

2021 线性代数 期中考试题 回忆版

满分 30, 选填一题 1 分, 大题一题 5 分

填空题

1

已知

$$A = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{vmatrix}$$

求: $A_{11} - A_{12}$

2

判断两直线的位置关系:

$$L_1: x + 3y - z - 1 = 0$$
$$L_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{-1}$$

3

已知向量 α 满足:

$$\alpha\alpha^T = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

求: $\alpha^T\alpha$

4

已知:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & 4 & 3 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

求: A^*

5

已知:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

求: A^{-1}

选择题

6

已知 4 阶行列式 A 的第一行各元素为: $-4, 0, 1, 3$, 第三行对应余子式为: $-2, 5, 1, x$, 求 x :

- A: 0
- B: -3
- C: 3
- D: 2

7

已知 C 为一可逆 n 阶方阵, A 为一 $m \times n$ 阶矩阵, B 满足 $B = AC$, 则正确的是:

选项顺序可能有误

- A: $R(A) > R(B)$
- B: $R(A) = R(B)$
- C: $R(A) < R(B)$
- D: 无法判断

8

下列是反对称矩阵的是:

选项顺序可能有误

- A: $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$
- B: $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$
- A: $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$
- A: $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$

9

已知 A 为一可逆 n 阶方阵, 求 $|(A^*)^{-1}|$

选项忘记了

10

判断两直线的位置关系:

$$L_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-1}{-1}$$
$$L_2: \begin{cases} x+y+z=1 \\ x+y+2z=3 \end{cases}$$

选项忘记了

大题

11

求过点 $M_0(2, 0, -3)$, 直线:

$$L_0 : \begin{cases} x - 2y + 4z = 7 \\ 3x + 5y - 2z = -1 \end{cases}$$

的平面方程.

12

已知:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

求:

1. $C = A^{-1}B$
2. $|2E + (CC^T)^3|$, 其中 E 是一特定阶数的单位矩阵

13

已知 A 是一 n 阶方阵.

1. 求证: 若存在 $B \neq 0$ 使得 $BA = 0$, 则 A 不可逆.
2. 若存在 n 阶方阵 C 使得 CA 为一系列初等矩阵的乘积, 则 A 可逆
3. 若对于所有的 $n \times 1$ 向量 α , $AX = \alpha$ 有解, 则对于所有的 $n \times 1$ 向量 β , $A^*X = \beta$ 有解且解唯一.

14

已知 A 是一 $n \times m$ 阶矩阵., 求证: $R(A) < m$ 当且仅当 存在非零向量 $X_0 = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \dots \\ k_m \end{pmatrix}$ 使得

$$AX_0 = 0$$