24秋季学期线代期中考试（回忆版）

整理：24学术交流群（菜鸡 老汉 离谱 潜伏 混子 東牆 天赐 卡基米 Yasumi Speculator Schwarz…）

一、填空题

1. A,B均为三阶方阵，$R(A)=1,R(B)=3$，$R(A^*B^*)=$________.

2. $A=\begin{pmatrix}2&1&0&\cdots&0\\1&2&1&\cdots&0\\0&1&2&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&&\vdots\\0&0&0&\cdots&2\end{pmatrix}_n$，$|A^{**}|=$________.

3. $A=\begin{pmatrix}2&0&0&0\\0&2&0&0\\0&0&2&0\\0&0&0&2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1&2&-1&3\\-2&-4&2&-6\\-4&-8&4&-12\\0&0&0&0\end{pmatrix}$，$|A+B|=$________.

4. 设$A=(a_{ij})_{n\times n}$，$|A|\neq 0$，则行列式$\begin{vmatrix}A_{11}&A_{12}&\cdots&A_{1,n-1}\\A_{21}&A_{22}&\cdots&A_{2,n-1}\\\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\A_{n-1,1}&A_{n-2,2}&\cdots&A_{n-1,n-1}\end{vmatrix}=$________.

5. （常数不记得了是编的）过点 $P(2,-1,3)$ 且与直线$\begin{cases}x-2y+z+1=0\\-x+y+2z=0\end{cases}$和直线 $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{3}$ 均平行的平面方程为________.

二、选择题

1. $A=\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{pmatrix},B=\begin{pmatrix}a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{31}-a_{21}&a_{32}-a_{21}&a_{33}-a_{21}\end{pmatrix},P_1=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},P_2P_1A=B,$则$P_2=(\quad)$.

   选项暂时没想起来

2. （选项不记得了编了一点）$AB=0,R(A)>0$，则( )

   $A.$ B是列满秩矩阵　$B.$ B是行满秩矩阵　$C.$ B不是行满秩矩阵　$D.$ A是行满秩矩阵

3. A,B为两个方阵，有$A^{2024}=B^{2024}$，且A,B均可逆，则有( ).

   $A.$ $A=B$　$B.$ $|A|=|B|$　$C.$ A与B等价　$D.$ 以上说法都不正确

4. 当λ,μ的值为多少时，齐次线性方程组$\begin{cases}x_1+\lambda x_2+x_3=0\\\mu x_1+x_2+x_3=0\\2x_1+x_2+x_3=0\end{cases}$有非零解( ).

   $A.$ $\lambda=1$或$\mu=2$　$B.$ $\lambda=2$或$\mu=1$　$C.$ $\lambda=1$且$\mu=2$　$D.$ $\lambda=2$且$\mu=1$

5. 已知直线$L:\begin{cases}A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0\\B_2y+D_2=0\end{cases}$，其中$A_1,B_1,C_1,D_1,B_2,D_2\neq 0$

   $A.$ 过原点　$B.$ 与z轴平行　$C.$ 与y轴垂直　$D.$ 与x轴平行

三、求直线$\begin{cases}2x-y+z-1=0,\\x+y-z+1=0\end{cases}$和直线 $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{0}$ 之间的距离.

四、已知 $A=\begin{bmatrix}1&2&2&1\\1&2&3&2\\3&2&1&0\\-1&2&3&0\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1\\-1\\-1\\1\end{bmatrix}$.

(1) $C=A^{-1}B$, 求 C;

(2) 求 $|-E+(CC^{\mathrm{T}})^3|$.

五、A是反称矩阵（$A^T=-A$）且A可逆，α是$n\times 1$阶矩阵.

（1）证明：$\alpha^TA\alpha=\alpha^TA^{-1}\alpha=0$

（2）$M=\begin{pmatrix}A&\alpha\\\alpha^T&b\end{pmatrix}$，$b\neq 0$，$MX=e_{n+1}$，$e_{n+1}=(0,0,\cdots,1)^T_{n+1}$.证明$M$可逆并给出$X$的解.

六、设n阶矩阵A可逆，且A的每行元素和均为a,

（1）证明$a\neq 0$

（2）问A^{-1}的每行元素和为多少，并给出证明。