

概率论与数理统计模拟试题（四）

一、填空题（每小题3分，共5小题，满分15分）

1. 若事件 A, B 满足 $P(B|A) = P(\bar{B}|A)$, 则 $P(B|A) =$ _____.
2. 在区间 $(0,1)$ 中随机地取两个数, 则“两数之和小于 $6/5$ ”的概率为_____.
3. 设随机变量 X, Y 相互独立, 且都服从区间 $[0, 1]$ 的均匀分布, 则 $P\{X + Y \leq \frac{1}{2}\} =$ _____.
4. 随机变量 X, Y 独立同分布, $EX = 2$. $P(XY < 5) = 0.7$, $P(XY \leq 3) = 0.3$, 用切比晓夫不等式估计 DXY _____.
5. 设由来自总体 $X \sim N(\mu, 0.9^2)$ 容量为9的样本的样本均值 $\bar{x} = 5$, 则未知参数 μ 的置信度为0.95的置信区间是_____.

二、选择题（每小题3分，共5小题，满分15分）

（每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的，把所选项的字母填在题后的括号内）

1. 随机事件 A, C 满足 $P(A|A+C) + P(C|A+C) = 1$, 则下列正确的是
(A) A, C 不相容 (B) A, C 独立
(C) $AC, A+C$ 独立 (D) $P(A|C) + P(C|A) = 1$
2. 设随机变量 X 服从指数分布, 则随机变量 $Y = \min(X, 2)$ 的分布函数 ()
(A) 是连续函数; (B) 至少有两个间断点;
(C) 是阶梯函数; (D) 恰好有一个间断点.
3. 对于任意两个随机变量 X 和 Y , 若其方差存在, 则与 X 和 Y 不相关(即 $\rho_{XY} = 0$) 等价的是 ()
(A) X 与 Y 独立; (B) $EXY = EXEY$;
(C) X 与 Y 不独立; (D) $DXY = DX \cdot DY$.
4. 设随机变量 X 的方差为25, 则根据切比雪夫不等式, 有 $P\{|X - EX| < 10\}$ ()
(A) ≤ 0.25 ; (B) ≤ 0.75 ; (C) ≥ 0.75 ; (D) ≥ 0.25 .
5. 总体 $X \sim P(\lambda)$, 抽取简单随机样本 X_1, \dots, X_n . 设 \bar{X}, S^2 为样本均值, 样本方差. 若 $a\bar{X} + (3-2a)S^2$ 为 λ 的无偏估计, 则 $a =$ _____.
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

三、(10分)袋中有8个正品,2个次品,任取3个,取后不放回,若第3次取到的是次品,求前2次取到的是正品的概率.

四、(10分) 设随机变量 X 与 Y 独立, $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, Y 服从 $[-\pi, \pi]$ 的均匀分布, 试求 $Z = X + Y$ 的概率密度?

五、(10分) 设随机变量 (X, Y) 具有概率密度

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{8}(x+y), & 0 \leq x, y \leq 2, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求 EX , EY , $\text{Cov}(X, Y)$, ρ_{XY} , $D(X+Y)$.

六、(14分) 已知总体 X 在区间 $[\theta_1, \theta_2]$ 的服从均匀分布, x_1, \dots, x_n 是取自 X 的一个样本, 求 θ_1, θ_2 的矩估计和极大似然估计.

七、(6分) 产品的次品率为 0.1. 每天抽查 4 次, 每次随机取 3 只, 若发现 3 只中次品数多于 1 个, 则要进行调整, 记 X 为每天调整次数, 求 EX .