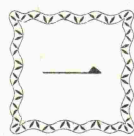


# 复变函数与积分变换同步训练



练习一：求函数  $f(z) = \frac{(z-1)(z+1)}{z^2+2}$  在点  $z=i$  处的留数。

班级：\_\_\_\_\_

学号：\_\_\_\_\_

姓名：\_\_\_\_\_

心得 体会 拓广 疑问

① 求下列复数的实部、虚部、共轭复数、模与辐角.

$$(1) \frac{1}{3+2i};$$

$$(2) \frac{1}{i} - \frac{3i}{1-i};$$

$$(3) \frac{(3+4i)(2-5i)}{2i};$$

$$(4) i^8 - 4i^{21} + i.$$

② 如果等式  $\frac{x+1+i(y-3)}{5+3i} = 1+i$  成立, 试求实数  $x, y$  为何值.

心得 体会 拓广 疑问

**3** 指出下列各题中点  $z$  的存在范围, 并作图.

(1)  $|z - i| = 6;$

(2)  $|z + 2i| \geq 1;$

(3)  $\operatorname{Re} z^2 \leq 1;$

(4)  $\operatorname{Re}(i\bar{z}) = 3;$

(5)  $|z + i| = |z - i|;$

(6)  $|z + 3| + |z + 1| = 4;$

(7)  $|1/z| < 3;$

(8)  $\left| \frac{z-3}{z-2} \right| \geq 1;$

(9)  $|\arg z| < \pi/3.$

心得 体会 拓广 疑问

4 试求下列极限.

(1)  $\lim_{z \rightarrow 1+i} \frac{\bar{z}}{z}$ ;

(2)  $\lim_{z \rightarrow i} \frac{z\bar{z} + 2z - \bar{z} - 2}{z^2 - 1}$ .

5 证明:  $z$  平面上的直线方程可以写成  $a\bar{z} + \bar{a}z = c$  ( $a$  是非零复常数,  $c$  是实常数).

6 试证:  $\arg z$  ( $-\pi < \arg z \leq \pi$ ) 在负实轴上(包括原点)不连续, 除此之外在  $z$  平面上处处连续.

8 设  $|z_0| < 1$ . 证明:

若  $|z| = 1$ , 则

$$\left| \frac{z - z_0}{1 - \bar{z}_0 z} \right| = 1$$

若  $|z| < 1$ , 则:

$$(1) \left| \frac{z - z_0}{1 - \bar{z}_0 z} \right| < 1;$$

$$(2) \frac{||z| - |z_0||}{1 - |z_0||z|} \leq \left| \frac{z - z_0}{1 - \bar{z}_0 z} \right| \leq \frac{|z| + |z_0|}{1 + |z_0||z|}.$$