

概率论与数理统计模拟试题 (六)

一、填空题 (每小题 3 分, 共 5 小题, 满分 15 分)

1. 设事件 A 、 B 相互独立, 事件 B 、 C 互不相容, 事件 A 与 C 不能同时发生, 且 $P(A) = P(B) = 0.5$, $P(C) = 0.2$, 则事件 A , B 和 C 中仅 C 发生或仅 C 不发生的概率为多少_____.

2. 若 r. v X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 4x^2 e^{-2x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$, 则 X 的分布函数为

$F(x) =$ _____.

3. 设随机变量 X_1, X_2, X_3 相互独立, 且 X_1 服从区间 $(0, 6)$ 上的均匀分布, X_2 服从正态分布 $N(0, 4)$, X_3 服从参数为 3 的泊松分布, 则 $Y = X_1 - 2X_2 + 3X_3$ 的方差_____.

4. 设 X, Y 为两个随机变量, $DX = 1$, $DY = 4$, $\text{cov}(X, Y) = 1$, 记 $X_1 = X - 2Y$, $X_2 = 2X - Y$, 则 X_1, X_2 的相关系数是_____.

5. 随机地取某种炮弹 9 发作试验, 测得炮口速度的样本标准差 $S = 11\text{m/s}$. 设炮口速度 X 服从 $N(\mu, \sigma^2)$, 求这种炮弹的炮口速度的标准差 σ 的 95% 的置信区间_____.

二、选择题 (每小题 3 分, 共 5 小题, 满分 15 分)

(每小题给出的四个选项中, 只有一个是符合题目要求的, 把所选项的字母填在题后的括号内)

1. 设 A, B, C 为三个事件且 A, B 相互独立, 则以下结论中不正确的是 ()

- (A) 若 $P(C) = 1$, 则 AC 与 BC 也独立; (B) 若 $P(C) = 1$, 则 $A \cup C$ 与 B 也独立;
(C) 若 $P(C) = 1$, 则 $A - C$ 与 A 也独立; (D) 若 $C \subset B$, 则 A 与 C 也独立.

2. 设 r. v X, Y 独立同分布, $X \sim U[0, 1]$, 则下列 r. v 中服从均匀分布的是 ().

- (A) (X, Y) ; (B) $X + Y$; (C) X^2 ; (D) $X - Y$.

3. 设 X 为一随机变量 $EX = \mu$, $DX = \sigma^2$ ($\mu, \sigma > 0$, 常数), 则对任意常数 C , 必有 ().

(A) $E(X - C)^2 = E(X^2) - C^2$; (B) $E(X - C)^2 = E(X - \mu)$;

(C) $E(X - C)^2 < E(X - \mu)^2$; (D) $E(X - C)^2 \geq E(X - \mu)^2$.

4. 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x) = \frac{1}{2} e^{-|x|}$, 则对随机变量 $|X|$ 与 X , 下列结论

成立的是 ().

- (A) 相互独立; (B) 分布相同; (C) 互不相关; (D) 相关.

5. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本, 统计量 $Y = n\left(\frac{\bar{X} - \mu}{S}\right)^2$

其中 \bar{X} 为样本均值, S^2 为样本方差, 则 ()

(A) $Y \sim \chi^2(n-1)$ (B) $Y \sim t(n-1)$ (C) $Y \sim F(n-1, 1)$ (D) $Y \sim F(1, n-1)$

三、(10分) 两台机床加工同样的零件, 它们出现废品的概率分别为0.03和0.02。加工出的零件放在一起。设第一台机床加工的零件比第二台的多一倍, 求任取一个零件是合格品的概率?

四、(10分) 设 r. v X 与 Y 相互独立, 且均服从 $[0,1]$ 上的均匀分布, 求 $Z = |X - Y|$ 的概率密度 $f_Z(z)$.

五、(10 分) 假定在排队等待胸透的 50 人中间有 4 个阳性患者，试求在发现第一个阳性患者之前已检查的阴性患者个数 X 的期望与方差？

六、(14分) 假设随机变量 X 的概率密度为 $f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma x}} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}}$ ($x > 0$) (此

分布称作对数正态分布), 求参数 μ 和 σ^2 的最大似然估计量和矩估计量.

七、(6分) 几副相异的手套共 $2n$ 只, 随机地分成 n 堆, 每堆 2 只, 以 X 记“恰好成一副”的堆数, 求 EX 和 DX .