声明：1. 本人绝对未在考试中实施任何作弊行为，也绝对未将试卷、稿纸等带出考场。

2. 仅凭记忆整理，只能保证题目考点对应正确，具体数值、措辞等可能与原卷有出入。

3. 往年题只供大家参考，只靠通过刷往年考试题来获取高分或者保证不挂科是不可取的。希望大家认真复习，把基本概念、方法掌握扎实。

哈尔滨工业大学（深圳）2024 年秋季学期

数值分析 试题(回忆版)

2024.12 V1.0

说明：测试时间 120 分钟，满分 100 分。可以使用无编程、记忆功能的计算器。

注意行为规范　遵守考场纪律

一、填空题（每空 2 分，满分 24 分）

1.1 数值分析中考虑的误差主要是______误差和_____误差。

1.2 当$|x|$充分大时，在使用计算机计算 $\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$ 时，为减少误差，应改用公式_____来计算。

1.3 $f(x)=x^7+x^4+x-1$，则差商 $f[2^0,2^1,\dots,2^8]=$________。

1.4 设计一种算法计算 x^{256}，最少需要进行乘法的次数是________。

1.5 $A=\begin{bmatrix}1 & -1 & 0\\ -1 & 1 & -1\\ 0 & -1 & 1\end{bmatrix}$，$x=\begin{bmatrix}2\\3\\3\end{bmatrix}$，则 A 的 2-范数是_______，x 的 2-范数是_______（结果均保留二位小数）。

1.6 使用 n+1 个节点所得插值型求积公式的最高代数精度是__________。

1.7 求一函数在$[a,b]$上的积分时，当$[a,b]$分为 n 等分时，使用复合梯形公式所得积分值为 T_n，将区间再进行半分，同样用复合梯形公式可算出积分值为T_{2n}，利用理查德森外推思想，利用这两个积分值可以得到精度更高的积分值 $S_n=$____________。

1.8 满足 $P(0)=P'(0)=0, P(1)=0, P(2)=2$ 的不高于 3 次的插值多项式是____________。

1.9 设 $l_0(x),l_1(x),\dots,l_n(x)$ 是以 $x_0,x_1,\dots,x_n$ 为节点的 Lagrange 插值基函数，则 $\sum_{j=0}^{n}x_j^k l_j(x)=$_____，$k=1,2,\dots,n$。

1.10 对于迭代函数 $\varphi(x)=x+c(x^2-3)$，当 c 取值范围为_______时，迭代格式 $x_{k+1}=\varphi(x_k)$ 能收敛于精确解 $x^*(x^*>0)$。

二、（满分 12 分）

当 $x=-1,0,1$ 时， $f(x)=3,5,3$ 。

（1）利用差商表计算二次牛顿插值公式并估算 $f\left(\frac{1}{2}\right)$（结果以分数表示）;

（2）增加一个节点 $(2,-1)$，计算三次牛顿插值公式并估算 $f\left(\frac{1}{2}\right)$（结果以分数表示）;

（3）写出（2）中所得插值公式的误差余项 $R_3(x)$ 。

三、（满分 15 分）

求形如$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} f(x)\mathrm{d}x \approx A_0 f(x_0) + A_1 f(x_1)$的两点 Gauss 型求积公式，并用此公式计算$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} \mathrm{e}^x \mathrm{d}x$（结果保留三位小数）。

四、（满分 10 分）

设 x, y 如下表

x	1	2	3
y	3.8	7.2	10

用最小二乘法求一次拟合多项式。

五、（满分 12 分）

矩阵$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 10 \end{bmatrix}$，写出其 LU 分解所得矩阵 L 和 U。

六、（满分 15 分）

设 $A \in \mathbf{R}^{n\times n}$ 为可逆矩阵，并设 $B = A^{\mathrm{T}} A$。证明：

（1）B 为对称正定阵；

（2）设方程组 $Bx = b$，则此方程组的 Gauss-Seidel 迭代法收敛。

七、（满分 12 分）

证明解 $y' = f(x, y)$ 的如下线性二步法

$$y_{n+1} = \frac{1}{2}(y_n + y_{n-1}) + \frac{h}{4}(4y'_{n+1} - y'_n + 3y'_{n-1})$$

是二阶的，并求出截断误差的主项。