概率论与数理统计模拟试题（七）

一、填空题（每小题 3 分，共 5 小题，满分 15 分）

1．若事件 A,B,C 相互独立，且 $P(A)=\frac{1}{4},\ P(B)=\frac{1}{2},\ P(C)=\frac{2}{5}$，则 A,B,C 至少有一个不发生的概率为_______.

2．通过点 $(0,1)$ 任意作直线与 x 轴相交成角 $\theta(0<\theta<\pi)$，试求这直线在 x 轴上的截距的概率密度______.

3．设 $X\sim N(-3,1)$，$Y\sim N(2,1)$，且 X 与 Y 相互独立，若 $Z=X-2Y+7$，则 $Z\sim$ ______.

4．设随机变量 $X_1,X_2\cdots,X_9$ 相互独立同分布，$EX_i=1$，$DX_i=1\ (i=1,2,\cdots)$，令 $S_9=\sum_{i=1}^{9}X_i$，则对任意 $\varepsilon>0$，由契比雪夫不等式，则 $P\{|S_9-9|<\varepsilon\}\geq$______.

5．已知灯泡寿命 $X\sim N(\mu,50^2)$，抽出 25 个灯泡检验，得 $\overline{x}=500$，在置信度 0.95 下，μ 的置信区间为_____________.

二、选择题（每小题 3 分，共 5 小题，满分 15 分）

（每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的，把所选项的字母填在题后的括号内）

1．设事件 A 和 B 满足 $P(B|A)=1$，则（　　）.

（A）A 是必然事件；　（B）$P(A|\overline{B})=0$；　（C）$A\supset B$；　（D）$A\subset B$.

2．下列函数可作为密度函数的是（　　）.

（A）$f(x)=\begin{cases}2(1-|x|) & |x|\leq 1\\ 0 & |x|>1\end{cases}$；　（B）$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2} & |x|\leq 2\\ 1 & |x|>2\end{cases}$；

（C）$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} & x\geq 0\\ 0 & x<0\end{cases}\quad(\sigma>0)$；　（D）$f(x)=\begin{cases}e^{-x} & x\geq 0\\ 0 & x<0\end{cases}$

3．设 $EX=6$，$DX=4$，则 X 的分布为（　　）.

（A）参数 $\lambda=6$ 的泊松分布；　（B）区间 $(0,12)$ 上均匀分布；

（C）参数为 $n=18,\ P=\frac{1}{3}$ 的二项分布；　（D）参数为 $\lambda=\frac{1}{2}$ 的指数分布.

4．随机变量 X,Y 独立同分布，记 $U=X-Y,\ V=X+Y$，则 U 和 V（　　）

（A）不独立　　　　（B）独立　　　　（C）相关系数不为零　（D）相关系数为零

5．设 $X_1, X_2, \cdots, X_{100}$ 为独立同分布的随机变量，且 $X_i \sim B(1,p)$，记 $\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数，则下列各式中不正确的是（　　）

（A）$\frac{1}{1000}\sum_{i=1}^{1000} X_i \approx p$；　　　　（B）$\sum_{i=1}^{1000} X_i \sim B(1000,p)$；

（C）$P(a<\sum_{i=1}^{1000} X_i<b) \approx \Phi(b)-\Phi(a)$；

（D）$P(a<\sum_{i=1}^{1000} X_i<b) \approx \Phi(\frac{b-1000}{\sqrt{1000p(1-p)}})-\Phi(\frac{a-1000}{\sqrt{1000p(1-p)}})$

三、（10 分）已知 5% 的男人和 0.25% 的女人患色盲，假设男人女人各占一半，现随机地挑选一人.（1）求此人恰是色盲的概率；（2）若此人不患色盲，求他是男人的概率.

四、（10 分）求出在 B 上服从均匀分布的随机变量 (ξ,η) 的分布密度及分布函数，其中 B 为 x 轴， y 轴及直线 $y=2x+1$ 所围成的三角形区域.

五、（10分））设 X,Y 是随机变量，均服从标准正态分布，相关系数 $\rho_{XY}=\dfrac{1}{2}$，令 $Z_1=aX$，$Z_2=bX+cY$，试确定 a,b,c，使 $DZ_1=DZ_2=1$ 且 Z_1 与 Z_2 不相关。

六、（6 分）设有 n 盒产品，第 i 盒中的产品的使用寿命服从参数为 $\lambda_i(\lambda_i > 0, i = 1, 2, \cdots, n)$ 的指数分布。现等可能地从这 n 盒中任取一盒，再从该盒中取一件产品，求该产品的使用寿命 X 的分布密度和数学期望？

七、（14 分）设总体 X 具有密度 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x}{\theta^2}e^{-\frac{x^2}{2\theta^2}} & x>0 \\ 0 & x\le 0 \end{cases}$，$\theta>0$ 未知由样本 $x_1,x_2,\cdots,x_n$

求 θ 的矩估计和极大似然估计.