主管领导审核签字

哈尔滨工业大学（深圳）2019/2020 学年春季学期

高等数学 B 试题（期末）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
阅卷人											

注意行为规范　　遵守考场纪律

姓名＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿ 班号＿＿＿＿ 学院＿＿＿＿

密 封

一、填空题（每小题 3 分，共 4 小题，满分 12 分）

1. 函数 $z=2x^2+y^2$ 在点 $(1,1)$ 处沿方向 $\vec{l}=\vec{i}-\vec{j}$ 的方向导数 $\left.\dfrac{\partial z}{\partial \vec{l}}\right|_{(1,1)}=$____________.

2. 由方程 $2xz+z^3-xy^2=2$ 所确定的隐函数 $z=z(x,y)$ 在点 $(1,1,1)$ 处的全微分 $\left.\mathrm{d}z\right|_{(1,1,1)}=$____________.

3. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{x+2}$ 展开成 x 的幂级数的表达式为______________.

4. 设 $\Sigma=\left\{(x,y,z)\,\middle|\,x+y+z=1, x\ge 0, y\ge 0, z\ge 0\right\}$，则曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma}\left(xy+yz+y^2\right)\mathrm{d}S=$______________.

二、选择题（每小题 3 分，共 4 小题，满分 12 分，每小题中给出的四个选项中只有一个是符合题目要求的，把所选项的字母填在题后的括号内）

1. 设函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处的两个偏导数 $f_x'(x_0,y_0), f_y'(x_0,y_0)$ 都存在，则（　　）

(A) $\lim\limits_{(x,y)\to(x_0,y_0)} f(x,y)$ 存在；　(B) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x,y_0)$ 和 $\lim\limits_{y\to y_0} f(x_0,y)$ 都存在；

(C) $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处必连续；　(D) $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处必可微。

2. 设$I_1=\iint\limits_D \frac{x+y}{4}\mathrm{d}x\mathrm{d}y, I_2=\iint\limits_D \sqrt{\frac{x+y}{4}}\mathrm{d}x\mathrm{d}y, I_3=\iint\limits_D \sqrt[3]{\frac{x+y}{4}}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，

其中$D=\left\{(x,y)\middle|(x-1)^2+(y-1)^2\le 2\right\}$，则下列关系式成立的是(　　　)

(A) $I_1<I_2<I_3$；　(B) $I_3<I_2<I_1$；　(C) $I_3<I_1<I_2$；　(D) $I_2<I_1<I_3$。

3. 设L是圆柱面$x^2+y^2=4$与平面$y+z=0$的交线，从z轴正向往z轴负向看去为逆时针方向，则曲线积分$\oint_L z\,\mathrm{d}x+y\,\mathrm{d}z=$(　　　)

(A) -4π；　　(B) -2π；　　(C) 2π；　　. (D) 4π。

4. 设$f(x)$是周期为2π的奇函数，且$f(x)=\begin{cases}\pi-x, 0\le x<\dfrac{\pi}{2},\\ \pi+x, \dfrac{\pi}{2}\le x<\pi,\end{cases}$又设$\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n\sin nx$是$f(x)$的傅里叶级数，$s(x)$是级数的和函数，则$s\left(\frac{5}{2}\pi\right)=$(　　　)

(A) $\frac{\pi}{2}$；　　(B) π；　　(C) $\frac{3\pi}{2}$；　　(D) $-\pi$。

三、(8 分) 求微分方程$y''+y'-2y=2\mathrm{e}^x$的通解。

四、(8 分) 设函数 $f(u,v)$ 具有连续的二阶偏导数，$z=f(x-2y,\mathrm{e}^{xy})$，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial z}{\partial y}$ 和 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

五、（7 分）设 $D=\left\{(x,y)\,\middle|\, x^2+y^2\le 1,\ x\ge 0,\ y\ge 0\right\}$，计算积分 $\iint\limits_D \left|y^2-x^2\right|\mathrm{d}x\mathrm{d}y$。

六、（7 分）设函数 $f(x,y)$ 满足 $f_x'(x,y)=(2x+1)\mathrm{e}^{2x-y}$，且 $f(0,y)=y+2$，L 是从点 $(0,0)$ 到点 $(1,2)$ 的光滑曲线，计算曲线积分 $I=\int_L f_x'(x,y)\,\mathrm{d}x+f_y'(x,y)\,\mathrm{d}y$。

七、（7 分）计算曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma}\dfrac{x^3\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y^3\mathrm{d}z\mathrm{d}x+(z^3+1)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$，其中曲面 Σ 为下半球面 $z=-\sqrt{4-x^2-y^2}$ 的上侧。

姓名______ 学号______ 班号______ 学院______

密 封

八、（8 分）求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n(n+1)}x^n$的收敛域及和函数。

九、（7 分）在第一卦限内作曲面$\Sigma: z=4-\frac{x^2}{4}-y^2$的切平面，使得切平面与三个坐标面及曲面$\Sigma$所围成的立体的体积最小，求切点的坐标，并求最小体积。

十、（4 分） 讨论级数$\sum_{n=2}^{\infty}\ln\left(1+\frac{(-1)^n}{n^p}\right)$的敛散性（常数$p>0$），若收敛，指出是条件收敛还是绝对收敛。