概率论与数理统计模拟试题（十四）

一、填空题（每小题 3 分，共 5 小题，满分 15 分）

1．已知 $P(A)=P(B)=P(C)=\dfrac{1}{4}$，$P(AB)=P(AC)=P(BC)=\dfrac{1}{8}$，$P(ABC)=\dfrac{1}{16}$，则 A,B,C 恰有一个发生的概率为__________.

2．设随机变量 X 的概率密度为 $f\left(x\right)=\begin{cases} Ax^2e^{-2x}, & x>0 \\ 0, & x\le 0 \end{cases}$ (A 为待定常数)，则 X 的分布函数为_________.

3．已知 $EX=2, DX=25, EY=1, DY=36, \rho_{XY}=0.4,$
则 $E(2X-3Y+4)^2=$______.

4．两人约定上午 9 点到 10 点在公园会面，试求一人要等另一个人半小时以上的概率______.

5．设 $X\sim U[0,6], Y\sim P(3)$，且 X,Y 独立，由切比晓夫不等式知 $P\{|X-Y|\le 3\}\ge$ ______.

二、选择题（每小题 3 分，共 5 小题，满分 15 分）

（每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的，把所选项的字母填在题后的括号内）

1．设 A,B 为任意两个事件，则下列关系式成立的是（　　）

（A）$(A\bigcup B)-B=A$　　（B）$(A\bigcup B)-B\supset A$

（C）$(A\bigcup B)-B\subset A$　　（D）$(A-B)\bigcup B=A$

2．设 X_1 和 X_2 是任意两个相互独立的连续型随机变量，它们的概率密度分别为 $f_1\left(x\right)$ 和 $f_2\left(x\right)$，分布函数分别为 $F_1(x)$ 和 $F_2(x)$，则（　　）

（A）$f_1\left(x\right)+f_2(x)$ 必为某一随机变量的概率密度；

（B）$f_1(x)\ f_2(x)$ 必为某一随机变量的概率密度；

（C）$F_1(x)+F_2(x)$ 必为某一随机变量的分布函数；

（D）$F_1(x)\ F_2(x)$ 必为某一随机变量的分布函数

3．已知 (X,Y) 的联合分布函数为 $F(x,y)$，而 $F_X(x),F_Y(y)$ 分别为 (X,Y) 关于 X 和 Y 的边缘分布函数，则 $P(X>x_0,Y>y_0)$ 可表示为（　　）

（A）$F(x_0,y_0)$；　　（B）$1-F(x_0,y_0)$；

（C）$[1-F_X(x_0)][1-F_Y(y_0)]$；　　（D）$1-F_X(x_0)-F_Y(y_0)+F(x_0,y_0)$.

4．设随机变量 X 与 Y 独立，且

$$P(X=1)=P(Y=1)=P>0,\quad P(X=0)=P(Y=0)=1-P>0,$$

令
$$Z=\begin{cases}1 & X+Y\text{为偶数}\\ 0 & X+Y\text{为奇数}\end{cases}$$

要使 X 与 Z 独立，则 P 的值为（　　）.

（A）$\frac{1}{3}$；　　（B）$\frac{1}{4}$；　　（C）$\frac{1}{2}$；　　（D）$\frac{2}{3}$.

5．设 X_1,X_2 为总体 X 的样本，则下列总体期望 EX 的无偏估计中，（　　）最有效.

（A）$\frac{1}{4}X_1+\frac{3}{4}X_2$；　（B）$\frac{1}{3}X_1+\frac{2}{3}X_2$；　（C）$\frac{3}{8}X_1+\frac{5}{8}X_2$；　（D）$\frac{4}{9}X_1+\frac{5}{9}X_2$.

三、（10 分）有甲、乙、丙三个袋子，甲袋中有 2 个黑球，3 个白球；乙袋中有 1 个黑球，3 个白球；丙袋中有 3 个黑球，1 个白球. 从甲袋中任取一个球放入乙袋中，再从乙袋中任取一个球放入丙袋中，最后从丙袋中任取一球. 求最后取到白球的概率.

四、（10 分）设二维随机向量(X,Y)的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} xe^{-y}, & 0<x<y \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求（1）$Z=X+Y$的概率密度；（2）$N=\max(X,Y)$的概率密度.

五、（10 分） 设系统由元件 A,B 并联而成，以 X,Y 分别表示元件 A,B 的寿命，并设 X,Y 相互独立且均服从参数为 λ 的指数分布，求系统寿命 Z 的数学期望.

六、（14 分）设总体 X 的概率密度为

$$f(x,\theta)=\begin{cases}2x/\theta^2 & 0\le x\le\theta \quad (\theta>0\text{未知})\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是该总体的一个样本值，（1）试求 θ 的最大似然估计；（2）问 θ 是否是 θ 的无偏估计？并说明理由；（3）试构造 θ 的一个无偏估计量.

七、（6 分）一个碗中放有 10 个筹码，其中 8 个都标有 2，2 个都标有 5. 今某人从此碗中随机地无放回地抽取 3 个筹码，若他获得的奖金等于所抽 3 个筹码的数字之和，试求他获奖额的数学期望及方差.