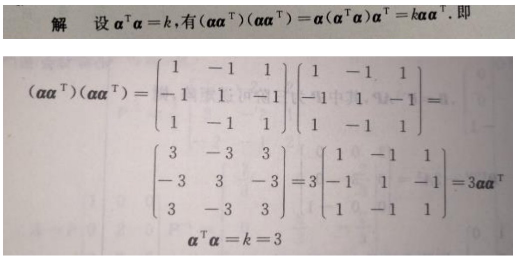
12.设α为 3 维列向量，α^{T}是α的转置.若$\alpha\alpha^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}1&-1&1\\-1&1&-1\\1&-1&1\end{bmatrix}$，则$\alpha^{\mathrm{T}}\alpha$=（　C　）

(A)1　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（B）2

(C)3　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（D）0

答案:C

解析：


解　设 $\alpha^{\mathrm{T}}\alpha=k$,有$(\alpha\alpha^{\mathrm{T}})(\alpha\alpha^{\mathrm{T}})=\alpha(\alpha^{\mathrm{T}}\alpha)\alpha^{\mathrm{T}}=k\alpha\alpha^{\mathrm{T}}$. 即

$$(\alpha\alpha^{\mathrm{T}})(\alpha\alpha^{\mathrm{T}})=\begin{bmatrix}1&-1&1\\-1&1&-1\\1&-1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&-1&1\\-1&1&-1\\1&-1&1\end{bmatrix}=$$

$$\begin{bmatrix}3&-3&3\\-3&3&-3\\3&-3&3\end{bmatrix}=3\begin{bmatrix}1&-1&1\\-1&1&-1\\1&-1&1\end{bmatrix}=3\alpha\alpha^{\mathrm{T}}$$

$$\alpha^{\mathrm{T}}\alpha=k=3$$

题目来源：《疑难解答》第 52 页，第 38 题

13.求点（-1，2，0）在平面$\mathrm{x}+2\mathrm{y}-\mathrm{z}+1=0$上的投影　　　　　　（ B ）

(A)$\left(\frac{5}{3},-\frac{2}{3},-\frac{2}{3}\right)$　　　　　　　　　　　　(B) $\left(-\frac{5}{3},\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$

(C)$(-5,2,2)$　　　　　　　　　　　　　　(D) $(5,-2,-2)$

答案 B

解析　　过点（-1，2，0）且垂直于平面π的直线方程为

$$\frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-1}$$

化为参数式为

$$\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -t \end{cases}$$

代入平面方程有$t = -\frac{2}{3}$,所以点在平面的投影为$\left(-\frac{5}{3},\ \frac{2}{3},\ \frac{2}{3}\right)$

改编自课本 第 108 页 第 33 题

14.设 A 与 B 均为 7 阶矩阵，且$|A| = e, |B| = e^{-2}, |A^{-1} + B| = e^{3}$, 则$|A + B^{-1}| =$（ B ）

(A) e

(B) e^{6}

(C) 1

(D) e^{2}

答案：B

解析：$|A + B^{-1}| = |AE + EB^{-1}| = |A||A^{-1} + B||B^{-1}| = e^{6}$

来源：习题指导，172 页，六

15.设 A,B,C 均为 n 阶方阵，且 M=$\begin{bmatrix} A & A \\ C-B & C \end{bmatrix}$，则 M 可逆是 A,B 可逆的（ A ）

（A）充要条件

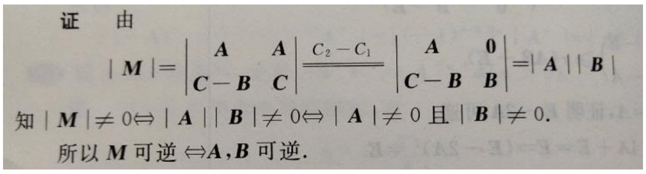
（B）必要条件

（C）充分条件

（D）无法判断

答案：A

解析：



证 由

$$|M| = \begin{vmatrix} A & A \\ C-B & C \end{vmatrix} \xlongequal{C_2 - C_1} \begin{vmatrix} A & 0 \\ C-B & B \end{vmatrix} = |A||B|$$

知 $|M| \neq 0 \Leftrightarrow |A||B| \neq 0 \Leftrightarrow |A| \neq 0$ 且 $|B| \neq 0$.

所以 M 可逆 $\Leftrightarrow A, B$ 可逆.

题目来源：《疑难解答》第 50 页，第 31 题

16.设 A=$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$,C=$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$，B 为三阶可逆阵.$(BC^{T}-E)^{T}(AB^{-1})^{T}+[(BA^{-1})^{T}]^{-1}$=（ A ）

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 2 & 0\\1 & 0 & 0\end{bmatrix}$　　　　　(D) $\begin{bmatrix}-2 & 0 & 1\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}$

答案:A

解析

(2)　$(BC'-E)'(AB^{-1})'+[(BA^{-1})']^{-1}$

$=(CB'-E)(B')^{-1}A'+(B')^{-1}A'$

$=CB'(B')^{-1}A'-(B')^{-1}A'+(B')^{-1}A'=CA'$

$$=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 2 & 0\\1 & 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 2 & 0\\1 & 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 4 & 0\\1 & 0 & 0\end{pmatrix}.$$

题目来源：《习题指导》第 33 页，第 15 题

17.设三阶方阵 A,B 满足$A^{-1}BA=6A+BA$，其中$A=diag(\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{7})$,B=(　A　)

（A）diag(3,2,1)　　　　　(B)diag(2,3,6)

(C) diag(3,4,7)　　　　　(D)diag(1,1,1)

答案：A

解析：

解　由于 $|A|=\frac{1}{84}\neq 0$，所以由 $A^{-1}BA=6A+BA$，有

$$A^{-1}B=6E+B，即(A^{-1}-E)B=6E$$

得

$$B=6\cdot(A^{-1}-E)^{-1}$$

又由于 $A^{-1}=\text{diag}(3,4,7)$，所以 $A^{-1}-E=\text{diag}(2,3,6)$.

于是 $B=\text{diag}(3,2,1)$.

来源：疑难解答，第 45 页，第 8 题

18.已知$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$线性无关,令

$$\boldsymbol{\beta}_1=\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\beta}\quad \boldsymbol{\beta}_2=\boldsymbol{\alpha}_2+2\boldsymbol{\beta}\quad \boldsymbol{\beta}_3=\boldsymbol{\alpha}_3+3\boldsymbol{\beta}$$

则$\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\boldsymbol{\beta}_3,\boldsymbol{\beta}$的关系为(　B　)

(A)线性相关　　(B)线性无关　　(C)无法确定

答案:B

解析：设存在k_1,k_2,k_3,k_4,使

$$k_1\boldsymbol{\beta}_1+k_2\boldsymbol{\beta}_2+k_3\boldsymbol{\beta}_3+k_4\boldsymbol{\beta}=0$$

则有 $$k_1\boldsymbol{\alpha_1}+k_2\boldsymbol{\alpha_2}+k_3\boldsymbol{\alpha_3}+(k_1+2k_2+3k_3+k_4)\boldsymbol{\beta}=0$$

由于$\boldsymbol{\alpha_1},\boldsymbol{\alpha_2},\boldsymbol{\alpha_3},\boldsymbol{\beta}$线性无关

所以 $$\begin{cases} k_1=k_2=k_3=0 \\ k_1+2k_2+3k_3+k_4=0 \end{cases} \to k_1=k_2=k_3=k_4=0$$

所以线性无关

题目来源:课本，第四章课后习题，第 9 题

19.设 A=$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$，$A\alpha=\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$，则$|E_n-\alpha\alpha^T|=$ (B)

(A)0　　(B) 2

(C) 1　　(D) -2

答案：D

解析：A=$A^{-1}A\alpha, A^{-1}=\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$,A=$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$,$E-AA^T=$

$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$,$|E-AA^T|=-2$

20.设 3 阶方阵 A 的行列式$|A|=4$,求$|(A^*)^{-1}|-|(0.25A)^{-1}-0.5A^*|=$ (B)

(A)　0.3125　　(B) 1.9375

(C) -2.0625　　(D) -0.3125

答案：B

解析：课本，78 页，26 题