

主管
领导
审核
签字

哈尔滨工业大学(深圳) 2018 学年秋季学期

高等数学 A 期中试题

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
阅卷人											

注意行为规范 遵守考场纪律

授课教师

姓名

学号

班号

学院

密

封

线

一、填空题 (每小题 1 分, 共 5 小题, 满分 5 分)

1. 已知函数 $y = y(x)$ 在点 x 处的增量 $\Delta y = 4x^2\Delta x + x\Delta x - \left(4x + \frac{1}{2}\right)(\Delta x)^2 + \frac{4}{3}(\Delta x)^3$,

其中 Δx 是自变量 x 的增量, 则当 $x=1, \Delta x = -0.01$ 时, 函数的微分 $dy =$

_____.

2. 曲线 $\begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \sin t \end{cases}$ 上对应于 $t=0$ 的点处的切线方程为_____.

3. 设函数 $f(x) = (5 - \cos x)^{2x-3}$, 则 $f'(0) =$ _____.

4. 设 $y = \ln(2x-1)$, 则 $y^{(n)} =$ _____.

5. 设 $f(x) = \begin{cases} \ln \sqrt{x}, & x \geq 1, \\ 2x-1, & x < 1, \end{cases} y = f(f(x))$, 则 $\frac{dy}{dx} \Big|_{x=e} =$ _____.

二、选择题 (每小题 1 分, 共 5 小题, 满分 5 分, 每小题中给出的四个选项中只

有一个是符合题目要求的, 把所选项的字母填在题后的括号内)

1. 已知当 $x \rightarrow 0$ 时 $\sin(ax^2)$ 与 $e^x - 1 - x$ 是等价无穷小, 则常数 $a =$ ().

(A) -1 ; (B) 1 ; (C) $-\frac{1}{2}$; (D) $\frac{1}{2}$.

2. 设函数 $f(x) = \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{1-x}}}$, 则 $x=1$ 是函数的 ().

(A) 可去间断点; (B) 跳跃间断点;
(C) 无穷间断点; (D) 振荡间断点.

3. 设 $f(x)$ 是区间 $(0, +\infty)$ 上单调且可导的函数, $g(x)$ 是 $f(x)$ 的反函数, 若已知

$$f(1) = 2, f(2) = 3, f'(1) = 5, f'(2) = 7, f'(3) = 4, f'(4) = 6, \text{ 则 } g'(2) = (\quad).$$

- (A) $\frac{1}{7}$; (B) $\frac{1}{6}$; (C) $\frac{1}{5}$; (D) $\frac{1}{4}$.

4. 已知 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内可导, 且 $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = e$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+a}{x-a} \right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - f(x-1)]$, 则常数 $a = (\quad)$.

- (A) $\frac{1}{2}$; (B) $\frac{1}{3}$; (C) $\frac{1}{2e}$; (D) $\frac{e}{2}$.

5. 设 $a_n > 0 (n=1, 2, \dots)$, $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$, 则数列 $\{S_n\}$ 有界是数列 $\{a_n\}$ 收敛的(\quad).

- (A) 充分必要条件; (B) 充分非必要条件;
(C) 必要非充分条件; (D) 既非充分也非必要条件.

三、(4分) 设 a, b 均为不等于1的正常数, 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x - x \ln a}{b^x - x \ln b} \right)^{\frac{1}{x^2}}$.

四、(4分) 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $e^y + 6xy + x^2 - 1 = 0$ 所确定, 求 $\frac{dy}{dx} \Big|_{x=0}$ 和 $\frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{x=0}$.

授课教师

姓名

学号

班号

学院

密

封

线

五、(4分) 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^4 \sin \frac{1}{x} + \cos x, & x \neq 0, \\ 1, & x = 0, \end{cases}$ 求 $f''(x)$.

六、(5分) 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+ax^3)}{x - \arcsin x}, & x < 0, \\ 6, & x = 0, \\ \frac{e^{ax} + x^2 - ax - 1}{x \sin \frac{x}{4}}, & x > 0, \end{cases}$ 问 a 取何值时, $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续?

续? a 取何值时, $x=0$ 是 $f(x)$ 的可去间断点?

七、(3分) 设函数 $f(x), g(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上二阶可导, $g''(x) \neq 0$, 且

$f(a) = f(b) = g(a) = g(b) = 0$, 证明:

(1) 在区间 (a, b) 内, $g(x) \neq 0$;

(2) 存在 $\xi \in (a, b)$, 使得 $\frac{f(\xi)}{g(\xi)} = \frac{f''(\xi)}{g''(\xi)}$.