

主管  
领导  
审核  
签字

哈尔滨工业大学(深圳) 2017 学年秋季学期

# 高等数学 A 试 题

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
阅卷人											

注意行为规范 遵守考场纪律

授课教师

姓名

学号

班号

学院

一、填空题（每小题 2 分，共 4 小题，满分 8 分）

1. 曲线  $y = x^2 - 6x + 10$  在点  $(3, 1)$  处的曲率  $K =$  \_\_\_\_\_.

2. 不定积分  $\int \sin x e^{2\cos x} dx =$  \_\_\_\_\_  $+ C$ .

3. 定积分  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (|x| + \frac{(\sin x)^{99}}{\sqrt{1+x^6}}) dx =$  \_\_\_\_\_.

4. 极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^{\frac{1}{n}} + e^{\frac{2}{n}} + \dots + e^{\frac{n}{n}}}{n} =$  \_\_\_\_\_.

二、选择题（每小题 2 分，共 4 小题，满分 8 分，每小题中给出的四个选项中只有一个是符合题目要求的，把所选项的字母填在题后的括号内）

1. 设  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln \sin x dx$ ,  $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln \cos x dx$ ,  $K = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln \cot x dx$ , 则  $I, J, K$  的大小关系是 ( ).  
 (A)  $I < J < K$ ; (B)  $I < K < J$ ; (C)  $J < I < K$ ; (D)  $K < J < I$ .

2. 曲线  $\begin{cases} x = t^3 + 1 \\ y = \frac{3}{2}t^2 - 1 \end{cases}$  上相应于  $0 \leq t \leq 1$  的一段弧的长度等于 ( ).

(A)  $\frac{1}{3}$ ; (B)  $3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$ ; (C)  $3\sqrt{3} - 1$ ; (D)  $2\sqrt{2} - 1$ .

3. 若连续函数  $f(x)$  满足关系式  $f(x) = \int_0^{2x} f(\frac{t}{2}) dt + \ln 2$ , 则  $f(x)$  等于 ( ).

(A)  $e^x \ln 2$ ; (B)  $e^{2x} \ln 2$ ; (C)  $e^x + \ln 2$ ; (D)  $e^{2x} + \ln 2$ .

4. 一个物质的物体，高 4 m，水平截面面积  $S$  是高度  $h$  (从底部算起) 的函数

---

$S = 20 + 3(4 - h)^2$  (高度  $h$  的单位是  $m$ , 面积  $S$  的单位是  $m^2$ ), 已知物体的密度与水的密度同为  $10^3 \text{ kg/m}^3$ , 此物体沉在水中, 上表面与水面平齐, 设重力加速度  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , 则将此物体水平打捞出水所需作的功为 ( ).

(A) 1940000 焦耳; (B) 2240000 焦耳; (C) 2960000 焦耳; (D) 3520000 焦耳.

三、(6 分) 已知函数  $f(x) = \frac{(x-3)^2}{4(x-1)}$ ,

(1) 求函数  $f(x)$  的单调区间与极值;

(2) 求曲线  $y = f(x)$  的凸凹区间;

(3) 求曲线  $y = f(x)$  的渐近线;

(4) 作函数  $f(x)$  的图形.

授课教师

姓名

学号

班号

学院

四、计算下列各题（每小题 3 分，共三小题，满分 9 分）

1. 计算不定积分  $\int \frac{\arctan x}{x^2} dx$ .

2. 计算定积分  $\int_0^1 \frac{1}{(2x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}} dx$ .

3. 计算极限  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^x (\sqrt{x-t})(e^t) dt}{\sqrt{x^3}}$ .

---

五、解答下列各题（每小题 3 分，共两小题，满分 6 分）

1. 求微分方程  $yy'' = 2[(y')^2 - y']$  满足初值条件  $y|_{x=0} = 1, y'|_{x=0} = 2$  的特解.

2. 设抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  过坐标原点，当  $0 \leq x \leq 1$  时， $y \geq 0$ ，又已知该抛物线与  $x$  轴及直线  $x = 1$  所围图形的面积为  $\frac{1}{3}$ ，试确定常数  $a, b, c$  使此图形绕  $x$  轴旋转一周而成的旋转体的体积最小.



---

八、(3分) 设函数  $f(x)$  在区间  $[0, 1]$  上有二阶导数, 且满足条件  $|f(x)| \leq a, |f''(x)| \leq b$ , 其中  $a, b$  都是非负实数,  $c$  是  $(0, 1)$  内任一点, 证明  $|f'(c)| \leq 2a + \frac{b}{2}$ .