主管领导审核签字

哈尔滨工业大学（深圳）2019/2020 学年秋季学期

复变函数与积分变换期末试题

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								
阅卷人								

注意行为规范　　遵守考场纪律

姓名________ 学号________ 班号________ 学院________

密　封　线

一、 填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 复数 $-1+i\sqrt{3}$ 的主辐角是________。

2. 设 C 是从 $z=0$ 到 $z=1+i$ 的直线段，则

$$\int_C |z|\,dz = \underline{\qquad\qquad}。$$

3. 设函数 $\dfrac{1}{1-z}=\sum_{n=0}^{\infty}a_n(z+2)^n$，则幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}a_n(z+2)^n$ 的收敛半经 $R=$_____。

4. $\displaystyle\oint_{|z|=3}(1+z+z^2)\,e^{\frac{1}{z}}dz=$______________________。

5. 设 $f(t)=\dfrac{1}{2}\left[\delta(t+2)+\delta(t-2)\right]$，则其傅氏变换

$F(\omega)=$________________________ 。

二、 单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设函数 $f(z)=2xy-\mathrm{i}x^2$，那么（ ）。

A. $f(z)$ 处处可微；　　B. $f(z)$ 处处不可导；

C. $f(z)$ 仅在原点可导；　　D. $f(z)$ 仅在 x 轴上可导。

2. $\oint\limits_{|z|=1} \bar{z}\cos\frac{1}{\bar{z}}\mathrm{d}z =$ ( ).

A. $2\pi\mathrm{i}$；　　B. $\pi\mathrm{i}$；　　C. $-2\pi\mathrm{i}$；　　D. 0。

3. 若 $f(z)$ 在 D 内解析，且 $\arg f(z)$ 在 D 内是常数，则（ ）。

A. 这样的函数不存在；

B. $f(z)=u(x,y)+\mathrm{i}\theta u(x,y)$，$u$ 是任意二阶可导函数，θ 是常数；

C. $f(z)$ 是不为零的常数；

D. $f(z)=u(x,y)+\mathrm{i}u(x,y)$，$u$ 是任意二阶可导函数。

4. $z=1$ 是函数 $\mathrm{e}^{\frac{z}{1-z}}$ 的（ ）。

A. 本性奇点；　　B. 一阶极点；

C. 二阶极点；　　D. 可去奇点。

5. 若 $f(t)=e^{-t}\sin 2t$， 则 $f(t)$ 拉氏变换是（ ）。

A. $\frac{4}{(s+1)^2+4}$；　　B. $\frac{2}{(s+1)^2+4}$；

C. $\frac{4}{(s-1)^2+4}$；　　D. $\frac{2}{(s-1)^2+4}$。

姓名＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿ 班号＿＿＿＿ 学院＿＿＿＿

密 封 线

三、 计算（每小题 5 分，共 20 分）

1. $I=\oint\limits_{|z|=1}\dfrac{z}{e^{z}-1}\mathrm{d}z$；

2. $I=\oint\limits_{|z-i|=1}\dfrac{e^{z^{2}}}{(z-i)^{3}}\mathrm{d}z$；

3. $I=\oint\limits_{|z|=2}\dfrac{1}{(z^{100}+1)(z-3)}\mathrm{d}z$；

4. $I=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\cos x}{x^4+5x^2+4}\mathrm{d}x$.

四、 （8 分）求函数 $f(z)=\frac{z}{z^2-z-2}$ 在 $1<|z|<2$ 内的洛朗展开式.

姓名________ 密

学号________ 封

班号________ 线

学院________

五、　（**7 分**）设函数 $g(z)$ 在 $|z|<2$ 内解析，在 $|z|\le 2$ 内连续，且当 $|z|=2$ 时，$g(z)\ne 0$，在圆 $|z|<2$ 内仅有 $g(1)=0$，　$g'(1)\ne 0$，求积分

$$\oint_{|z|=2}\frac{1}{zg(z)}\mathrm{d}z\ 。$$

六、　（**10 分**）利用拉普拉斯变换求解下列初值问题

$$\begin{cases} y''-2y'+y=1 \\ y(0)=y'(0)=0 \end{cases}。$$

七、 （5 分）设 $u(x,y)=x^2-y^2-2xy+x+y+2$, 求二元实函数 $v(x,y)$ 满足 $f(x,y)=u+\mathrm{i}v$ 是解析函数且 $f(0)=2+3\mathrm{i}$。