

概率论与数理统计模拟试题（二）

一、填空题（每小题3分，共5小题，满分15分）

1. 已知 $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}$, $P(AB) = 0$, $P(AC) = P(BC) = \frac{1}{16}$, 则 A, B, C

都不发生概率为_____.

2. 随机变量 $X \sim P(\lambda)$, $EX^2 = 12$, 则 $P(X \geq 1) =$ _____.

3. 随机变量 X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & 0 < x < 1 \\ \frac{1}{4}, & 1 < x < 3 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 则 $Y = 1 - 2X$ 的密度函数

$f_Y(y) =$ _____.

4. 设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} 1+x, & -1 \leq x < 0, \\ 1-x, & 0 < x \leq 1, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

则方差 $DX =$ _____.

5. 已知一批零件的长度 $X \sim N(\mu, 1)$, 从中随机地抽取 16 个零件, 得样本均值 $\bar{x} = 40$, 则 μ 的置信度 0.95 的置信区间为_____.

二、选择题（每小题3分，共5小题，满分15分）

（每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的，把所选项的字母填在题后的括号内）

1. 设 A, B, C 三个事件两两独立, 则 A, B, C 相互独立的充分必要条件是 ()

- (A) A 与 BC 独立; (B) AB 与 $A \cup C$ 独立;
(C) AB 与 AC 独立; (D) $A \cup B$ 与 $A \cup C$ 独立.

2. 下列四个函数中, 能成为随机变量密度函数的是

- (A) $f(x) = e^{-|x|}$ (B) $f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$

$$(C) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (D) f(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$$

3. 随机变量 X, Y 独立同分布, $X \sim N(\mu, \frac{1}{2})$, $P(X+Y \leq 1) = \frac{1}{2}$, 则 $\mu =$ _____.

- (A) -1 (B) 0 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1

4. 将一枚硬币重复掷 n 次, 以 X 和 Y 分别表示正、反面向上的次数, 则 X 和 Y 的相关系数等于 ()

- (A) 1; (B) -1; (C) 0; (D) $\frac{1}{2}$.

5. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自具有 $\chi^2(n)$ 分布的总体的样本, \bar{X} 为样本均值, 则 $E\bar{X}$ 和 $D\bar{X}$ 的值为 ()

- (A) $E\bar{X} = n, D\bar{X} = 2$; (B) $E\bar{X} = n, D\bar{X} = 2n$;
 (C) $E\bar{X} = 1, D\bar{X} = 2$; (D) $E\bar{X} = \frac{1}{n}, D\bar{X} = n$.

三、(10分) 设一批晶体管的次品率为0.01, 今从这批晶体管中抽取4个, 求其中恰有1个次品和恰有2个次品的概率?

四、(10分) (X, Y) 的密度 $f(x, y) = \begin{cases} \lambda^2 e^{-\lambda x}, & 0 < y < x \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (\lambda > 0)$

求 $Z = X + Y$ 的概率密度函数 $f_Z(z)$.

五、(10分) 随机变量 $X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$, $Y \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$, $EXY = \frac{5}{8}$

求 (1) $P(X+Y \leq 1)$; (2) $E \max(X, Y)$.

六、(6分) 在射击比赛中, 每人射击三次(每次一发), 约定全部不中得0分, 只中一弹得5分, 中二弹得10分, 中三弹得20分。某人每次射击的命中率均为0.4, 求他得分值 X 的数学期望?

七、(14分) 设总体 X 的概率密度为

$$f(x; \lambda) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{1}{\lambda}x}, & x > 0, \lambda > 0, \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

而 x_1, x_2, \dots, x_n 为来自总体 X 的简单随机样本. 求: (1) 未知参数 λ 的矩估计和极大似然估计; (2) 讨论上述估计的无偏性。