

主管  
领导  
审核  
签字

哈尔滨工业大学（深圳）2020/2021 学年秋季学期

# 高等数学 A（期中）试题

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
阅卷人											

注意行为规范 遵守考场纪律

姓名

学号

班号

学院

一、选择题（每小题 1 分，共 5 小题，满分 5 分，每小题中给出的四个选项中只有一个是符合题目要求的，把所选项的字母填在题后的括号内）

1. 已知函数  $z = \frac{e^x}{x-y}$ ，则（ ）

(A)  $\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ ; (B)  $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ ; (C)  $\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = z$ ; (D)  $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = z$ .

2. 欧拉方程  $x^2 y'' - 2xy' + 2y = 1 (x > 0)$  的通解为（ ）

(A)  $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x} + \frac{1}{2}$ ; (B)  $y = C_1 x + C_2 e^x + \frac{1}{2}$ ;  
 (B)  $y = C_1 \ln x + C_2 (\ln x)^2 + \frac{1}{2}$ ; (D)  $y = C_1 x + C_2 x^2 + \frac{1}{2}$ .

（注：  $C_1, C_2$  为任意常数）

3. 已知函数  $f(x, y) = 3x^2 + 3y^2 - x^3$ ，则（ ）

(A)  $(0,0)$  是极小值点，  $(2,0)$  不是极值点；  
 (B)  $(0,0)$  是极大值点，  $(2,0)$  不是极值点；  
 (C)  $(0,0)$  不是极值点，  $(2,0)$  是极小值点；  
 (D)  $(0,0)$  不是极值点，  $(2,0)$  是极大值点.

4. 平面  $y+z=x-1$  与曲面  $x-y^2+z^3=-1$  的交线上点  $M_0(1,1,-1)$  处的切线方程是（ ）

(A)  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+1}{5}$ ; (B)  $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+1}{1}$ ;

---

(C)  $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+1}{1}$ ; (D)  $\frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-1}{1}$ .

5. 设  $D_k$  是圆域  $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$  位于第  $k$  象限的部分, 记  $I_k = \iint_{D_k} (y-x) dx dy$  ( $k=1,2,3,4$ ),

则 ( )

(A)  $I_1 > 0, I_2 = 0$ ; (B)  $I_2 > 0, I_3 = 0$ ; (C)  $I_3 > 0, I_4 = 0$ ; (D)  $I_4 > 0, I_1 = 0$ .

二、(3分) 求微分方程  $y'' + 5y' + 4y = (3-2x)e^{-x}$  的通解.

姓名

学号

班号

学院

.....

三、(4分) 设函数  $z = f(2x + y, x - y, x \sin y)$ ，其中  $f$  具有连续的二阶偏导数，

求  $dz$  和  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .

四、(3分) 已知  $y = f(x, y, z)$ ,  $z = g(x, y, z)$ ，其中  $f, g$  具有连续的偏导数，求

$\frac{dz}{dx}$ .

---

五、(3分) 设山坡的高度为  $z = 5 - x^2 - 2y^2$ ，一个登山者在山坡上点  $\left(-\frac{3}{2}, -1, \frac{3}{4}\right)$  处，在下列情形下该向什么方向  $\vec{l} = a\vec{i} + b\vec{j}$  移动？(1) 爬的最快 (即高度  $z$  增加的最快)；(2) 在同一水平线上；(3) 以斜率1爬坡(即以倾角  $45^\circ$  爬坡).

六、(3分) 求函数  $f(x, y, z) = xy + 2yz$  在约束条件  $x^2 + y^2 + z^2 = 10$  下的最大值和最小值.

姓名

学号

班号

学院

七、(3分) 计算积分  $\int_1^2 dx \int_{\sqrt{x}}^x \sin \frac{\pi x}{2y} dy + \int_2^4 dx \int_{\sqrt{x}}^2 \sin \frac{\pi x}{2y} dy$ .

八、(3分) 求曲面  $S_1: z = x^2 + y^2 + 1$  在点  $(1, -1, 3)$  处的切平面方程, 并求该切平面与曲面  $S_2: z = x^2 + y^2$  围成立体的体积.

---

九、(3分) 设函数  $f(x, y) = |x + 2y|\varphi(x, y)$ , 其中  $\varphi(x, y)$  在点  $(0, 0)$  处连续, 且  $\varphi(0, 0) = a$  ( $a$  为常数), 讨论函数  $f(x, y)$  在点  $(0, 0)$  处偏导数的存在性以及函数  $f(x, y)$  在点  $(0, 0)$  处的可微性.