

概率论与数理统计模拟试题 (十三)

(已校订)

一、填空题 (每小题 3 分, 共 5 小题, 满分 15 分)

1. 在有三个小孩的家庭中, 已知至少有一个女孩子, 求该家庭至少有一个男孩子的概率_____.

2. 设随机变量 X 有 $f(x) = \begin{cases} 2x^3 e^{-x^2}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$, 则 $Y = X^2$ 的概率密度 $f_Y(y) = \underline{\hspace{2cm}}$ ($y > 0$).

3. 设随机变量 X 和 Y 的相关系数为 0.6, 若 $Z = 5X - 0.6$, 则 Y 与 Z 的相关系数为_____.

4. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} x, & a < x < b, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$ ($0 < a < b$) 且 $EX^2 = 2$, 则 $P(|X| < \frac{3}{2}) = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 若用机器装罐头, 已知罐头重量 $X \sim N(\mu, 0.02^2)$, 则随机抽取 25 个进行测量, 得样本均值 $\bar{X} = 1.05\text{kg}$, 则总体期望 μ 的置信水平为 95% 的置信区间_____.

二、选择题 (每小题 3 分, 共 5 小题, 满分 15 分). 每小题给出的四个选项中, 只有一个是符合题目要求的, 把所选项的字母填在题后的括号内)

1. 若 $P(A|C) \geq P(B|C)$, $P(A|\bar{C}) \geq P(B|\bar{C})$, 则下列 () 成立.

(A) $P(A) \geq P(B)$;

(B) $P(A) = P(B)$;

(C) $P(A) \leq P(B)$;

(D) $P(A) = P(B) + P(C)$.

2. 下列函数中能作为分布函数的是 ()

$$(A) F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ \frac{1}{3}, & -1 \leq x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

$$(B) F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \sin x, & 0 \leq x < \pi \\ 1, & x \geq \pi \end{cases}$$

$$(C) F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x+2}{5}, & 0 \leq x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

$$(D) F(x) = \frac{3}{4} + \frac{1}{2\pi} \arctan x$$

3. 设随机变量 X_1, \dots, X_n 相互独立, $S_n = X_1 + \dots + X_n$, 则根据列维-林德伯格 (Levy-Lindberg) 中心极限定理, 当 n 充分大时, S_n 近似服从正态分布, 只要 X_1, X_2, \dots, X_n ()

(A) 有相同的数学期望;

(B) 有相同的方差;

(C) 服从同一指数分布;

(D) 服从同一离散型分布

4. 设随机变量 X, Y 独立同分布, 且 X 的分布函数为 $F(x)$, 则 $Z = \min(X, Y)$ 的分布函数为 ()

(A) $F^2(x)$;

(B) $F(x)F(y)$;

(C) $1-[1-F(x)]^2$;

(D) $[1-F(x)][1-F(y)]$.

5. 设 X_1, X_2, \dots, X_6 和 Y_1, Y_2, \dots, Y_{10} 分别来自两个正态总体 $N(-1, 2^2)$ 和 $N(2, 5)$ 的样本, 且相互独立, S_1^2 与 S_2^2 分别为两个样本的样本方差, 则服从 $F(5, 9)$ 的统计量为 ().

(A) $2S_1^2/5S_2^2$; (B) $5S_1^2/4S_2^2$; (C) $4S_2^2/5S_1^2$; (D) $5S_1^2/2S_2^2$.

三、(10分) 一个仪器上有3个零件, 这3个零件互不相关且出的故障的概率分别为0.2, 0.4, 0.6. 若这3个零件上有一个零件出故障, 仪器不能正常工作的概率为0.3; 若有2个零件出的故障, 仪器不能正常工作的概率为0.65; 若3个零件得出故障, 仪器不能正常工作的概率为0.85, 现仪器不能正常工作, 求有2个零件出故障的概率.

四、(10分) 设 (X, Y) 有概率密度 $f(x, y) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1, 0 < y < 2(1-x) \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 求

$Z = X + Y$ 的概率密度 $f_Z(z)$.

五、(10 分) 某人有 m 把钥匙, 其中有两把能打开门, 他从中任取一把试开, 试过的除去不再使用, 直到把门打开为止, 求: (1) 试开次数 X 的分布列; (2) EX, DX

六、(14 分) 设总体 X 服从二项分布 $B(k, P)$, k 是正整数, $0 < P < 1$, 两者都是未知参数 $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ 是一样本, 试求 k 和 P 的矩估计, 当 k 已知, 试求 P 的极大似然估计.

七、(6分) 设随机变量 X, Y 相互独立, 试证明随机变量 $U = 2X + 1, V = e^Y$ 也相互独立.