

主管  
领导  
审核  
签字

哈尔滨工业大学（深圳）2020/2021 学年秋季学期

## 复变函数与积分变换期末试题

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								
阅卷人								

注意行为规范 遵守考场纪律

姓名

密

学号

封

班号

线

学院

### 一、 填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 复数  $-\sqrt{3}-i$  的主辐角是\_\_\_\_\_。

2. 设  $C$  是从  $z=1$  到  $z=-1$  的上半单位圆周，则积分

$$\int_C e^z dz = \text{_____}。$$

3. 设幂函数  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (z-2)^n$  在点  $2-2i$  处收敛，在点  $z=0$  处发散，则

该幂级数的收敛半径  $R = \text{_____}。$

4.  $\oint_{|z|=1} \left( \sin^{2021} z + \frac{z+1}{z^2+2z+4} \right) dz = \text{_____}。$

5. 设  $f(t) = \cos 2t$ ，则其傅氏变换

$$F(\omega) = \text{_____}。$$

---

## 二、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设函数  $f(z) = \bar{z} z^3$ ，那么（ ）。
- A.  $f(z)$  处处可导；                      B.  $f(z)$  处处不可导；  
C.  $f(z)$  仅在原点可导；                D.  $f(z)$  仅在原点解析。
2. 设  $C$  为正向圆周  $|z|=1$ ，则  $\oint_C (1+3z+z^2) \sin \frac{1}{z} dz =$ （ ）。
- A.  $-\frac{5\pi i}{6}$ ；              B.  $\frac{5\pi i}{6}$ ；              C.  $-\frac{5\pi i}{3}$ ；              D.  $\frac{5\pi i}{3}$ 。
3. 下列命题正确的是（ ）。
- A. 每一个幂级数在其收敛圆周上处处收敛；  
B. 每一个幂级数的和函数在收敛圆内处处解析；  
C. 若函数  $f(z)$  的实、虚部在点  $z_0$  处满 C-R 条件，则  $f(z)$  在点  $z_0$  处解析；  
D. 若函数  $f(z)$  的实、虚部均为调和函数，则  $f(z)$  解析。
4.  $z=0$  是函数  $f(z) = \left(1 + \frac{1}{z^2}\right) e^{\frac{1}{z}}$  的（ ）。
- A. 本性奇点；                              B. 极点；  
C. 可去奇点；                              D. 非孤立奇点。
5. 若  $F(\omega) = i\pi[\delta(\omega+2) - \delta(\omega-2)]$  为函数  $f(t)$  傅氏变换，则  $f(t)$  是（ ）。
- A.  $\sin 2t$ ；                              B.  $i \sin 2t$ ；  
C.  $\cos 2t$ ；                              D.  $i \cos 2t$ 。

姓名

学号

班号

学院

密

封

线

三、 计算（每小题 5 分，共 20 分）

$$1. I = \oint_{|z|=1} \frac{z}{\sin z} dz;$$

$$2. I = \oint_{|z|=2} \frac{z \sin z}{(z - \frac{\pi}{2})^2} dz;$$

$$3. I = \oint_{|z|=2} \frac{e^{\frac{1}{z}}}{(z^2 + 1)^{10}} dz;$$

---

4.  $I = \int_0^{2\pi} \frac{1}{2 + \sin \theta} d\theta$ 。

四、 (8分) 求函数  $f(z) = \frac{1}{z^2 + z - 6}$  在  $2 < |z| < 3$  内的洛朗展开式。

姓名

学号

班号

学院

密

封

线

五、 (5分) 设函数  $g(z)$  在  $z=a$  解析,  $a$  为函数  $f(z)$  的一阶极点且  $\text{Res}[f(z), a]=2020$ , 求留数

$$\text{Res}[f(z)g(z), a]。$$

六、 (10分) 利用拉普拉斯变换求解下列初值问题

$$\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = 0 \\ y(0) = 2, y'(0) = 3 \end{cases}。$$

---

七、 (7分) 已知函数  $f(z) = u + iv$  是解析函数且

$$u - v = e^x [(x - y) \cos y - (x + y) \sin y],$$

求  $f(z)$ 。