

概率论与数理统计模拟试题 (三)

一、填空题 (每小题 3 分, 共 5 小题, 满分 15 分)

1. 设事件 A, B 满足 $P(A) = 0.5, P(B) = 0.6, P(B|\bar{A}) = 0.6$, 则 $P(A \cup B) =$ _____.

2. 设 X 服从泊松分布, 若 $EX^2 = 6$, 则 $P(X \geq 1) =$ _____.

3. 设随机变量 X, Y 相互独立, 且均服从 $N(0, \frac{1}{2})$ 分布, 则 $Z = X + Y$ 的概率密度为 $f_Z(z) =$ _____.

4. 随机变量 $X \sim U(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$, 则 $E(X-1)(X+2) =$ _____.

5. 设总体 X 的方差为 1, 根据来自 X 的容量为 100 的样本, 测得样本均值为 5, 则 X 的数学期望的置信度为 0.95 的置信区间为 _____.

二、选择题 (每小题 3 分, 共 5 小题, 满分 15 分)

(每小题给出的四个选项中, 只有一个是符合题目要求的, 把所选项的字母填在题后的括号内)

1. 事件 A, B 满足 $P(A) = P(B) = \frac{1}{2}, P(A|\bar{B}) = P(B)$, 下列正确的是 ()

(A) $P(AB) = \frac{1}{4}$ (B) $P(A-B) = \frac{3}{4}$ (C) $P(\overline{B-A}) = \frac{1}{2}$ (D) $P(A \cup B) = 1$.

2. 随机事件 $A \supset B, 0 < P(A) < 1$, 则 ()

(A) $P(A \cup B) = P(A)$ (B) $P(AB) = P(A)$
(C) $P(B-A) = P(B) - P(A)$ (D) $P(B|A) = P(B)$

3. 如下四个函数, 能作为随机变量的分布函数的是 ()

(A) $F(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+x^2}, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases}$; (B) $F(x) = \begin{cases} 3 - e^{-3x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$;

(C) $F(x) = 2F_1(x) - 3F_2(x)$, 其中 $F_1(x), F_2(x)$ 分别是随机变量 X_1, X_2 的分布函数;

(D) $F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt$, 其中 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt = 1$.

4. 设 X 为连续型随机变量, 且方差存在, 则对任意常数 C 和 $\varepsilon > 0$, 必有 ()

(A) $P(|X-C| \geq \varepsilon) = \frac{E|X-C|}{\varepsilon}$; (B) $P(|X-C| \geq \varepsilon) \geq \frac{E|X-C|}{\varepsilon}$;

(C) $P(|X-C| \geq \varepsilon) \leq \frac{E|X-C|}{\varepsilon}$; (D) $P(|X-C| \geq \varepsilon) \leq \frac{DX}{\varepsilon^2}$.

5. 设 X_1, X_2, \dots, X_6 是来自 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, $S^2 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^6 (X_i - \bar{X})^2$, 则 DS^2 的值为

()

- (A) $\frac{1}{3}\sigma^4$; (B) $\frac{1}{5}\sigma^4$; (C) $\frac{2}{5}\sigma^4$; (D) $\frac{2}{5}\sigma^2$.

三、(10分) 甲袋中有 2 个白球 3 个黑球, 乙袋中有 3 个白球 2 个黑球, 从甲袋中取出一个放入乙袋, 再从乙袋中任取一个, 若放入乙袋的球和从乙袋中取出的球是同色的, 求放入乙袋的是黑球的概率.

四、(10分) (X, Y) 的概率密度 $f(x, y) = \begin{cases} K \cdot e^{-2x-3y}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

求 (1) K (2) $P(X + 2Y \leq 1)$.

五、(10 分) 设随机变量 X 服从正态分布 $N(0,1)$ ，求随机变量 $Y = |X|$ 的概率密度 $f_Y(y)$?

六、(14分) 设总体密度为

$$f(x; \alpha) = \begin{cases} (\alpha + 1)x^\alpha, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它.} \end{cases} \quad \alpha > -1$$

试用样本 x_1, x_2, \dots, x_n , 求参数 α 的矩估计和极大似然估计.

七、(6分) 已知 $X \sim t(n)$, 求证 $X^2 \sim F(1, n)$.