主管领导审核签字

哈尔滨工业大学(深圳) 2017 学年秋季学期

高等数学试题

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
阅卷人											

注意行为规范　　遵守考场纪律

姓名　　学号　　班号　　学院

密　封　线

一、填空题（每小题 1 分，共 5 小题，满分 5 分）

1. 极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x}{\sin 2x}=$______________.

2. 曲线 $y=\arctan x$ 在横坐标为 $x=1$ 的点处的切线方程是______________.

3. 设 $y=y(x)$ 是由方程 $\mathrm{e}^{xy}+y^2=\cos x$ 所确定的隐函数，则函数 $y=y(x)$ 的导数 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=$________________.

4. 设函数 $y=(1+\sin x)^x$，则此函数在 $x=\pi$ 点的微分 $\mathrm{d}y\big|_{x=\pi}=$________________.

5. 已知函数 $f(x)=(3x+1)\mathrm{e}^{-x}$，则 $f^{(2017)}(0)=$_____________.

二、选择题（每小题 1 分，共 5 小题，满分 5 分，每小题中给出的四个选项中只有一个是符合题目要求的，把所选项的字母填在题后的括号内）

1. 设极限 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=a$，且 $a\neq 0$，则当 n 充分大时有（　　）

(A) $|a_n|>\dfrac{|a|}{2}$；　(B) $|a_n|<\dfrac{|a|}{2}$；　(C) $a_n<a+\dfrac{1}{n}$；　(D) $a_n>a-\dfrac{1}{2n}$.

2. 设 $\alpha_1=x\left(\cos\sqrt{x}-1\right)$, $\alpha_2=\sqrt{x}\ln\left(1+\sqrt[3]{x}\right)$, $\alpha_3=\sqrt[3]{1+x}-1$，当 $x\to 0^+$ 时，以上三个无穷小量按照从低阶到高阶的排序是(　　)

(A) $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$；　(B) $\alpha_2,\alpha_3,\alpha_1$；　(C) $\alpha_3,\alpha_1,\alpha_2$；　(D) $\alpha_1,\alpha_3,\alpha_2$.

3. 设函数 $y=f(x)$ 在点 $x=x_0$ 的某邻域内有定义，则 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 处可微的充分必要条件是(　　)

(A) $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处连续；　(B) $\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$ 是 Δx 的线性函数；

(C) $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处可导； (D) 曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处有切线.

4. 极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2}{2^n+3^n}\right)^{\frac{1}{n}}=($ $)$

(A) $\dfrac{1}{3}$； (B) $\dfrac{1}{2}$； (C) $\dfrac{1}{6}$； (D) $\dfrac{2}{3}$.

5. 设 $f(0)=0$，则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导的一个充分必要条件是(   )

(A) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(1-\cos h)}{h^2}$ 存在； (B) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(2^h-1)}{h}$ 存在；

(C) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(h-\sin h)}{h}$ 存在； (D) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(\tan h)-f(h)}{h^3}$ 存在.

三、(5 分) 设函数 $y=y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x=t+\mathrm{e}^t \\ y=\sin t \end{cases}$ 所确定，求 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ 和 $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$.

四、(4 分) 计算极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{e}^{x^2}-\mathrm{e}^{2-2\cos x}}{x^2\sin^2 x}$.

姓名 学号 班号 学院

密 封 线

五、(5 分) 讨论函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{(\ln|x|)(\sin x)}{(x+1)|x-1|}, & x>-1\\ 3, & x=-1\\ \dfrac{1}{e^{\frac{x+2}{x+1}}-1}, & x<-1\end{cases}$ 的连续性，若有间断点，则判别其类型.

六、(3 分) 设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{g(x)-e^{-x}}{x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$，其中 $g(x)$ 具有二阶连续导数，且 $g(0)=1$，$g'(0)=-1$，

(1) 求 $f'(x)$；

(2) 讨论 $f'(x)$ 在区间 $(-\infty,+\infty)$ 上的连续性.

七、(3 分) 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[0,1]$ 上具有二阶导数，且 $f(1)>0$，$\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)}{x}<0$，证明:

(1) 方程 $f(x)=0$ 在开区间 $(0,1)$ 内至少存在一个实根;

(2) 方程 $f(x)f''(x)+(f'(x))^2=0$ 在开区间 $(0,1)$ 内至少存在两个不同的实根.