主管领导审核签字

哈尔滨工业大学（深圳）2022年春季学期

高等数学B（期末）试题

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得　分											
阅卷人											

考生须知：本次考试为闭卷考试，考试时间为120分钟，总分80分。

姓名________ 学号________ 班号________ 学院________

密 封 线

一、本题得分______

填空题（每小题3分，共5小题，满分15分）

1. 曲面 $z = x^2(1-\sin y) + y^2(1-\sin x)$ 在点 $(1,0,1)$ 处的切平面方程为__________.

2. 方程 $z^2 - x^2 y + \mathrm{e}^{z-x} = 1$ 所确定的函数 $z = z(x,y)$ 在点 $(1,1,1)$ 处的全微分 $\mathrm{d}z\big|_{(1,1,1)} =$__________.

3. 设有向量场 $\vec{A}(x,y,z) = x^2 y\vec{i} - 3y^2 z\vec{j} + 2xz\vec{k}$，则向量场 $\vec{A}$ 在点 $(1,-1,2)$ 处的散度 $\mathrm{div}\vec{A}\big|_{(1,-1,2)} =$__________.

4. 记级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{n(n+1)}{3^n}$ 的和为 S，则 $S =$__________.

5. 已知抛物面壳 $z = \dfrac{x^2+y^2}{2}\ (0 \le z \le 1)$ 的面密度为 $\mu = 1$，则此壳的质量 $M =$__________.

二、本题得分______

选择题（每小题3分，共5小题，满分15分，每小题中给出的四个选项中只有一个是符合题目要求的，把所选项的字母填在题后的括号内）

1. 微分方程 $y'' + y = x\sin x$ 的一个特解具有形式(　　)

(A) $(Ax+B)\sin x$；　(B) $x[(Ax+B)\cos x + (Cx+D)\sin x]$；

(C) $x(Ax+B)\sin x$；　(D) $x(Ax+B)(C\cos x + D\sin x)$.

2. 设区域 $D=\left\{(x,y)\middle| x^2+y^2\le 4, x\ge 0, y\ge 0\right\}$， $f(x)$ 为区间 $[0,2]$ 上的正值连续函数，则

$$\iint_D \frac{129\sqrt{f(x)}+\sqrt{f(y)}}{\sqrt{f(x)}+\sqrt{f(y)}}\mathrm{d}x\mathrm{d}y=(\qquad)$$

(A) 65π； (B) 70π； (C) 130π； (D) 140π.

3. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 条件收敛，则 $x=\sqrt{3}$ 与 $x=3$ 依次为幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}a_n(x-1)^n$ 的( )

(A) 收敛点，收敛点； (B) 收敛点，发散点；
(C) 发散点，收敛点； (D) 发散点，发散点.

4. 设 Γ 是柱面 $x^2+y^2=1$ 与平面 $x-y+z=2$ 的交线，从 z 轴正向往 z 轴负向看去为逆时针方向，则曲线积分 $\oint_\Gamma (z-y)\mathrm{d}x+(x-z)\mathrm{d}y+(x-y)\mathrm{d}z=(\qquad)$

(B) π； (B) $-\pi$； (C) 2π； (D) -2π.

5. 函数 $f(x)$ 以 2π 为周期，且 $f(x)=\begin{cases}x, & -\pi\le x<0\\ 1, & 0\le x<\pi\end{cases}$，其傅里叶级数展开式为

$$S(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\cos nx+b_n\sin nx\right),\ -\infty<x<+\infty，则(\qquad)$$

(A) $a_1=\frac{4}{\pi},\ S(-2\pi)=1$； （B） $a_1=\frac{4}{\pi},\ S(-2\pi)=\frac{1}{2}$；
(C) $a_1=\frac{2}{\pi},\ S(-2\pi)=1$； (D) $a_1=\frac{2}{\pi},\ S(-2\pi)=\frac{1}{2}$.

三、 本题得分______

（7 分）设 $\begin{cases}u=f(x-2y,v+y)\\ v=g(u-x,vy)\end{cases}$，其中函数 f 和 g 具有连续的偏导数，求 $\frac{\partial u}{\partial x},\frac{\partial v}{\partial x}$.

姓名____ 学号____ 班号____ 学院____

密 封

四、本题得分______

（8 分）设函数 $f(u)$ 具有连续的二阶导数，且 $f(0)=1, f'(0)=-1$，若 $z=f\left(\mathrm{e}^{x}\cos y\right)$满足方程$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}=\left(4z+3\mathrm{e}^{x}\cos y\right)\mathrm{e}^{2x}$，求 $f(u)$的表达式**.**

五、 本题得分______

（7 分）已知函数 $f(x,y)=x+y+xy$，曲线$C: x^2+y^2+xy=3$，求 $f(x,y)$在曲线C上的最大方向导数**.**

六、本题得分______

（7 分）计算二重积分$\iint\limits_D (1-x)\left|x^2+y^2-4\right|\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中$D=\left\{(x,y)\mid x^2+y^2\le 16\right\}$.

七、本题得分______

（8 分）计算曲线积分$\oint\limits_L \dfrac{(x-y)\,\mathrm{d}x+(x+4y)\mathrm{d}y}{x^2+4y^2}$，其中$L$是

（1）逆时针方向圆周$(x-1)^2+(y-1)^2=1$；

（2）逆时针方向闭曲线$|x|+|y|=1$.

姓名______ 学号______ 班号______ 学院______

……密……封……

八、本题得分______

(8 分) 计算曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma}\left(xz+\mathrm{e}^{y}\right)\mathrm{d}y\mathrm{d}z+2z\left(x^{2}y+\sin z\right)\mathrm{d}z\mathrm{d}x-x^{2}\left(y^{2}+z^{2}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 Σ 为曲面 $z=1-x^{2}-y^{2}$ 在 $z\geq 0$ 部分的上侧.

九、本题得分______

(5 分) 设有正项级数$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$（其中$a_n > 0$），$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$是它的部分和，

（1）证明：级数$\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{1}{S_{n-1}}-\frac{1}{S_n}\right)$收敛；

（2）判断级数$\sum_{n=1}^{\infty}\ln\left[1+(-1)^{n-1}\frac{a_n}{S_n^2}\right]$是条件收敛还是绝对收敛，并给出证明.

学院________ 班号________ 学号________ 姓名________

密 封

学院________ 班号________ 学号________ 姓名________

封 密