

# 大学物理 A 春季学期期末试题

一区二系易群  
731429909

## 哈工大 2011 年春季学期大学物理 A 期末试题

### 一、填空题

1. 已知质点的运动学方程为  $r = 4t^2 i + (2t + 3) j$  (SI), 则该质点的轨道方程为 \_\_\_\_\_.

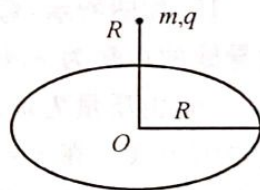
2. 一弹道火箭(含燃料)  $M_0 = 12.9$  t(吨), 所载燃料的质量为  $m = 9.0$  t(吨), 发动机工作时喷出的气体速率(相对于火箭体)为常量  $u = 2 \times 10^3$  m/s, 此火箭由静止开始发射后, 若不计重力及空气阻力, 则在燃料燃尽后, 它的速度为 \_\_\_\_\_.

3. 一转动惯量为  $J$  的圆盘绕一固定轴转动, 起始角速度为  $\omega_0$ . 设它所受的阻力矩与转动角速度成正比, 即  $M = -k\omega$  ( $k$  为大于零的常数), 则它的角速度从  $\omega_0$  降至一半所需的时间  $t =$  \_\_\_\_\_.

4. 有一劲度系数为  $k$  的轻弹簧, 竖直放置, 下端悬一质量为  $m$  的小球. 先使弹簧为原长, 而小球恰好与地面接触. 再将弹簧上端缓慢地提起, 直到小球刚能脱离地面为止. 在此过程中外力所做的功为 \_\_\_\_\_.

5. 对于受到外力作用的由  $n$  个质点组成的系统, 动能定理表达式可写成  $\sum \int \mathbf{F}_j \cdot d\mathbf{S}_j = E_k - E_{k_0}$ , 式中  $d\mathbf{S}_j$  表示第  $j$  个质点的元位移,  $E_k$  和  $E_{k_0}$  分别表示系统终态和初态的总动能, 那么式中  $\mathbf{F}_j$  表示的是 \_\_\_\_\_.

6. 一半径为  $R$  的均匀带电细圆环, 带有电荷  $Q$ , 水平放置. 在圆环轴线的上方距离圆心  $R$  处, 有一质量为  $m$ 、带电荷为  $q$  的小球, 如图所示. 当小球从静止下落到圆心位置时, 它的速度为  $v =$  \_\_\_\_\_.



题 6 图

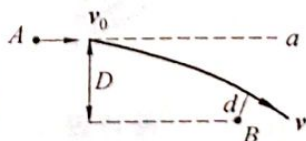
7. 在非均匀磁场中, 有一电荷为  $q$  的运动电荷. 当电荷运动至某点时, 其速率为  $v$ , 运动方向与磁场方向间的夹角为  $\alpha$ , 此时测出它所受的磁力为  $f_m$ , 则该运动电荷所在处的磁感强度的大小为 \_\_\_\_\_, 磁力  $f_m$  的方向一定垂直于 \_\_\_\_\_.

8. 一个单位长度上密绕有  $n$  匝线圈的长直螺线管, 每匝线圈中通有强度为  $I$  的电流, 管内充满相对磁导率为  $\mu_r$  的磁介质, 则管内中部附近磁感强度  $B =$  \_\_\_\_\_, 磁场强度  $H =$  \_\_\_\_\_.

9. 匀质细棒静止时的质量为  $m_0$ , 长度为  $l_0$ , 当它沿棒长方向做高速的匀速直线运动时, 测得它的长为  $l$ , 那么该棒的运动速度  $v =$  \_\_\_\_\_, 该棒所具有的动能  $E_k =$  \_\_\_\_\_.

### 二、计算题

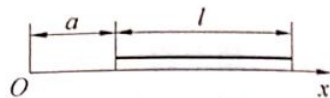
10. 质量为  $m_A$  的粒子受到另一重粒子  $B$  的万有引力作用,  $B$  保持在原点不动. 起初, 当  $A$  离  $B$  很远 ( $r = \infty$ ) 时,  $A$  具有速度  $v_0$ , 方向沿图中所示直线  $Aa$ ,  $B$  与这条直线的垂直距离为  $D$ . 粒子  $A$  由于粒子  $B$  的作用而偏离原来的路线, 沿着图中所示的轨道运动. 已知这轨道与  $B$  之间的最短距离为  $d$ , 求  $B$  的质量  $m_B$ .



题 10 图

11. 为求一半径为  $R = 50 \text{ cm}$  的飞轮对于通过其中心且与盘面垂直的固定转轴的转动惯量, 在飞轮上绕以细绳, 绳末端悬挂一质量为  $m_1 = 8 \text{ kg}$  的重锤. 让重锤从高  $2 \text{ m}$  处由静止落下, 测得下落时间  $t_1 = 16 \text{ s}$ , 再用另一质量  $m_2 = 4 \text{ kg}$  的重锤做同样的测量, 测得下落时间  $t_2 = 25 \text{ s}$ , 假定摩擦力矩是一个常量, 求飞轮的转动惯量.

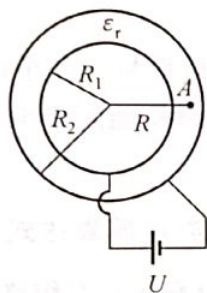
12. 如图所示为一沿  $x$  轴放置的长度为  $l$  的不均匀带电细棒, 其电荷线密度为  $\lambda = \lambda_0(x - a)$ ,  $\lambda_0$  为一常量. 取无穷远处为电势零点, 求坐标原点  $O$  处的电势.



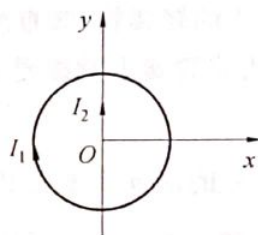
题 12 图

13. 一电容器由两个很长的同轴薄圆筒组成, 内、外圆筒半径分别为  $R_1 = 2 \text{ cm}$ ,  $R_2 = 5 \text{ cm}$ , 其间充满相对介电常数为  $\epsilon_r$  的各向同性、均匀电介质. 电容器接在电压  $U = 32 \text{ V}$  的电源上, 如图所示, 试求距离轴线  $R = 3.5 \text{ cm}$  处点  $A$  的电场强度和点  $A$  与外筒间的电势差.

14. 在  $xOy$  平面内有一圆心在点  $O$  的圆线圈, 通以顺时针绕向的电流  $I_1$ , 另有一无限长直导线与  $y$  轴重合, 通以电流  $I_2$ , 方向向上, 如图所示. 求此时圆线圈所受的磁力.



题 13 图



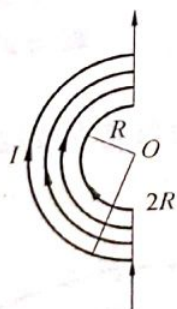
题 14 图

资源分享 QQID  
HG DZYFXZ

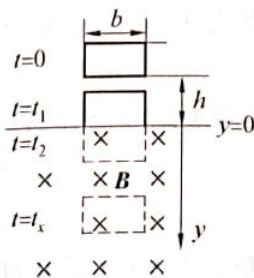
15. 如图所示, 弯成半圆形的细导线紧密排列, 可认为电流连续分布, 在半径方向单位长度内导线的根数为  $n$ , 每根导线内通过的电流为  $I$ , 求点  $O$  的磁感应强度.

16. 由质量为  $m$ 、电阻为  $R$  的均匀导线做成的矩形线框, 宽为  $b$ , 在  $t = 0$  时由静止下落, 这时线框的下底边在  $y = 0$  平面上方高度为  $h$  处, 如图所示.  $y = 0$  平面以上没有磁场;  $y = 0$  平面以下则有匀强磁场  $\mathbf{B}$ , 其方向在图中垂直纸面向里. 现已知在时刻  $t = t_1$  和  $t = t_2$ , 线框位置如图所示, 求线框速度  $v$  与时间  $t$  的函数关系. (不计空气阻力, 且忽略线框自感)

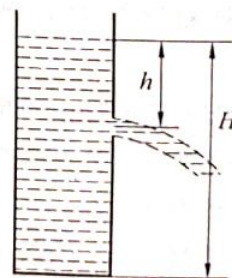
17. 如图所示, 在水桶的侧壁开一小孔, 桶的横截面远大于小孔, 水从小孔中喷出. 问: 小孔开在何处时水喷得最远?



题 15 图



题 16 图



题 17 图

18. 在惯性系  $K$  中, 有两个事件同时发生在  $x$  轴上相距  $1000 \text{ m}$  的两点, 而在另一惯性系  $K'$  (沿  $x$  轴方向相对于  $K$  系运动) 中, 测得这两个事件发生的地点相距  $2000 \text{ m}$ . 求在  $K'$  系中测得这两个事件的时间间隔.

三、理论推导与证明题

19. 简述真空中高斯定理的内容；利用一个点电荷为特例证明高斯定理。

电影协会  
QQ群 725682926

## 哈工大 2011 年春季学期大学物理 A 期末试题参考答案

## 一、填空题

1.  $x = (y - 3)^2$

2.  $2.4 \times 10^3 \text{ m/s}$

参考解:  $V = u \ln \frac{M_0}{M_0 - m} = 2 \times 10^3 \ln \frac{12.9}{12.9 - 9.0} = 2.4 \times 10^3 \text{ m/s}$

3.  $\frac{J \ln 2}{K}$

4.  $\frac{m^2 g^2}{2k}$

5. 第  $i$  个质点所受到的外力与内力的矢量和

6.  $\left[ 2gR - \frac{Qq}{2\pi m \epsilon_0 R} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$

7.  $\frac{f_m}{qv \sin \alpha}$ ; 运动电荷速度矢量与该点磁感应强度矢量组成的平面

8.  $\mu_0 \mu_r nI$ ;  $nI$

9.  $c \sqrt{1 - \left( \frac{l}{l_0} \right)^2}$ ;  $m_0 c^2 \left( \frac{l_0 - l}{l} \right)$

## 二、计算题

10. 解:  $A$  对  $B$  所在点的角动量守恒. 设粒子  $A$  到达离  $B$  最短的距离为  $d$  时的速度为  $v$ , 则

$$D m_A v_0 = m_A v d, v = \frac{D v_0}{d}$$

 $A, B$  系统机械能守恒 ( $A$  在很远处时, 引力势能为零), 则

$$\frac{1}{2} m_A v_0^2 = \frac{1}{2} m_A v^2 - \frac{G m_A m_B}{d}$$

解得

$$v^2 - v_0^2 = \frac{2G m_B}{d}$$

所以

$$m_B = \frac{(D^2 - d^2) v_0^2}{2Gd}$$

11. 解: 根据牛顿运动定律和转动定律, 对飞轮和重物列方程, 得

$$TR - M_1 = \frac{J a}{R} \quad \text{①}$$

$$mg - T = ma \quad \text{②}$$

$$h = \frac{1}{2} a t^2 \quad \text{③}$$

将  $m_1, t_1$  代入上述方程组, 得

$$a_1 = \frac{2h}{t_1^2} = 0.0156 \text{ m/s}^2$$

四六级A群

741109221

$$T_1 = m_1(g - a_1) = 78.3 \text{ N}$$

$$J = \frac{(T_1 R - M_1)R}{a_1} \quad ④$$

将  $m_2, t_2$  代入 ①②③, 得

$$a_2 = \frac{2h}{t_2^2} = 6.4 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

$$T_2 = m_2(g - a_2) = 39.2 \text{ N}$$

$$J = \frac{(T_2 R - M_1)R}{a_2} \quad ⑤$$

由 ④⑤ 两式, 得

$$J = \frac{R^2(T_1 - T_2)}{a_1 - a_2} = 1.06 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

12. 解: 在任意位置  $x$  取长度元  $dx$ , 其上带有电荷  $dq = \lambda_0(x - a)dx$ , 它在点  $O$  处产生的电势为

$$dU = \frac{\lambda_0(x - a)dx}{4\pi\epsilon_0 x}$$

点  $O$  处的总电势为

$$U = \int dU = \frac{\lambda_0}{4\pi\epsilon_0} \left( \int_a^{a+l} dx - a \int_a^{a+l} \frac{dx}{x} \right) = \frac{\lambda_0}{4\pi\epsilon_0} \left( l - a \ln \frac{a+l}{a} \right)$$

13. 解: 设内外圆筒沿轴线方向单位长度上分别带有电荷  $+\lambda$  和  $-\lambda$ , 根据高斯定理可以求得两筒间任一点的电场强度为  $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r r}$ , 则两圆筒间的电势差为

$$U = \int_{R_1}^{R_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\lambda dr}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r r} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

解得

$$\lambda = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r U}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

于是求得点  $A$  的电场强度为

$$E_A = \frac{U}{R \ln \frac{R_2}{R_1}} = 998 \text{ V/m}$$

点  $A$  与外筒间的电势差为

$$U' = \int_R^{R_2} E dr = \frac{U}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \int_R^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{U}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \ln \frac{R_2}{R} = 12.5 \text{ V}$$

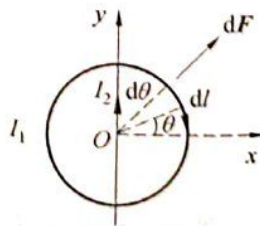
14. 解: 设圆半径为  $R$ , 选一微分单元  $dl$ , 它受到的磁力大小为

$$dF = I_1 dl \cdot B$$

由于对称性,  $y$  轴方向的合力为零, 则

$$dF_x = dF \cos \theta = I_1 R d\theta \frac{\mu_0 I_2}{2\pi R \cos \theta} \cos \theta = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} d\theta$$

$$F = F_x = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} d\theta = \mu_0 I_1 I_2$$



题 14 图

15. 解: 离圆心距离  $r$  处取  $dr$  宽的半圆导线, 其电流为  $nI dr$ , 在点  $O$  产生的磁场为

$$dB = \frac{\mu_0 n I dr}{4r}$$

$$B = \frac{\mu_0 n I}{4} \int_R^{2R} \frac{1}{r} dr = \frac{\mu_0 n I}{4} \ln 2$$

方向垂直于纸面向里.

16. 解: (1) 在线框进入磁场之前 ( $0 \leq t \leq t_1$ ), 线框做自由落体运动

$$v = gt$$

当  $t = t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$  时,  $v = v_1 = \sqrt{2hg}$ .

(2) 当线框底边进入磁场后, 产生感应电流, 因此受到磁场力

$$F = IbB = \frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt} bB = \frac{B^2 b^2}{R} \frac{dy}{dt} = \frac{B^2 b^2}{R} v$$

方向向上.

线框运动的微分方程为

$$mg - \frac{B^2 b^2}{R} v = m \frac{dv}{dt}$$

令  $K = \frac{B^2 b^2}{mR}$ , 求解上式, 注意到当  $t = t_1$  时  $v = v_1$ , 得

$$v = \frac{1}{K} [g - (g - K v_1) e^{-K(t-t_1)}] \quad (t_1 \leq t \leq t_2)$$

当  $t = t_2$  时

$$v = v_2 = \frac{1}{K} [g - (g - K v_1) e^{-K(t_2-t_1)}]$$

(3) 当线框全部进入磁场后 ( $t > t_2$ ), 通过线框的磁通量不随时间变化, 线框回路中不存在感生电流, 磁力为零. 故线框在重力作用下匀速下落

$$v = v_2 + g(t - t_2)$$

即

$$v = \frac{1}{K} [g - (g - K v_1) e^{-K(t-t_2)}] + g(t - t_2) \quad (t \geq t_2)$$

17. 解: 忽略水池液面下降的速度, 由伯努利方程

$$p_0 + \rho gh = p_0 + \frac{1}{2} \rho v^2$$

$$v^2 = 2gh$$

由  $H - h = \frac{1}{2} gt^2$  和  $x = vt$  得

$$gx^2 = 2(H - h) v^2$$

解得

$$x = 2\sqrt{h(H - h)}$$

由  $\frac{dx}{dh} = 0$  得  $h = \frac{H}{2}$ .

18. 解: 根据洛伦兹变换公式

读书交流群

735695322

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}, t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

可得

$$x'_2 = \frac{x_2 - ut_2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}, x'_1 = \frac{x_1 - ut_1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

在  $K$  系中, 两事件同时发生,  $t_1 = t_2$ , 则

$$x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

所以

$$\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = \frac{x_2 - x_1}{x'_2 - x'_1} = \frac{1}{2}$$

解得

$$v = \frac{\sqrt{3}c}{2}$$

在  $K'$  系中, 上述两件事不同时发生, 设分别发生于  $t'_1$  和  $t'_2$  时刻, 则

$$t'_1 = \frac{t_1 - \frac{vx_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}, t'_2 = \frac{t_2 - \frac{vx_2}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

由此可得

$$t'_1 - t'_2 = \frac{\frac{v(x_2 - x_1)}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 5.77 \times 10^{-6} \text{ s}$$

### 三、理论推导与证明题

19. 简述高斯定理:

(1) 包围点电荷  $q$  的同心球面  $S$  的电场通量

$$\Phi_e = \oiint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \oiint_S \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \oiint_S d\mathbf{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

与球半径无关.

(2) 推广: ① 一组同心球面证明电场线连续, 因而对于任意包围电荷的闭合曲面, 有

$$\Phi_e = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

② 电荷在闭合曲面外, 由于电场线连续, 因此  $\Phi_e = \oiint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = 0$ .



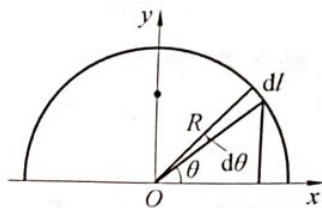
## 哈工大 2012 年春季学期大学物理 A 期末试题

### 一、填空题

1. 物体在黏性流体中运动, 将受到几个力的作用, 包括\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_.

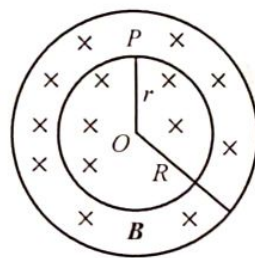
2. 质点在某保守力场中的势能为  $E_p = \frac{k}{r} + c$ , 其中  $r$  为质点与坐标原点间的距离,  $k, c$  均为大于零的常量, 作用在质点上的力的大小  $F =$  \_\_\_\_\_, 其方向为\_\_\_\_\_.

3. 一段均匀铁丝弯成半圆形, 如图所示, 其半径为  $R$ , 它的质心坐标为\_\_\_\_\_.



题 3 图

4. 在半径为  $R$  的圆柱形区域内, 匀强磁场的磁感应强度  $B$  的方向与轴线平行, 如图所示, 设  $B$  以  $1.0 \times 10^{-2} \text{ T/s}$  的速率随时间减小, 则在  $r = 5.0 \times 10^{-2} \text{ m}$  的点  $P$  处电子受到涡旋电场对它的作用力, 此力产生的加速度大小  $a =$  \_\_\_\_\_, 请在图中画出加速度的方向. (电子的电荷大小  $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ , 质量  $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ )

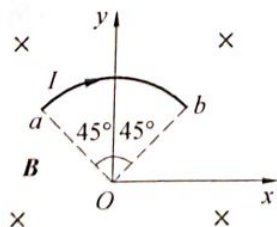


题 4 图

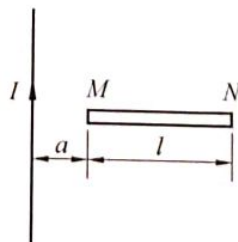
5. 一均匀静电场, 电场强度  $E = (400i + 600j) \text{ V/m}$ , 则点  $a(3, 2)$  和点  $b(1, 0)$  之间的电势差  $U_{ab} =$  \_\_\_\_\_ . (点的坐标  $x, y$  以米计)

6. 两个点电荷在真空中相距为  $r_1$  时的相互作用力等于它们在某一“无限大”各向同性均匀电介质中相距为  $r_2$  时的相互作用力, 则该电介质的相对介电常量  $\epsilon_r =$  \_\_\_\_\_.

7. 如图所示, 一根载流导线被弯成半径为  $R$  的  $\frac{1}{4}$  圆弧, 放在磁感应强度为  $B$  的均匀磁场中, 则载流导线  $ab$  所受磁场的作用力大小为 \_\_\_\_\_, 方向\_\_\_\_\_.



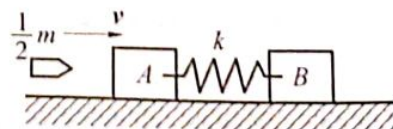
题 7 图



题 8 图

8. 如图所示, 一段长度为  $l$  的直导线  $MN$ , 水平放置在载电流为  $I$  的竖直长导线旁与竖直导线共面, 并由图示位置从静止自由下落, 则  $t$  秒末导线两端的电势差  $U_M - U_N =$  \_\_\_\_\_.

9. 如图所示, 两个用轻弹簧连接的滑块  $A$  和  $B$ , 滑块  $A$  的质量为  $\frac{1}{2}m$ ,  $B$  的质量为  $m$ , 弹簧的劲度系数为  $k$ ,  $A, B$  静止在光滑的水平面上(弹簧为原长). 若滑块  $A$  被水平射来的质量为  $\frac{1}{2}m$ 、



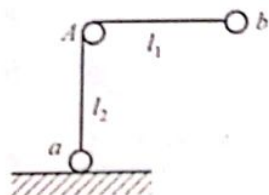
题 9 图

速度为  $v$  的子弹射中,则在射中后,滑块 A 及嵌在其中的子弹共同运动的速度  $v_A =$  \_\_\_\_\_, 此时刻滑块 B 的速度  $v_B =$  \_\_\_\_\_, 在以后的运动过程中,滑块 B 的最大速度  $v_{max} =$  \_\_\_\_\_.

二、计算题

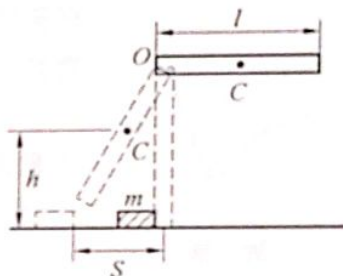
10. 质量为  $m$  的雨滴下降时,因受空气阻力,在落地前已是匀速运动,其速率为  $v = 5.0 \text{ m/s}$ ,设空气阻力的大小与雨滴速率的平方成正比,问:当雨滴下降速率为  $v = 4.0 \text{ m/s}$  时,其加速度多大?

11. 如图所示,一轻绳跨越水平光滑细杆 A,其两端连接等质量的两个小球 a 和 b,开始时, a 球静止于地面, b 球从绳的  $l_1$  段为水平的位置,由静止向下摆动,求 a 球刚要离开地面时,跨越细杆 A 的两段绳之间的夹角为多大?



题 11 图

12. 如图所示,一均匀细棒,长为  $l$ ,质量为  $m$ ,可绕过棒端且垂直于棒的光滑水平固定轴 O 在竖直平面内转动.棒被拉到水平位置从静止开始下落,当它转到竖直位置时,与放在地面上静止的质量亦为  $m$  的小滑块碰撞,碰撞时间极短.小滑块与地面间的摩擦系数为  $\mu$ ,碰撞后滑块移动距离  $S$  后停止,而棒继续沿原转动方向转动,直到达到最大摆角.求碰撞后棒的中点 C 离地面的最大高度  $h$ .



题 12 图

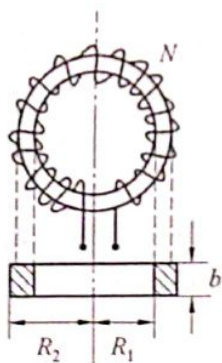
13. 一半径为  $R$  的半球面,均匀地带有电荷,电荷面密度为  $\sigma$ ,求球心 O 处的电场强度.

14. 一绝缘金属物体,在真空中充电达到某一电势值,其电场总能量为  $W_0$ .若断开电源,使其上所带电荷保持不变,并把它浸在相对介电常量为  $\epsilon_r$  的无限大各向同性均匀液态电介质中,问:这时电场总能量有多大?

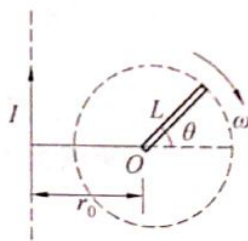
15. 如图所示,横截面为矩形的环形螺线管,圆环内外半径分别为  $R_1$  和  $R_2$ ,芯子材料的磁导率为  $\mu$ ,导线总匝数为  $N$ ,绕得很密,若线圈通电流  $I$ ,求:

- (1) 芯子中的  $B$  值和芯子截面的磁通量;
- (2) 在  $r < R_1$  和  $r < R_2$  处的  $B$  值.

16. 一无限长竖直导线上通有稳定电流  $I$ ,电流方向向上.导线旁有一与导线共面、长度为  $L$  的金属棒,绕其一端 O 在该平面内顺时针匀速转动,如图所示,转动角速度为  $\omega$ ,点 O 到导线的垂直距离为  $r_0$  ( $r_0 > L$ ).试求金属棒转到与水平面成角  $\theta$  时,棒内感应电动势的大小和方向.



题 15 图



题 16 图

HIT 耳联网  
QQ 302753320

17. 由于相对论效应,如果粒子的能量增加,粒子在磁场中的回旋周期将随能量的增加而增大,计算动能为  $10^4 \text{ MeV}$  的质子在磁感应强度为  $1 \text{ T}$  的磁场中的回旋周期.(质子的静止质

量为  $1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ,  $1\text{eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$ )

三、理论题

18. 为什么静电场中的电场线不可能是闭合曲线?

19. 写出积分形式的麦克斯韦方程组,并解释每个方程反映了电磁场的哪些基本性质和规律?

电影协会  
QQ群 725682926

## 哈工大 2012 年春季学期大学物理 A 期末试题参考答案

## 一、填空题

1. 浮力,黏性阻力,压差阻力

2.  $\frac{k}{r^2}$ ; 半径方向3.  $(0, \frac{2R}{\pi})$ 4.  $4.4 \times 10^7 \text{ m/s}^2$ ; 方向见图5.  $-2 \times 10^3 \text{ V}$ 6.  $\frac{r_1^2}{r_2^2}$ 7.  $\sqrt{2} BIR$ ; 方向竖直向上8.  $-\frac{\mu_0 Igt}{2\pi} \ln \frac{a+l}{a}$ 9.  $\frac{v}{2}$ ; 0;  $\frac{v}{2}$ 

## 二、计算题

10. 解:令阻力大小为  $f = \alpha v^2$ , 则

$$mg - \alpha v^2 = ma$$

得到收尾速度大小为

$$v' = \sqrt{\frac{mg}{\alpha}} = 5.0$$

所以

$$\alpha = \frac{mg}{25}$$

这样有  $a = 3.53 \text{ m/s}^2$ .11. 解:令所求夹角为  $\theta$ , 此时球  $b$  的速率为  $v$ , 有

$$mg l_1 \cos \theta = \frac{1}{2} mv^2$$

由向心力公式, 有

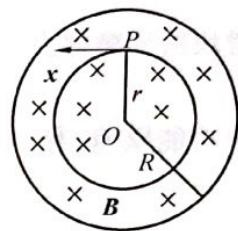
$$m \frac{v^2}{l_1} = F - mg \cos \theta$$

球  $a$  刚要离开地面时, 有

$$F = mg$$

由以上三式, 得

$$\theta = \arccos \frac{1}{3} = 70^\circ 31'$$



题 4 图

12. 解: 由机械能守恒, 有

$$\frac{1}{2}J\omega^2 = mg \frac{l}{2}$$

棒的转动惯量

$$J = \frac{1}{3}ml^2$$

所以棒下落后的角速度大小为  $\omega = \sqrt{\frac{3g}{l}}$ .

棒与滑块碰撞, 对点  $O$  的角动量守恒, 并令碰撞后滑块的速率为  $v$ , 则

$$J\omega = J\omega' + mvl$$

滑块所受摩擦力

$$f = mg\mu$$

由功能原理, 有

$$fS = \frac{1}{2}mv^2$$

所以

$$v = \sqrt{2g\mu S}$$

棒在碰撞后, 中点上升过程满足机械能守恒, 有

$$\frac{1}{2}J\omega'^2 = mg\left(h - \frac{l}{2}\right)$$

综上, 有

$$h = l + 3\mu S - \sqrt{6\mu Sl}$$

13. 解: 令球面半径为  $R$ , 球心  $O$  和球顶点的连线为  $x$  轴方向, 取球面上的一个圆环, 圆环与球心  $O$  的连线与  $x$  轴的夹角为  $\theta$ , 此圆环在球心  $O$  处的场强大小为

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0} \frac{R\cos\theta}{(R^2\sin^2\theta + R^2\cos^2\theta)^{\frac{3}{2}}}$$

而  $dq = \sigma 2\pi R \sin\theta R d\theta$ , 积分后得点  $O$  处的场强大小为

$$E = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dq}{4\pi\epsilon_0} \frac{R\cos\theta}{(R^2\sin^2\theta + R^2\cos^2\theta)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sigma}{4\epsilon_0}$$

故场强大小为  $\frac{\sigma}{4\epsilon_0}$ , 方向沿  $x$  轴正向.

14. 解: 放入电介质中后, 其电容变为原来的  $\epsilon_r$  倍, 而  $W = \frac{Q^2}{2C}$ , 所以

$$W = \frac{W_0}{\epsilon_r}$$

15. 解: (1) 由安培环路定理, 有

$$B = \frac{\mu NI}{2\pi r}$$

在矩形截面上取一个小窄条, 此窄条的磁通量为

$$d\Phi = Bb dr$$

所以, 积分得到总的磁通量为

$$\Phi = \frac{\mu N I b}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

(2) 根据安培环路定理, 有  $B = 0$ .

16. 解: 在棒上取一小段  $dl$ , 距离点  $O$  为  $l$ , 设此处的磁场为  $B$ , 由安培环路定理, 有

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi (r_0 + l \cos \theta)}$$

此小段产生的电动势大小为

$$d\epsilon = Bv dl$$

那么, 整个棒的电动势为

$$\epsilon = \int d\epsilon$$

积分得感应电动势大小为

$$\epsilon = \frac{\omega \mu_0 I}{2\pi \cos \theta} \left[ L - \frac{r_0}{\cos \theta} \ln \left( \frac{r_0 + L \cos \theta}{r_0} \right) \right]$$

方向由点  $O$  指向另一端.

17. 解: 由相对论理论, 有

$$m c^2 - m_0 c^2 = E_k$$

所以粒子的质量为

$$m = \frac{E_k}{c^2} + m_0 = 1.97 \times 10^{-26} \text{ kg}$$

周期为

$$T = \frac{2\pi m}{qB} = 7.64 \times 10^{-7} \text{ s}$$

### 三、理论题

18. 解: 由静电场的环路定理知, 在静电场中场强沿任意闭合路径的线积分等于零. 如果在静电场中有一条电场线是闭合的, 那么以这条闭合的电场线作为积分路径, 积分的结果将不为零, 这就与环路定理相矛盾. 由此得出, 在静电场中, 任何一条电场线都不能是闭合的.

19. 解: 4 个方程(如下)、静电场为有源无旋场、磁场为无源有旋场、变化磁场激发电场或变化电场产生位移电流(磁场).

$$\oiint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_V \rho_0 dV$$

$$\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \iint_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$$

$$\oiint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

$$\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S \mathbf{j}_0 \cdot d\mathbf{S} + \iint_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$$

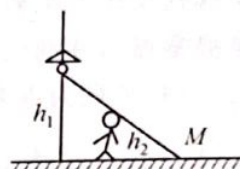
紫丁香影院  
QQ 1689929593

# 哈工大 2013 年春季学期大学物理 A 期末试题

## 一、填空题

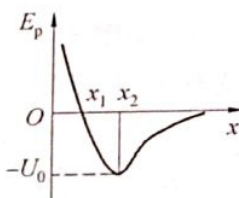
1. 质量为  $m$  的物体自空中落下, 它除受重力外, 还受到一个与速度平方成正比的阻力的作用, 比例系数为  $k$ ,  $k$  为正值常量. 该下落物体的收尾速度(即最后物体做匀速运动时的速度)将是\_\_\_\_\_.

2. 灯距地面高度为  $h_1$ , 一个人身高为  $h_2$ , 在灯下以匀速率  $v$  沿水平直线行走, 如图所示. 他的头顶在地上的影子点  $M$  沿地面移动的速度大小为  $v_M =$ \_\_\_\_\_.



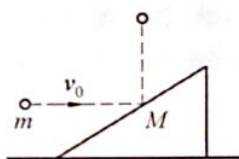
题 2 图

3. 一粒子沿  $x$  轴运动, 它的势能  $E_p(x)$  为  $x$  的函数, 函数图像如图所示. 若该粒子所具有的总能  $E = 0$ , 则该粒子的运动范围为\_\_\_\_\_. 当粒子处在  $x_2$  位置时, 其动能为\_\_\_\_\_.



题 3 图

4. 如图所示, 质量为  $m$  的小球, 以水平速度  $v_0$  与光滑桌面上质量为  $M$  的静止斜劈做完全弹性碰撞后竖直弹起, 则碰后斜劈的运动速度值  $v =$ \_\_\_\_\_; 小球上升的高度  $h =$ \_\_\_\_\_.

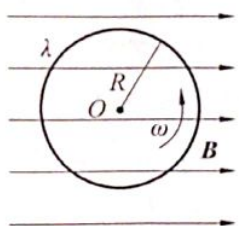


题 4 图

5. 转动着的飞轮的转动惯量为  $J$ , 在  $t = 0$  时角速度为  $\omega_0$ . 此后飞轮经历制动过程. 阻力矩  $M$  的大小与角速度  $\omega$  的平方成正比, 比例系数为  $k$  ( $k$  为大于 0 的常量). 当  $\omega = \frac{1}{3}\omega_0$  时, 飞轮的角加速度大小  $\beta =$ \_\_\_\_\_. 从开始制动到  $\omega = \frac{1}{3}\omega_0$  所经过的时间  $t =$ \_\_\_\_\_.

6. 把一个均匀带有电荷  $+Q$  的球形肥皂泡由半径  $r_1$  吹胀到  $r_2$ , 则半径为  $R$  ( $r_1 < R < r_2$ ) 的球面上任一点的场强大小  $E$  由\_\_\_\_\_变为\_\_\_\_\_; 电势  $U$  由\_\_\_\_\_变为\_\_\_\_\_ (选无穷远处为电势零点).

7. 如图所示, 均匀磁场中放一均匀带正电荷的圆环, 其线电荷密度为  $\lambda$ , 圆环可绕通过环心  $O$  与环面垂直的转轴旋转. 当圆环以角速度  $\omega$  转动时, 圆环受到的磁力矩为\_\_\_\_\_, 其方向\_\_\_\_\_.

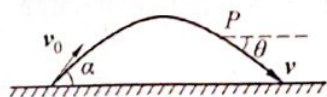


题 7 图

8. 一均匀静电场, 电场强度  $E = (400i + 600j) \text{ V/m}$ , 则点  $a(3, 2)$  和点  $b(1, 0)$  之间的电势差  $U_{ab} =$ \_\_\_\_\_ (点的坐标  $x, y$  以米计)

## 二、计算题

9. 如图所示, 一物体以初速度  $v_0$ 、仰角  $\alpha$  由地面抛出, 并落回到与抛出处同一水平面上. 求地面上方该抛体运动轨道的最大曲率半径与最小曲率半径.

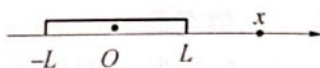


题 9 图

10. 若质量为  $m_1$  以速率  $v_{10}$  运动的物体  $A$  与质量为  $m_2$  的静止物体  $B$  发生对心完全弹性碰撞, 如何选择  $m_2$  的大小, 使得  $m_2$  在碰撞后具有最大的动能? 又此最大动能是多少?

11. 有一质量为  $M$ 、长度为  $l$  的均匀细棒, 其一端固结一个质量也为  $M$  的小球, 可绕通过另一端且垂直于细棒的水平光滑固定轴自由转动. 最初棒自然下垂. 现有一质量为  $m$  的子弹, 在垂直于轴的平面内以水平速度  $v$  射穿小球, 子弹穿过小球时速率减为  $\frac{v}{2}$ , 要使棒能绕轴做完整的一周转动, 子弹入射时的速率至少为多大?

12. 如图所示, 长度为  $2L$  的细直线上, 均匀分布着电荷  $q$ . 试求其延长线上距离线段中心为  $x$  ( $x > L$ ) 处的电势 (设无限远处为电势零点), 并利用电势梯度求该点场强.



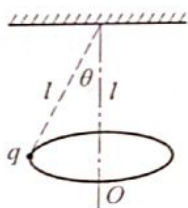
题 12 图

13. 半径为  $R$  的介质球, 相对介电常量为  $\epsilon_r$ , 其体电荷密度  $\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right)$ , 式中  $\rho_0$  为常量,  $r$  是球心到球内某点的距离. 试求:

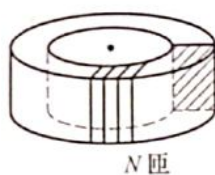
数值分析 Q 群  
926420643

- (1) 介质球内的电位移和场强分布;
- (2) 在半径  $r$  多大处场强最大?

14. 如图所示, 绕铅直轴做匀角速度转动的圆锥摆, 摆长为  $l$ , 摆球所带电荷为  $q$ . 求角速度  $\omega$  为何值时, 该带电摆球在轴上悬点为  $l$  处的点  $O$  产生的磁感应强度沿竖直方向的分量值最大.



题 14 图



题 15 图

15. 一个有矩形截面的环形铁芯如图所示, 其上均匀地绕有  $N$  匝线圈. 线圈中通有电流  $I$  时, 铁芯的磁导率为  $\mu$ . 求铁芯内与环中心线的轴相距  $r$  处磁化强度  $M$  的数值.

16. 两根长直导线平行放置, 导线本身的半径为  $a$ , 两根导线间距为  $b$  ( $b \gg a$ ). 两根导线中分别保持电流  $I$ , 两电流方向相反.

- (1) 求这两根导线单位长度的自感系数 (忽略导线内磁通);
- (2) 若导线间距由  $b$  增大到  $2b$ , 求磁场对单位长度导线做的功;
- (3) 若导线间距由  $b$  增大到  $2b$ , 则对应于导线单位长度的磁能改变了多少? 是增加还是减少? 说明能量的转换情况.

17. 在什么速度下粒子的相对论动量是经典动量的二倍; 在什么速度下粒子的动能等于其静止能量?

18. 在惯性系  $K$  中观测到相距  $\Delta x = 9 \times 10^8$  m 的两地点相隔  $\Delta t = 5$  s 发生两事件, 而在相对于  $K$  系沿  $x$  方向以匀速度运动的  $K'$  系中发现此两事件恰好发生在同一地点. 试求在  $K'$  系中此两事件的时间间隔.



## 哈工大 2013 年春季学期大学物理 A 期末试题参考答案

## 一、填空题

1.  $\sqrt{\frac{mg}{k}}$

2.  $\frac{h_1 v}{h_1 - h_2}$

3.  $x \geq x_1; U_0$

4.  $\frac{mv_0}{M}; \frac{v_0^2}{2g} \left(1 - \frac{m}{M}\right)$

5.  $-\frac{k\omega_0^2}{9J}; \frac{2J}{k\omega_0}$

6.  $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}, 0; \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}, \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_2}$

7.  $\pi R^3 \lambda B \omega$ ; 在图中向上

8.  $-2000 \text{ V}$

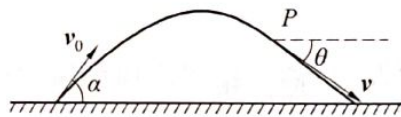
## 二、计算题

 9. 解: 以  $\theta$  表示物体在运动轨道上任意点  $P$  处其速度与水平方向的夹角, 则有

$$v \cos \theta = v_0 \cos \alpha, v^2 = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{\cos^2 \theta}$$

 又因  $a_n = g \cos \theta$ , 故该点

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{g \cos^3 \theta}$$



题 9 图

 因为  $\theta \leq \alpha$ , 所以地面上方的轨道各点均有  $\cos \theta \geq \cos \alpha$ , 上式的分母在  $\theta = \alpha$  处最小, 在  $\theta = 0$  处最大, 故

$$\rho_{\max} = \frac{v_0^2}{g \cos \alpha}$$

$$\rho_{\min} = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{g}$$

 10. 解: 在对心完全弹性碰撞中, 若  $v_{20} = 0$ , 则有

$$v_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_{10} + 2m_1 v_{10}}{m_1 + m_2} = \frac{2m_1 v_{10}}{m_1 + m_2}$$

 物体  $B$  的动能为

$$E_{k_2} = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_2 \left( \frac{2m_1 v_{10}}{m_1 + m_2} \right)^2$$

由

$$\frac{dE_{k_2}}{dm_2} = \frac{(m_2 - m_1)2m_1^2 v_{10}^2}{(m_1 + m_2)^3} = 0$$

得  $m_1 = m_2$ . 又

$$\left. \frac{d^2 E_{k_2}}{d^2 m_2} \right|_{m_2=m_1} = 2m_1^2 v_{10}^2 \left. \frac{3m_2 - 4m_1}{(m_1 + m_2)^4} \right|_{m_2=m_1} < 0$$

故  $m_2 = m_1$  时,  $m_2$  的动能有最大值, 此最大值为

$$E_{k_2} = \frac{1}{2} m_1 v_{10}^2$$

11. 解: 棒与小球绕轴的转动惯量为

$$J = \frac{1}{3} Ml^2 + Ml^2 = \frac{4}{3} Ml^2$$

取棒、球和子弹为系统, 在子弹穿过小球时, 系统所受外力对轴的合力矩为零, 对轴的角动量守恒. 设子弹刚穿出小球后, 棒的角速度为  $\omega_0$ , 则有

$$mvl = m \cdot \frac{1}{2} vl + J\omega_0$$

由此可解得

$$\omega_0 = \frac{3mv}{8Ml} \quad \text{①}$$

要使棒能转动完整的一周, 必须使球能摆至最高点, 且这时棒的角速度  $\omega \geq 0$ . 从最低点到最高点的过程中, 棒、球与地球系统的机械能守恒. 取球在最低点时重力势能为零, 则

$$\frac{1}{2} J\omega_0^2 + \frac{1}{2} Mgl = Mg \cdot 2l + Mg \cdot \frac{3}{2} l + \frac{1}{2} J\omega^2 \quad \text{②}$$

由式 ①② 并利用  $\omega \geq 0$  的条件, 可解得子弹的最小入射速率为

$$v_{\min} = \frac{4M}{m} \sqrt{2gl}$$

12. 解: 在  $x'$  处取一线元  $dx'$ , 线元上的电荷  $dq = \left(\frac{q}{2L}\right) dx'$ . 电荷元  $dq$  在  $x$  ( $x > L$ ) 处产生的电势为

$$dU = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{2L} \frac{dx'}{x - x'}$$

所有电荷在该点产生的电势为

$$U = \int dU = \frac{q}{8\pi\epsilon_0 L} \int_{-L}^L \frac{dx'}{x - x'} = \frac{q}{8\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{x+L}{x-L}$$

该点电场强度为

$$E = -\frac{dU}{dx} \mathbf{i} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{x^2 - L^2} \mathbf{i}$$

13. 解: (1) 取半径为  $r' \rightarrow r' + dr'$  的薄壳层, 其中包含电荷

$$dq = \rho dV = \rho_0 \left(1 - \frac{r'}{R}\right) 4\pi r'^2 dr' = 4\pi\rho_0 \left(r'^2 - \frac{r'^3}{R}\right) dr'$$

应用  $\mathbf{D}$  的高斯定理, 取半径为  $r$  的球形高斯面

$$4\pi r^2 D = 4\pi\rho_0 \int_0^r \left(r'^2 - \frac{r'^3}{R}\right) dr' = 4\pi\rho_0 \left(\frac{r^3}{3} - \frac{r^4}{4R}\right)$$

则

$$D = \rho_0 \left(\frac{r}{3} - \frac{r^2}{4R}\right), \quad \mathbf{D} = D\hat{r}$$

$$E = \frac{D}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{\rho_0}{\epsilon_0 \epsilon_r} \left( \frac{r}{3} - \frac{r^2}{4R} \right), \mathbf{E} = E \hat{r}$$

$\hat{r}$  为径向单位矢量.

(2) 对  $E(r)$  求极值

$$\frac{dE}{dr} = \frac{\rho_0}{\epsilon_0 \epsilon_r} \left( \frac{1}{3} - \frac{r}{2R} \right) = 0$$

得  $r = \frac{2R}{3}$ , 且因  $\frac{d^2E}{dr^2} < 0$ , 所以在  $r = \frac{2R}{3}$  处  $E$  最大.

14. 解: 圆锥摆在点  $O$  处产生的磁感强度沿竖直方向分量  $B$ , 相当于圆电流在其轴上一点产生的  $B$ , 故

$$B = \frac{\mu_0 R^2 I}{2(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$I = \frac{q\omega}{2\pi}$$

$$R = l \sin \theta, R^2 = l^2 \sin^2 \theta = l^2 (1 - \cos^2 \theta)$$

$$x = l(1 - \cos \theta)$$

用  $\cos \theta = \frac{g}{\omega^2 l}$  代入上式, 得

$$B = \frac{\mu_0 q (l\omega^2 + g)}{4\pi (2l^2)^{\frac{3}{2}} (l\omega^2 - g)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{dB}{d\omega} = \frac{\mu_0 q (l^2 \omega^3 - 3l\omega g)}{4\pi (2l^2)^{\frac{3}{2}} (l\omega^2 - g)^{\frac{3}{2}}}$$

令  $\frac{dB}{d\omega} = 0$ , 得  $\omega = \frac{\sqrt{3g}}{\sqrt{l}}$ .

15. 解: 由安培环路定理, 以  $r$  为半径作一圆形环路

$$\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = NI$$

得磁场强度

$$H = \frac{NI}{2\pi r}$$

$r$  为到中心轴的距离. 磁化强度

$$M = \frac{B}{\mu_0} - H = \frac{\mu H}{\mu_0} - H = \frac{\mu - \mu_0}{\mu_0} \cdot \frac{NI}{2\pi r}$$

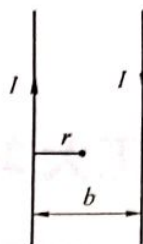
16. 解: (1) 因为

$$\Phi = \iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \int_a^b \left[ \frac{\mu_0 I}{2\pi r} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(b-r)} \right] l dr = \frac{\mu_0 I l}{\pi} \ln \frac{b-a}{a}$$

所以单位长度自感系数为

$$L_0 = \frac{L}{l} = \frac{\Phi}{Il} = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{b-a}{a}$$

(2) 两等值反向的直线电流间的作用力为排斥力, 将导线沿受力方向移动  $dr$  距离时, 磁场力对单位长度导线做功为



题 16 图

$$dA = \frac{\mu_0 I^2 dr}{2\pi r}$$

所以

$$A = \int_b^{2b} \frac{\mu_0 I^2}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \ln 2$$

(3) 磁能增量

$$\Delta W = W - W_0 = \frac{1}{2} L' I^2 - \frac{1}{2} L I^2$$

而

$$L' = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{2b-a}{a}$$

所以

$$\begin{aligned} \Delta W &= \frac{1}{2} I^2 \left( \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{2b-a}{a} - \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{b-a}{a} \right) \\ &= \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \ln \frac{2b-a}{b-a} \approx \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \ln 2 > 0 \end{aligned}$$

这说明磁能增加了. 这是因为在导线间的距离由  $b$  增大到  $2b$  的过程中, 两导线中都出现与电流反向的感应电动势, 因而, 为要保持导线中电流不变, 外接电源要反抗导线中的感应电动势做功, 消耗的电功一部分转化为磁场能量, 一部分通过磁场力做功转化为其他形式的能量.

17. 解: 按题意得

$$mv = 2m_0 v$$

$$\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 2m_0 v$$

即

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 0.5, 1 - \frac{v^2}{c^2} = 0.25$$

$$v^2 = 0.75c^2, v = 0.886c$$

动能  $E_k = mc^2 - m_0 c^2 = m_0 c^2$ , 即

$$mc^2 = 2m_0 c^2$$

$$\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 2m_0 c^2$$

同上可得  $v = 0.886c$ .18. 解: 设两参照系的相对运动速度为  $v$ , 由洛伦兹变换, 对两事件有

$$\Delta x = \frac{\Delta x' + v \Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \Delta t = \frac{\Delta t' + \frac{v}{c^2} \Delta x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

由题意,  $\Delta x' = 0$ , 可得  $\Delta x = v \Delta t$  及  $\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ . 所以

$$\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \sqrt{(\Delta t)^2 - \frac{(\Delta x)^2}{c^2}} = 4 \text{ s}$$

哈工大彩虹墙

3609217933

## 哈工大 2014 年春季学期大学物理 A 期末试题

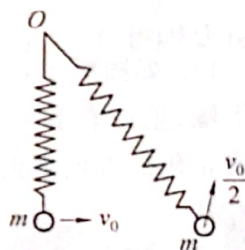
### 一、填空题

1. 一质量为  $m$ , 长为  $l$  的均匀细杆, 可在水平桌面上绕通过一端的竖直固定轴转动, 已知细杆与桌面的滑动摩擦系数为  $\mu$ , 则杆转动时受到的摩擦力矩的大小为\_\_\_\_\_.

2. 两球质量分别为  $m_1 = 2.0 \text{ g}$ ,  $m_2 = 5.0 \text{ g}$ , 在光滑的水平桌面上运动. 用直角坐标  $xOy$  描述其运动, 两者速度分别为  $v_1 = 10i \text{ cm/s}$ ,  $v_2 = (3.0i + 5.0j) \text{ cm/s}$ . 若碰撞后两球合为一体, 则碰撞后两球速度  $v$  的大小  $v =$ \_\_\_\_\_,  $v$  与  $x$  轴的夹角  $\alpha =$ \_\_\_\_\_.

3. 有一劲度系数为  $k$  的轻弹簧, 竖直放置, 下端悬一质量为  $m$  的小球. 先使弹簧为原长, 而小球恰好与地面接触. 再将弹簧上端缓慢地提起, 直到小球刚能脱离地面为止. 在此过程中外力所做的功为\_\_\_\_\_.

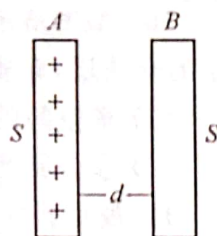
4. 光滑水平面上有一轻弹簧, 劲度系数为  $k$ , 弹簧一端固定在点  $O$ , 另一端连一个质量为  $m$  的物体, 弹簧初始时处于自由伸长状态, 若此时给物体  $m$  一个垂直于弹簧的初速度  $v_0$ , 如图所示, 则当物体速率为  $\frac{v_0}{2}$  时弹簧对物体的拉力  $f =$ \_\_\_\_\_.



题 4 图

5. 真空中, 有一均匀带电细圆环, 电荷线密度为  $\lambda$ , 其圆心处的电场强度  $E_0 =$ \_\_\_\_\_, 电势  $U_0 =$ \_\_\_\_\_. (选无穷远处电势为零)

6. 如图所示, 把一块原来不带电的金属板  $B$ , 移近一块已带有正电荷  $Q$  的金属板  $A$ , 平行放置. 设两板面积都是  $S$ , 板间距离是  $d$ , 忽略边缘效应. 当  $B$  板不接地时, 两板间电势差  $U_{AB} =$ \_\_\_\_\_; 当  $B$  板接地时, 两板间电势差  $U'_{AB} =$ \_\_\_\_\_.

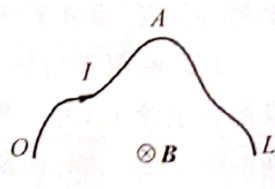


题 6 图

7. 如图所示, 计算任意载流导线  $OAL$  在匀强磁场中所受到的安培力  $F =$ \_\_\_\_\_.

8. 一个单位长度上密绕有  $n$  匝线圈的长直螺线管, 每匝线圈中通有强度为  $I$  的电流, 管内充满相对磁导率为  $\mu_r$  的磁介质, 则管内中部附近磁感强度大小  $B =$ \_\_\_\_\_, 磁场强度大小  $H =$ \_\_\_\_\_.

9. 方程  $\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \sum_i q_{oi}$  和  $\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$  分别表明静电场和稳恒磁场的\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_性质; 而方程  $\oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \iint_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$  和



题 7 图

$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum_i I_{oi} + \iint_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$  的含义分别是\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_.

10. 在  $S$  系中的  $x$  轴上相隔为  $\Delta x$  处有两只同步的钟  $A$  和  $B$ , 读数相同. 在  $S'$  系的  $x'$  轴上也有一只同样的钟  $A'$ , 设  $S'$  系相对于  $S$  系的运动速度为  $v$ , 沿  $x$  轴方向, 且当  $A'$  与  $A$  相遇时, 刚好两钟的读数均为零. 那么, 当  $A'$  钟与  $B$  钟相遇时, 在  $S$  系中  $B$  钟的读数是\_\_\_\_\_; 此

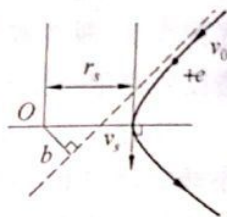
时在  $S'$  系中  $A'$  钟的读数是\_\_\_\_\_.

11. 已知一质量为  $m_0$  的静止粒子, 其固有寿命为实验室测量到的寿命的  $\frac{1}{n}$ , 则此粒子的动能是\_\_\_\_\_.

12. 在一个封闭的水箱内, 盛有大量海水, 其密度为  $\rho = 1.03 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , 水深  $y = 2 \text{ m}$ , 水面上空气的压强为  $P = 40.5 \times 10^5 \text{ Pa}$ , 水从水箱底部小孔射出, 小孔的面积  $A = 10 \text{ cm}^2$ , 则水的射出速率为  $v = \underline{\hspace{2cm}}$ , 射出的水流对水箱的反作用力为  $F = \underline{\hspace{2cm}}$ . (大气压强  $P_0 = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$ )

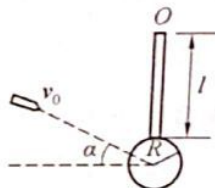
## 二、计算题

13. 当一质子通过质量较大且带电荷为  $Ze$  的原子核附近时, 原子核可近似视为静止. 质子受到原子核的排斥力的作用, 它运动的轨道为双曲线, 如图所示. 设质子与原子相距很远时速度为  $v_0$ , 沿  $v_0$  方向的直线与原子核的垂直距离为  $b$ . 试求质子与原子核最接近的距离  $r_s$ . (提示: 电荷  $q_1, q_2$  距离为  $r$  时, 带电系统的电势能为  $\frac{Kq_1q_2}{r}$ , 式中  $K$  为常数; 略去质子受到的万有引力作用.)



题 13 图

14. 如图所示, 一半径为  $R$  的匀质小木球固结在一长度为  $l$  的匀质细棒的下端, 且可绕水平光滑固定轴  $O$  转动. 今有一子弹, 以速度  $v_0$  沿着与水平面成  $\alpha$  角的方向射向球心, 且嵌于球心. 已知小木球、细杆、子弹的质量相同. 求:

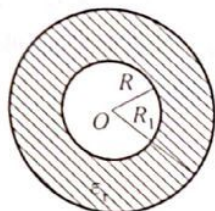


题 14 图

(1) 子弹嵌入球心后系统的共同角速度;

(2) 此系统转到最高位置时所经历的时间 (设此系统到最高点时的张角为  $\theta$ ).

15. 如图所示, 在半径为  $R$  的金属球之外有一层内外半径分别为  $R$  和  $R_1$  的介质层, 介质的相对电容率为  $\epsilon_r$ , 金属球带电量为  $Q$ .



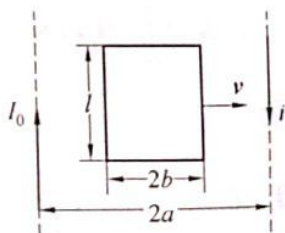
题 15 图

(1) 求空间的场强分布;

(2) 求金属球上的电势.

16. 观察者甲和乙分别静止于两个惯性系  $K$  和  $K'$  中 ( $K'$  系相对于  $K$  系做平行于  $x$  轴的匀速运动). 甲测得在  $x$  轴上两点发生的两个事件的空间间隔和时间间隔分别为  $500 \text{ m}$  和  $2 \times 10^{-7} \text{ s}$ , 而乙测得这两个事件是同时发生的. 问:  $K'$  系相对于  $K$  系以多大速度运动?

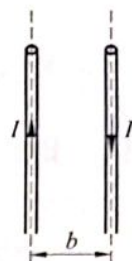
17. 两根平行放置相距为  $2a$  的无限长载流直导线, 其中一根通以稳恒电流  $I_0$ , 另一根通以交变电流  $i = I_0 \cos \omega t$ . 两导线间有一与其共面的矩形线圈, 线圈的边长分别为  $l$  和  $2b$ ,  $l$  边与长直导线平行, 且线圈以速度  $v$  垂直直导线向右运动, 如图所示. 当线圈运动到两导线的中心位置 (即线圈中心线与距离两导线均为  $a$  的中心线重合) 时, 两导线中的电流方向恰好相反, 且  $i = I_0$ , 求此时线圈中的感应电动势.



题 17 图

18. 如图所示, 两根长直导线平行放置, 导线本身的半径为  $a$ , 两根导线间距为  $b$  ( $b \gg a$ ). 两根导线中分别保持电流  $I$ , 两电流方向相反.

- (1) 求这两根导线单位长度的自感系数(忽略导线内的磁通);  
 (2) 若导线间距由  $b$  增大到  $2b$ , 求磁场对单位长度导线做的功;  
 (3) 若导线间距由  $b$  增大到  $2b$ , 则对应于导线单位长度的磁能改变了多少?



题 18 图

19. 设有一个静止质量为  $m_0$  的质点, 以接近光速的速率  $v$  与一质量为  $M_0$  的静止质点发生碰撞, 结合成一个复合质点. 求复合质点的速率  $v_f$ .

三、问答题

20. 如图所示, 有一长为  $2R$  的载流直线, 有人用安培环路定理求  $L$  上各点的

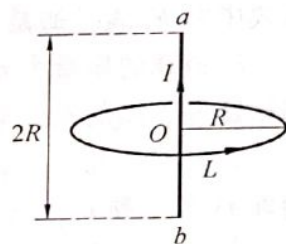
$B$ : 根据  $\oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I$  和对称性, 有  $B2\pi R = \mu_0 I$ , 得到  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$ , 对不对? 请说明原因. 若不对,

给出正确的解法.

四、实验题

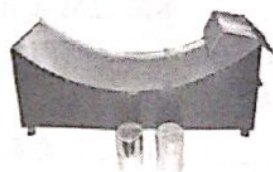
说明: 在下列 5 道题中任选 1 道, 并在所选的题号上打√.

21. 实验装置如图所示, 一个凹槽中, 两个等质量但质量分布不同的柱体, 实验中若同时在同一位置处释放这两个圆柱体, 可观察到什么现象\_\_\_\_\_. 解释所观察到的实验现象.



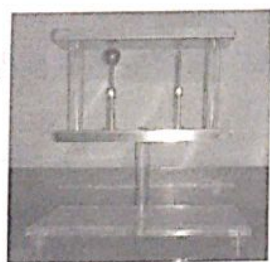
题 20 图

22. 避雷针演示仪实验中, 如图所示, 使金属球和尖端导体的高度一致, 接通静电高压电源增大两极板间电压, 可观察到尖端导体与上极板之间产生强烈的火花放电现象, 同时可听到劈啪声, 并看到放电产生的火花. 解释此现象的实验原理, 并解释为什么看不到导体球与极板间的放电现象?

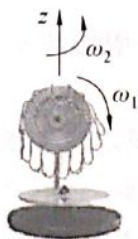


题 21 图

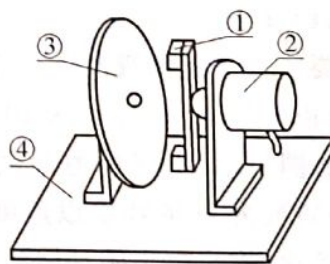
23. 实验装置如图所示, 在科氏力演示中, 当连珠以  $\omega_1$  的角速度沿图中方向旋转时, 将看到什么现象? 同时再以  $\omega_2$  的角速度沿  $z$  轴转动, 将看到什么现象? 解释所观察到的实验现象.



题 22 图

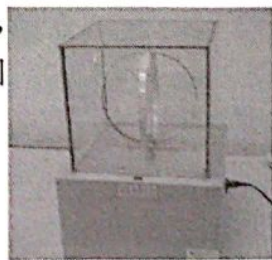


题 23 图



题 24 图

25. 离心力演示仪如图所示, 接通电源, 电机开始旋转, 圆环随之转动, 并且形状变扁. 随着转速的加快, 圆环越来越扁, 直到电机转速稳定时, 圆环的形状趋于稳定. 解释其实验原理.



题 25 图

四六级 A 群  
741109221

## 哈工大 2014 年春季学期大学物理 A 期末试题参考答案

## 一、填空题

1.  $\frac{1}{2}\mu mgl$

2. 6.14 cm/s; 35.5°

3.  $\frac{m^2 g^2}{2k}$

4.  $\frac{v_0}{2}\sqrt{3km}$

5. 0;  $\frac{\lambda}{2\epsilon_0}$

6.  $\frac{Qd}{2\epsilon_0 S}$ ;  $\frac{Qd}{\epsilon_0 S}$

7.  $I(\overrightarrow{OL}) \times \mathbf{B}$

8.  $\mu_0 \mu_r nI$ ;  $nI$

9. 有源, 无源; 变化的磁场激发电场, 变化的电场激发磁场

10.  $\frac{\Delta x}{v}$ ;  $\left(\frac{\Delta x}{v}\right)\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$

11.  $m_0 c^2 (n - 1)$

12. 87.8 m/s;  $7.94 \times 10^3 \text{ N}$

## 二、计算题

13. 解: 以原子核为坐标原点, 作用在质子上的力为有心力, 故质子对点 O 的角动量守恒

$$mv_0 b = mv_s r_s \quad (1)$$

式中  $v_s$  是质子离原子核最近时的速度, 由能量守恒, 有

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_s^2 + \frac{KZe^2}{r_s} \quad (2)$$

由式 (1) 和 (2) 联立, 求解得

$$r_s = \frac{KZe^2}{mv_0^2} + \sqrt{\left(\frac{KZe^2}{mv_0^2}\right)^2 + b^2}$$

14. 解: 选子弹、细棒、小木球为系统, 并设其质量为  $m$ . 子弹射入时, 系统所受合外力矩为零, 系统对转轴的角动量守恒

$$mv_0(R+l)\cos\alpha = J\omega = \left[\frac{ml^2}{3} + \frac{2mR^2}{5} + m(R+l)^2 + m(R+l)^2\right]\omega$$

$$\omega = \frac{15v_0(R+l)\cos\alpha}{5l^2 + 6R^2 + 30(R+l)^2}$$

设经过  $\Delta t$  时间系统停止转动, 则根据角动量定理, 得

$$-M_{\text{重力}}\Delta t = 0 - J\omega$$



而 
$$M_{\text{重力}} = \left[ mg \frac{l}{2} + 2m(R+l) \right] \sin \theta$$

则得 
$$\Delta t = \frac{J\omega}{M_{\text{重力}}} = \frac{2v_0(R+l)\cos\alpha}{(5l+4R)g\sin\theta}$$

15. 解:(1) 由于电荷对称分布(金属球上的电荷只分布在其表面),过所求点(距球心  $O$  为  $r$ )作半径为  $r$  的同心球面为高斯面,对此高斯面有

$$\oiint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \oiint_S D dS = D \oiint_S dS = 4\pi r^2 D$$

由高斯定理

$$\oiint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = 4\pi r^2 D = \sum q$$

所以

$$D = \frac{\sum q}{4\pi r^2}$$

根据  $\mathbf{D} = \mu_0 \mu_r \mathbf{E}$ , 可得:

①  $r < R, D_1 = 0, E_1 = 0;$

②  $R < r < R_1, D_2 = \frac{Q}{4\pi r^2}, E_2 = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r r^2};$

③  $r > R_1, D_3 = \frac{Q}{4\pi r^2}, E_3 = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2}.$

(2) 金属球是等势体,金属球上的电势为

$$U = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_R^\infty E dr = \int_R^{R_1} E_2 dr + \int_{R_1}^\infty E_3 dr = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r} \left( \frac{1}{R} + \frac{\epsilon_r - 1}{R_1} \right)$$

16. 解:设  $K'$  系相对于  $K$  系的运动速度为  $v$ ,则根据洛伦兹变换公式可得

$$t'_1 = \frac{t_1 - \frac{vx_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}, t'_2 = \frac{t_2 - \frac{vx_2}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

乙测得两事件同时发生,则

$$t'_1 = t'_2$$

可得

$$t_2 - t_1 = \frac{v(x_2 - x_1)}{c^2}$$

由题  $t_2 - t_1 = 2 \times 10^{-7} \text{ s}, x_2 - x_1 = 500 \text{ m}$ , 则

$$v = \frac{(t_2 - t_1)c^2}{x_2 - x_1} = 3.6 \times 10^7 \text{ m/s}$$

17. 解:设动生电动势和感生电动势分别用  $\epsilon_1$  和  $\epsilon_2$  表示,则总电动势为  $\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2$ , 而  $\epsilon_1 = vB_1 l - vB_2 l$ , 所以

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi(a-b)} + \frac{\mu_0 i}{2\pi(a+b)}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi(a+b)} + \frac{\mu_0 i}{2\pi(a-b)}$$

因为此刻  $i = I_0$ , 则

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi(a+b)} + \frac{\mu_0 i}{2\pi(a-b)} = B_1$$

所以

$$\epsilon_1 = 0$$

$$\epsilon = \epsilon_2 = - \int \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$$

$$B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi(2a-r)} + \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \quad \textcircled{1}$$

由式①得

$$\int \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \int \frac{di}{dt} \frac{1}{r} dr = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left( \ln \frac{a+b}{a-b} \right) \frac{di}{dt}$$

因为  $i = I_0 \cos \omega t$  时,  $t = \frac{2k\pi}{\omega}$  ( $k = 1, 2, \dots$ ), 所以

$$\epsilon |_{i=I_0} = - \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left( \ln \frac{a+b}{a-b} \right) (-I_0 \omega) \sin \omega t = 0$$

18. 解:(1) 如图所示, 两导线间的磁感应强度大小为

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(b-r)}$$

方向垂直纸面向里, 则通过两导线间的磁通量为

$$\Phi_m = \iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \int_a^{b-a} \left( \frac{\mu_0 I}{2\pi r} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(b-r)} \right) \cdot l dr = \frac{\mu_0 I l}{\pi} \ln \frac{b-a}{a}$$

所以, 单位长度的自感系数

$$L_0 = \frac{L}{l} = \frac{\Phi_m}{I l} = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{b-a}{a}$$

(2) 两等值反向的直线电流的作用力为排斥力, 将导线沿受力方向移动  $dr$  距离时, 磁场力对单位长度导线做功为

$$dA = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = (I d\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{r} = I B dr = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi r} dr$$

总功为

$$A = \int dA = \int_b^{2b} \frac{\mu_0 I^2}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \ln 2$$

(3) 磁能增量为

$$\Delta W = \frac{1}{2} I^2 (L - L_0) = \frac{1}{2} I^2 \frac{\mu_0}{\pi} \left( \ln \frac{2b-a}{a} - \ln \frac{b-a}{a} \right) = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \ln \frac{2b-a}{b-a} \approx \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \ln 2 > 0$$

由于  $\Delta W > 0$ , 因此说明磁能增加了.

19. 解: 设结合后复合质点的质量为  $M'$ , 根据动量守恒和能量守恒定律可得

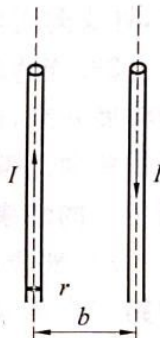
$$\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = M' v_f$$

$$M' c^2 = M_0 c^2 + \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

由上面两个方程解得

软件分享群

626648181



题 18 图

$$v_f = \frac{m_0 v}{m_0 + M_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

### 三、问答题

20. 答: 不对. 由于载流直线不是闭合的, 所以不能用安培环路定理, 正确的解法: 毕 - 萨定律 + 叠加原理

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

### 四、实验题

21. 现象: 质量较多地分布于离自转轴较远位置的圆柱体的运动落后于质量较多地分布于离自转轴较近位置的圆柱体.

解释: 质量较多地分布于离自转轴较远位置的圆柱体相对于自转轴的转动惯量较大, 在摩擦力的驱动下角加速度较大, 转动较快; 质量较多地分布于离自转轴较近的圆柱体的转动惯量较小, 角加速度较小, 运动较慢.

22. 解释: 在高电压下, 针尖与极板间的电场强度很大, 使得之间的空气电离成导电的等离子体. 传到电流的空气等离子体发生强烈的火花放电现象.

因为针尖的曲率要远远大于球面的曲率, 所以针尖的表面电荷密度要远远大于球面. 所以, 针尖附近的场强要比导体球表面附近强得多, 因此针尖和极板之间会首先发生放电现象.

23. 当连珠以  $\omega_1$  的角速度沿图中方向旋转时, 将看到连珠被甩开而在圆盘平面内沿着径向伸展开来, 这是由于惯性离心力的作用的结果. 同时再以  $\omega_2$  的角速度沿  $z$  轴转动, 将看到连珠被扭曲而偏离圆盘旋转的平面, 这是由于圆盘绕着  $z$  轴旋转时受到垂直于切向速度的科里奥利力的结果.

24. 解释: 在圆盘平面上任取一回路, 磁铁的旋转将导致穿过回路的磁通量的变化, 因而沿回路产生感应电流. 感应电流在磁场中将受到磁场力的作用, 驱动它跟着磁铁旋转起来.

25. 解释: 因为圆环旋转起来之后, 圆环将受到惯性离心力的作用, 因此形状会变扁. 惯性离心力与角速度的平方成正比, 因此随着转速的加快, 圆环越来越扁, 直到电机转速稳定时, 圆环的形状趋于稳定.

资源共享QQID  
HGDZYFXZ

## 哈工大 2015 年春季学期大学物理 A 期末试题

### 一、填空题

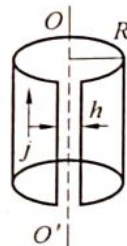
1. 质量为  $0.25 \text{ kg}$  的质点, 受力  $F = ti$  (SI) 的作用, 式中  $t$  为时间.  $t = 0$  时该质点以  $v = 2j$  (SI) 的速度通过坐标原点, 则该质点任意时刻的位置矢量是\_\_\_\_\_.

2. 一个以恒定角加速度转动的圆盘, 如果在某一时刻的角速度为  $\omega_1 = 20\pi \text{ rad/s}$ , 再转 60 转后角速度为  $\omega_2 = 30\pi \text{ rad/s}$ , 则角加速度  $\beta =$ \_\_\_\_\_, 转过上述 60 转所需的时间  $\Delta t =$ \_\_\_\_\_.

3. 已知一平行板电容器, 极板面积为  $S$ , 两板间隔为  $d$ , 其中充满空气. 当两极板上加电压  $U$  时, 忽略边缘效应, 两极板间的相互作用力  $F =$ \_\_\_\_\_.

4. 一金属球壳的内外半径分别为  $R_1$  和  $R_2$ , 带有电荷  $Q$ . 在球壳内距离球心  $O$  为  $r$  处有一电量为  $q$  的点电荷, 则球心处的电势为\_\_\_\_\_.

5. 将半径为  $R$  的无限长导体薄壁管(厚度忽略)沿轴向割去一宽度为  $h$  ( $h \ll R$ ) 的无限长狭缝后, 再沿轴向流有在管壁上均匀分布的电流, 其面电流密度(垂直于电流的单位长度截线上的电流)为  $j$ , 如图所示, 则管轴线磁感强度的大小是\_\_\_\_\_.

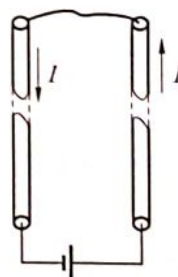


题 5 图

6. 半径为  $a$  的无限长密绕螺线管, 单位长度上的匝数为  $n$ , 通以交变电流  $i = I_m \sin \omega t$ , 则围在管外的同轴圆形回路(半径为  $r$ ) 上的感生电动势为\_\_\_\_\_.

7. 表达式  $\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S \mathbf{j}_0 \cdot d\mathbf{S} + \iint_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$  的物理意义: \_\_\_\_\_; 式中积分区间  $L$  与  $S$  的关系\_\_\_\_\_.

8. 两根很长的平行直导线与电源组成回路, 如图所示. 已知导线上的电流为  $I$ , 两导线单位长度的自感系数为  $L$ , 则沿导线单位长度的空间内的总磁能  $W_m =$ \_\_\_\_\_.



题 8 图

9. 在  $S$  系中的  $x$  轴上相隔为  $\Delta x$  处有两只同步的钟 A 和 B, 读数相同. 在  $S'$  系的  $x'$  轴上也有一只同样的钟  $A'$ , 设  $S'$  系相对于  $S$  系的运动速度为  $v$ , 沿  $x$  轴方向, 且当  $A'$  与 A 相遇时, 刚好两钟的读数均为零. 那么, 当  $A'$  钟与 B 钟相遇时, 在  $S$  系中 B 钟的读数是\_\_\_\_\_; 此时在  $S'$  系中  $A'$  钟的读数是\_\_\_\_\_.

10. 广义相对论的相对性原理: \_\_\_\_\_.

11. 匀质细棒静止时的质量为  $m_0$ , 长度为  $l_0$ , 当它沿棒长方向做高速的匀速直线运动时, 测得它的长为  $l$ , 那么, 该棒的运动速度  $v =$ \_\_\_\_\_, 该棒所具有的动能  $E_k =$ \_\_\_\_\_.

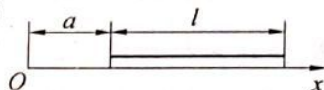
12. 在一个封闭的水箱内, 盛有大量海水, 其密度为  $\rho = 1.03 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , 水深  $y = 2 \text{ m}$ , 水面上空气的压强(超过大气压  $P_0$ ) 为  $P = 40.5 \times 10^5 \text{ Pa}$ , 水从水箱底部小孔射出, 小孔的面积  $A = 10 \text{ cm}^2$ , 则水的射出速率为  $v =$ \_\_\_\_\_, 射出的水流对水箱的反作用力为  $F =$ \_\_\_\_\_.

二、计算题

13. 某人站在水平转台的中央,与转台一起以恒定的转速  $n_1$  转动,他的两手各拿一个质量为  $m$  的砝码,砝码彼此相距  $l_1$  (每一砝码距离转轴  $\frac{l_1}{2}$ ),当此人将砝码拉近到距离为  $l_2$  时(每一砝码距离转轴为  $\frac{l_2}{2}$ ),整个系统转速变为  $n_2$ . 求在此过程中人所做的功.(假定人在收臂过程中自身对轴的转动惯量的变化可以忽略)

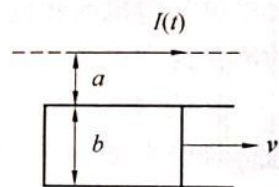
14. 一圆柱形电容器,外柱的直径为 4 cm,内柱的直径可以适当选择,若其间充满各向同性的均匀电介质,该介质的击穿电场强度的大小为  $E_0 = 200 \text{ kV/cm}$ . 试求该电容器可能承受的最高电压.(自然对数的底  $e = 2.7183$ )

15. 如图所示为一沿  $x$  轴放置的长度为  $l$  的不均匀带电细棒,其电荷线密度为  $\lambda = \lambda_0(x - a)$ ,  $\lambda_0$  为一常量. 取无穷远处为电势零点,求坐标原点  $O$  处的电势.



题 15 图

16. 如图所示,真空中一长直导线通有电流  $I(t) = I_0 e^{-kt}$  (式中  $I_0$ ,  $\lambda$  为常量,  $t$  为时间),有一带滑动边的矩形导线框与长直导线平行共面,二者相距  $a$ . 矩形线框的滑动边与长直导线垂直,它的长度为  $b$ ,并且以匀速  $v$  (方向平行于长直导线) 滑动. 若忽略线框中的自感电动势,并设开始时滑动边与对边重合,试求任意时刻  $t$  矩形线框内的感应电动势  $E_i$ ,并讨论  $E_i$  的方向.



题 16 图

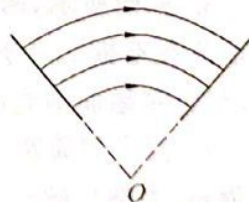
17. 一平面简谐电磁波在空中某点的最大电场强度  $E_0 = 4.80 \times 10^{-2} \text{ V/m}$ ,求该点的最大磁感强度和电磁波的强度  $S$ . ( $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ ,  $\mu_0 = 12.57 \times 10^{-7} \text{ H/m}$ )

18. 在惯性系  $S$  中,有两事件发生于同一地点,且第二事件比第一事件晚发生  $\Delta t = 2 \text{ s}$ ;而在另一惯性系  $S'$  中,观测第二事件比第一事件晚发生  $\Delta t' = 3 \text{ s}$ . 那么在  $S'$  系中发生两事件的地点之间的距离是多少?

19. 某一宇宙射线中的介子的动能  $E_k = 7M_0 c^2$ ,其中  $M_0$  是介子的静止质量. 试求在实验室中观察到它的寿命是它的固有寿命的多少倍.

三、证明题

20. 假如静电场中某一部分的电场线的形状是以点  $O$  为中心的同圆心圆弧,如图所示. 试证明:该部分上每点的电场强度的大小都应与该点离点  $O$  的距离成反比.



题 20 图

大物实验群  
290028380

# 哈工大 2015 年春季学期大学物理 A 期末试题参考答案

## 一、填空题

1.  $\frac{2}{3}t^3\mathbf{i} + 2t\mathbf{j}$  (SI)

2. 6.54 rad/s<sup>2</sup>; 4.8 s

3.  $\frac{\epsilon_0 SU^2}{2d^2}$

4.  $\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_2}$

5.  $\frac{\mu_0 jh}{2\pi R}$

6.  $-\mu_0 n I_m \pi a^2 \omega \cos \omega t$

7. 传导电流与变化的电场都能激发磁场; S 是以 L 为边界的面积

8.  $\frac{1}{2}LI^2$

9.  $\frac{\Delta x}{v}; \left( \frac{\Delta x}{v} \right) \sqrt{1 - \left( \frac{v}{c} \right)^2}$

10. 在所有参考系中, 物理规律都是相同的.

11.  $c\sqrt{1 - \left( \frac{l}{l_0} \right)^2}; m_0 c^2 \left( \frac{l_0 - l}{l} \right)$

12. 87.8 m/s,  $7.94 \times 10^3$  N

(2) 参考解: 水箱在  $t$  时间受力为  $F$ , 在  $t$  时间内水箱给水的力为  $F$  的反作用力. 在  $t$  时间内从水箱中流出的质量为  $m$ .

在忽略重力时动量定理

$$Ft = mvt$$

$$m = Svt\rho, t = 1 \text{ s}$$

$$F = mv = S\rho v^2 = 0.001 \times 1.03 \times 10^3 \times (87.8)^2 = 7.94 \times 10^3$$

## 二、计算题

13. 解: (1) 将转台、砝码、人看作一个系统, 过程中人做的功  $W$  等于系统动能的增量, 即

$$W = \Delta E_k = \frac{1}{2} \left( J_0 + \frac{1}{2} ml_2^2 \right) 4\pi^2 n_2^2 - \frac{1}{2} \left( J_0 + \frac{1}{2} ml_1^2 \right) 4\pi^2 n_1^2$$

这里的  $J_0$  是没有砝码时系统的转动惯量.

(2) 过程中无外力矩作用, 系统的动量矩守恒

$$2\pi \left( J_0 + \frac{1}{2} ml_1^2 \right) n_1 = 2\pi \left( J_0 + \frac{1}{2} ml_2^2 \right) n_2$$

所以

$$J_0 = \frac{m(l_1^2 n_1 - l_2^2 n_2)}{2(n_2 - n_1)}$$

(3) 将  $J_0$  代入  $W$  式, 得

$$W = \pi^2 m n_1 n_2 (l_1^2 - l_2^2)$$

14. 解: 设圆柱形电容器单位长度上带有电荷为  $\lambda$ , 则电容器两极板之间的场强分布为

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon r}$$

设电容器内外两极板半径分别为  $r_0, R$ , 则极板间电压为

$$U = \int_{r_0}^R \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = \int_{r_0}^R \frac{\lambda}{2\pi\epsilon r} dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon} \ln \frac{R}{r_0}$$

电介质中场强最大处在内柱面上, 当这里场强达到  $E_0$  时电容器击穿, 这时应有

$$\lambda = 2\pi\epsilon r_0 E_0, U = r_0 E_0 \ln \frac{R}{r_0}$$

适当选择  $r_0$  的值, 可使  $U$  有极大值, 即令  $\frac{dU}{dr_0} = E_0 \ln \frac{R}{r_0} - E_0 = 0$ , 得  $r_0 = \frac{R}{e}$ . 显然有  $\frac{d^2U}{dr_0^2} <$

0, 故当  $r_0 = \frac{R}{e}$  时电容器可承受最高的电压为

$$U_{\max} = \frac{RE_0}{e} = 147 \text{ kV}$$

15. 解: 在任意位置  $x$  处取长度元  $dx$ , 其上带有电荷

$$dq = \lambda_0(x-a)dx$$

它在点  $O$  产生的电势为

$$dU = \frac{\lambda_0(x-a)dx}{4\pi\epsilon_0 x}$$

故点  $O$  处总电势为

$$U = \int dU = \frac{\lambda_0}{4\pi\epsilon_0} \left[ \int_a^{a+l} dx - a \int_a^{a+l} \frac{dx}{x} \right] = \frac{\lambda_0}{4\pi\epsilon_0} \left[ l - a \ln \frac{a+l}{a} \right]$$

16. 解: 线框内既有感生电动势又有动生电动势. 设顺时针绕向为  $E_i$  的正方向. 由  $E_i = -\frac{d\Phi}{dt}$  出发, 先求任意时刻  $t$  的  $\Phi(t)$ , 有

$$\Phi(t) = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi y} x(t) dy = \frac{\mu_0}{2\pi} I(t) x(t) \ln \frac{a+b}{a}$$

则

$$\begin{aligned} E_i &= -\frac{d\Phi(t)}{dt} = -\frac{\mu_0}{2\pi} \left( \ln \frac{a+b}{a} \right) \left( \frac{dI}{dt} x + I \frac{dx}{dt} \right) \\ &= \frac{\mu_0}{2\pi} I_0 e^{-\lambda v} (\lambda - 1) \ln \frac{a+b}{a} \quad (x = vt) \end{aligned}$$

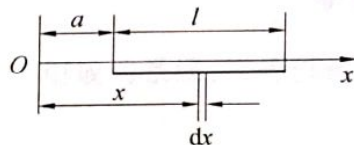
因此  $E_i$  方向: 当  $\lambda < 1$  时, 逆时针;  $\lambda > 1$  时, 顺时针.

17. 解:

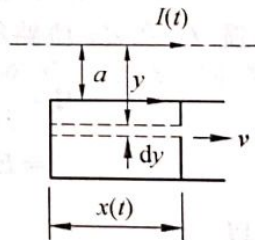
$$\sqrt{\epsilon_0} E_0 = \sqrt{\mu_0} H_0$$

$$B_0 = \mu_0 H_0 = \frac{\mu_0 E_0 \sqrt{\epsilon_0}}{\sqrt{\mu_0}} = \frac{E_0}{c} = 1.60 \times 10^{-10} \text{ T}$$

$$S = \frac{E_0 H_0}{2} = \left[ \frac{\sqrt{\epsilon_0}}{\sqrt{\mu_0}} \right] \frac{E_0^2}{2} = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} = 3.06 \times 10^{-5} \text{ W/m}^2$$



题 15 图



题 16 图

18. 解: 令  $S'$  系与  $S$  系的相对速度为  $v$ , 有

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}, \left(\frac{\Delta t}{\Delta t'}\right)^2 = 1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2$$

则 
$$v = c \cdot \left[1 - \left(\frac{\Delta t}{\Delta t'}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \quad (= 2.24 \times 10^8 \text{ m/s})$$

那么, 在  $S'$  系中测得两事件之间的距离为

$$\Delta x' = v \cdot \Delta t' = c (\Delta t'^2 - \Delta t^2)^{\frac{1}{2}} = 6.72 \times 10^8 \text{ m}$$

19. 解: 实验室参考系中介子的能量为

$$E = E_k + E_0 = 7M_0c^2 + M_0c^2 = 8E_0$$

设介子的速度为  $v$ , 又有

$$E = Mc^2 = \frac{M_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

可得

$$\frac{E}{E_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 8$$

令固有寿命为  $t_0$ , 则实验室中寿命  $\tau = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 8t_0$ .

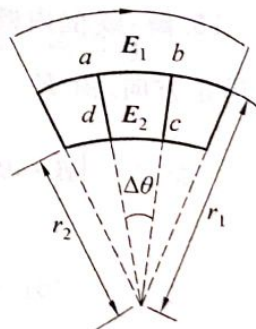
### 三、证明题

20. 证明: 沿任意两条同心圆弧作扇形小环路  $abcd$ . 设  $E_1$  和  $E_2$  分别为  $ab$  和  $cd$  段路径的场强.  $bc$  和  $da$  段路径与场强方向垂直, 按静电场的环路定理, 有

$$\begin{aligned} \oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} &= \int_a^b \mathbf{E}_1 \cdot d\mathbf{l} + \int_b^c \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \int_c^d \mathbf{E}_2 \cdot d\mathbf{l} + \int_d^a \mathbf{E}' \cdot d\mathbf{l} \\ &= E_1 \cdot ab - E_2 \cdot cd = 0 \end{aligned}$$

所以

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{cd}{ab} = \frac{r_2 \Delta\theta}{r_1 \Delta\theta} = \frac{r_2}{r_1}$$



题 20 图



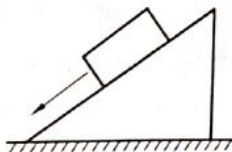
四六级A群  
741109221

## 哈工大 2016 年春季学期大学物理 A 期末试题

### 一、填空题

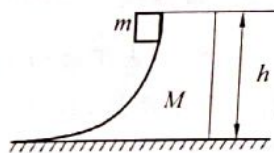
1. 距离河岸(看成直线)250 m 处有一艘静止的船, 船上的探照灯以转速为  $n = 2 \text{ rad/min}$  转动. 当光束与岸边成  $30^\circ$  角时, 光束沿岸边移动的速度是\_\_\_\_\_.

2. 如图所示, 倾角为  $30^\circ$  的一个斜面体放置在水平桌面上. 一个质量为 2 kg 的物体沿斜面下滑, 下滑的加速度为  $3.0 \text{ m/s}^2$ . 若此时斜面体静止在桌面上, 则斜面体和桌面间的静摩擦力  $f =$ \_\_\_\_\_.



题 2 图

3. 如图所示, 一光滑的滑道, 质量为  $M$ , 高度为  $h$ , 放在一光滑水平面上, 滑道底部与水平面相切. 质量为  $m$  的小物块自滑道顶部由静止下滑, 则: (1) 物块滑到地面时, 滑道的速度为\_\_\_\_\_; (2) 物块下滑的整个过程中, 滑道对物块所做的功为\_\_\_\_\_.



题 3 图

4. 当惯性系  $S$  和  $S'$  的坐标原点  $O$  和  $O'$  重合时, 有一点光源从坐标原点发出一光脉冲, 在  $S$  系中经过一段时间  $t$  后(在  $S'$  系中经过时间  $t'$ ), 此光脉冲的球面方程(用直角坐标系)分别为:  $S$  系\_\_\_\_\_ ;  $S'$  系\_\_\_\_\_.

5. 设电子静止质量为  $m_e$ , 将一个电子从静止加速到速率为  $0.6c$  ( $c$  为真空中光速), 需做功\_\_\_\_\_.

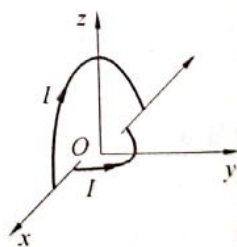
6. 牛郎星距离地球约 16 光年, 宇宙飞船若以\_\_\_\_\_的匀速飞行, 将用 4 年的时间(宇宙飞船上的钟指示的时间) 抵达牛郎星.

7. 铜的相对磁导率  $\mu_r = 0.9999912$ , 其磁化率  $\chi_m =$ \_\_\_\_\_ ; 它是\_\_\_\_\_ 磁性磁介质.

8. 一导体球外充满相对介电常量为  $\epsilon_r$  的均匀电介质, 若测得导体表面附近场强为  $E$ , 则导体球面上的自由电荷面密度  $\sigma$  为\_\_\_\_\_.

9. 已知空气的击穿场强为  $3 \times 10^6 \text{ V/m}$ , 则空气中半径为 1 m 的球形导体能达到的最高电势  $U_{\max} =$ \_\_\_\_\_.

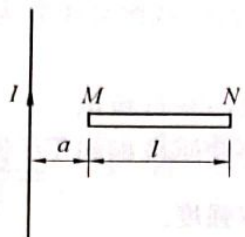
10. 如图所示, 真空中稳恒电流  $I$  流过两个半径分别为  $R_1, R_2$  的同心半圆形导线, 两半圆导线间由沿直径的直导线连接, 电流沿直导线流入. 圆心  $O$  的磁感强度  $B$  的大小为\_\_\_\_\_,  $B$  的方向与  $y$  轴的夹角为\_\_\_\_\_.



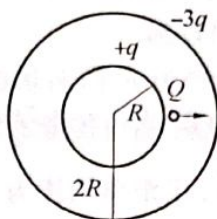
题 10 图

11. 一段长度为  $l$  的直导线  $MN$ , 水平放置在载电流为  $I$  的竖直长导线旁与竖直导线共面, 并从静止由图示位置自由下落, 则  $t$  秒末导线两端的电势差  $U_M - U_N =$ \_\_\_\_\_.

12. 如图所示, 在真空中半径分别为  $R$  和  $2R$  的两个同心球面, 其上分别均匀地带有电荷  $+q$  和  $-3q$ . 今将一电荷为  $+Q$  的带电粒子从内球面处由静止释放, 则该粒子到达外球面时的动能为\_\_\_\_\_.



题 11 图

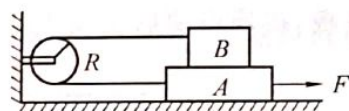


题 12 图

二、计算题

13. 物体 A 和 B 叠放在水平桌面上, 由跨过定滑轮的轻质细绳相互连接, 如图所示. 今用大小为  $F$  的水平力拉 A. 设 A, B 和滑轮的质量都为  $m$ , 滑轮的半径为  $R$ , 对轴的转动惯量  $J = \frac{1}{2}mR^2$ . A, B 之间、A 与桌面之间、滑轮与其轴之间的摩擦都可忽略不计, 绳与滑轮之间无相对滑动且绳不可伸长. 已知  $F = 10 \text{ N}$ ,  $m = 8.0 \text{ kg}$ ,  $R = 0.050 \text{ m}$ . 求:

- (1) 滑轮的角加速度;
- (2) 物体 A 与滑轮之间的绳中的张力;
- (3) 物体 B 与滑轮之间的绳中的张力.

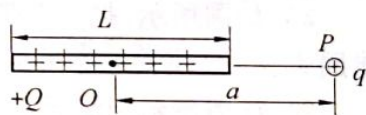


题 13 图

14. 已知  $\mu$  子的静止能量为  $105.7 \text{ MeV}$ , 平均寿命为  $2.2 \times 10^{-8} \text{ s}$ . 试求动能为  $150 \text{ MeV}$  的  $\mu$  子的速度  $v$  是多少? 平均寿命  $\tau$  是多少?

15. 在  $O$  参考系中, 有一个静止的正方形, 其面积为  $100 \text{ cm}^2$ . 观测者  $O'$  以  $0.8c$  的匀速度沿正方形的对角线运动. 求  $O'$  所测得的该图形的面积.

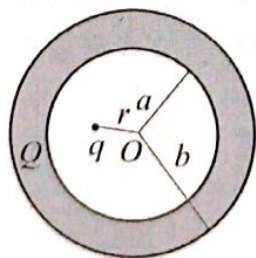
16. 如图所示, 电荷  $Q$  ( $Q > 0$ ) 均匀分布在长为  $L$  的细棒上, 在细棒的延长线上与细棒中心  $O$  距离为  $a$  的点  $P$  处放一电荷为  $q$  ( $q > 0$ ) 的点电荷, 求带电细棒对该点电荷的静电力.



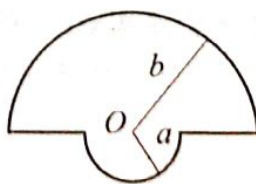
题 16 图

17. 如图所示, 一内半径为  $a$ 、外半径为  $b$  的金属球壳, 带有电荷  $Q$ , 在球壳空腔内距离球心  $r$  处有一点电荷  $q$ . 设无限远处为电势零点, 试求:

- (1) 球壳内外表面上的电荷;
- (2) 球心  $O$  处, 由球壳内表面上电荷产生的电势;
- (3) 球心  $O$  处的总电势.



题 17 图



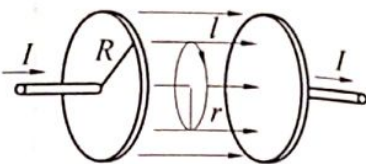
题 18 图

18. 有一闭合回路由半径为  $a$  和  $b$  的两个同心共面半圆连接而成, 如图所示. 其上均匀分布线密度为  $\lambda$  的电荷, 当回路以匀角速度  $\omega$  绕过点  $O$  垂直于回路平面的轴转动时, 求圆心  $O$  处的磁感应强度的大小.

二手市场 Q 群  
731429909

19. 有一长直均匀密绕螺线管, 长度为  $l$ , 截面积为  $S$ , 线圈总匝数为  $N$ , 管内磁介质的磁导率为  $\mu$ . 试求该螺线管的自感.

20. 如图所示, 由半径为  $R$  的两块圆形极板组成一平行板电容器. 设充电时电荷在极板上均匀分布, 以匀速率充电使极板间电场强度的增加率为  $\frac{dE}{dt}$ . 求距离轴线为  $r$  处的磁感应强度.



题 20 图

### 三、演示实验题

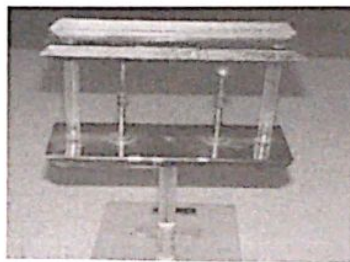
说明: 在下列 4 道题中任选 1 道, 并在所选的题号上打√.

21. 如图所示为节速器演示仪. 实验者左手握住仪器的固定转轴, 右手用一个适当的力矩转动其中的一个转臂, 让其以一定的角速度转动. 在忽略摩擦的情况下, 小球在短时间内将做匀速圆周运动. 现在, 如果想要改变小球的角速度, 可以通过什么样的方法来实现? 如何实现角速度增加? 请简述原理.

22. 如图所示的实验装置中, 调节针尖端与金属球等高, 将正、负高压输出分别连接上下金属板, 接通电源后会发什么现象? 请解释这一现象.



题 21 图



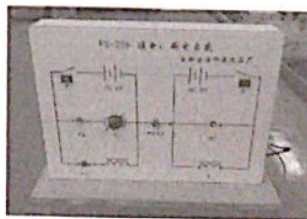
题 22 图

23. 如图所示, 把一个带铁芯的线圈  $L$ 、开关和电源用导线连接起来后, 将一金属环套置于线圈  $L$  上, 且使铁芯穿过套环. 闭合开关的瞬间, 套环立刻跳起, 解释现象原因.

24. 如图所示为演示自感现象仪器. 当接通电源, 开关向左和向右拨的时候分别看到什么现象, 原因是什么?



题 23 图



题 24 图

校学生会  
QQ 334 8756836

## 哈工大 2016 年春季学期大学物理 A 期末试题参考答案

## 一、填空题

1. 209.3 m/s

2. 5.2 N

3.  $\sqrt{\frac{2m^2gh}{(m+M)M}}$ ;  $-\frac{m}{m+M}mgh$

4.  $x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2$ ;  $x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2t'^2$

5.  $0.25m_e c^2$

6.  $2.91 \times 10^8$  m/s

7.  $-8.88 \times 10^{-6}$ ; 抗

8.  $\epsilon_0 \epsilon_r E$

9.  $3 \times 10^6$  V/m

10.  $\frac{\mu_0 I}{4} \left( \frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} \right)^{\frac{1}{2}}$ ;  $\frac{\pi}{2} + \arctan \frac{R_1}{R_2}$

11.  $-\frac{\mu_0 I g t}{2\pi} \ln \frac{a+l}{a}$

12.  $\frac{Qq}{8\pi\epsilon_0 R}$

## 二、计算题

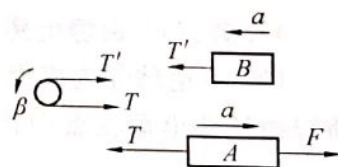
13. 解: 各物体受力情况如图所示, 则

$$F - T = ma$$

$$T' = ma$$

$$(T - T')R = \frac{1}{2}mR^2\beta$$

$$a = R\beta$$



题 13 图

由上述方程组解得

$$\beta = \frac{2F}{5mR} = 10 \text{ rad/s}^2$$

$$T = \frac{3F}{5} = 6.0 \text{ N}$$

$$T' = \frac{2F}{5} = 4.0 \text{ N}$$

14. 解: 据相对论动能公式  $E_k = mc^2 - m_0c^2$ , 得

$$E_k = m_0c^2 \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1 \right]$$

即

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1 = \frac{E_k}{m_0 c^2} = 1.419$$

解得

$$v = 0.91c$$

平均寿命为

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 5.31 \times 10^{-8} \text{ s}$$

15. 解: 令  $O$  系中测得正方形边长为  $a$ , 沿对角线取  $x$  轴正方向(如图), 则边长在坐标轴上投影的大小为

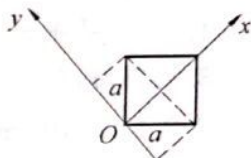
$$a_x = \frac{\sqrt{2}}{2}a, \quad a_y = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$

故面积可表示为  $S = 2a_x \cdot a_y$ .

在以速度  $v$  相对于  $O$  系沿  $x$  正方向运动的  $O'$  系中

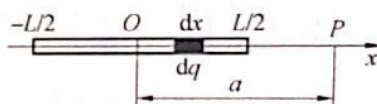
$$a'_x = a_x \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 0.6 \times \frac{\sqrt{2}}{2}a, \quad a'_y = a_y = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$

在  $O'$  系中测得的图形为菱形, 其面积也可表示为  $S = 2a'_x \cdot a'_y = 0.6a^2 = 60 \text{ cm}^2$ .



题 15 图

16. 解: 沿棒的方向取坐标  $Ox$ , 原点  $O$  在棒中心处. 求点  $P$  的场强



题 16 图

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0(a-x)^2} = \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0(a-x)^2}$$

$$E = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0(a-x)^2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{a-x} \Big|_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} = \frac{Q}{\pi\epsilon_0(4a^2 - L^2)}$$

方向沿  $x$  轴正方向. 点电荷受力为  $F = qE = \frac{qQ}{\pi\epsilon_0(4a^2 - L^2)}$ , 方向沿  $x$  轴正方向.

17. 解: (1) 由静电感应, 金属球壳的内表面上有感生电荷  $-q$ , 外表面上带电荷  $q + Q$ .

(2) 不论球壳内表面上的感生电荷是如何分布的, 因为任一电荷元离点  $O$  的距离都是  $a$ , 所以由这些电荷在点  $O$  产生的电势为

$$U_{-q} = \frac{\int dq}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 a}$$

(3) 球心  $O$  处的总电势为分布在球壳内外表面上的电荷和点电荷  $q$  在点  $O$  产生的电势的代数和

$$\begin{aligned} U_O &= U_q + U_{-q} + U_{Q+q} \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} + \frac{Q+q}{4\pi\epsilon_0 b} \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 b} \end{aligned}$$

18. 解:  $B = B_1 + B_2 + B_3$ ,  $B_1, B_2$  分别为带电的大半圆线圈和小半圆线圈转动产生的磁感强度,  $B_3$  为沿直径的带电线段转动产生的磁感强度

$$I_1 = \frac{\pi\lambda\omega b}{2\pi}, \quad B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2b} = \frac{\mu_0 \pi\lambda\omega b}{2b \cdot 2\pi} = \frac{\mu_0 \lambda\omega}{4}$$

$$I_2 = \frac{\pi \lambda \omega a}{2\pi}, B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2a} = \frac{\mu_0 \pi \lambda \omega a}{2a \cdot 2\pi} = \frac{\mu_0 \lambda \omega}{4}$$

$$dI_3 = \frac{2\lambda \omega dr}{2\pi}$$

$$B_3 = \int_a^b \frac{\mu_0 \lambda \omega}{2\pi} \cdot \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 \lambda \omega}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

$$B = \frac{\mu_0 \lambda \omega}{2\pi} \left( \pi + \ln \frac{b}{a} \right)$$

19. 解: 设螺线管通有电流  $I$ . 对于均匀密绕的长直螺线管, 可以认为管内的磁场是均匀分布的, 且有

$$B = \mu n I = \mu \frac{N}{l} I$$

通过每匝的磁通量都相等, 并可表示为

$$\Phi_m = BS = \mu \frac{N}{l} IS$$

通过螺线管的磁链为

$$\Psi = N\Phi_m = \mu \frac{N^2}{l} IS = \mu n^2 VI \quad (n = \frac{N}{l})$$

式中  $V = Sl$  为螺线管的体积. 因此

$$L = \frac{\Psi}{I} = \mu n^2 V = \mu \frac{N^2}{l^2} V$$

20. 解: 由于极板上电荷分布的圆对称性可知, 电场分布对于两极板的中心连线具有轴对称性, 则变化电场产生的涡旋磁场也具有这种轴对称性, 在垂直于轴线的平面上, 取以轴点为圆心, 以  $r$  为半径的圆环作为积分环路  $L$ , 由于轴对称性, 因而  $L$  上各点处  $\mathbf{H}$  大小相等, 方向沿切线, 取  $L$  绕行正方向与  $\mathbf{H}$  的方向一致, 因而由全电流定律可得

$$\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = H \cdot 2\pi r = I_d = \frac{d\Phi_D}{dt}$$

当  $r < R$  时, 有

$$H \cdot 2\pi r = \frac{d\Phi_D}{dt} = S \epsilon_0 \frac{dE}{dt} = \pi r^2 \epsilon_0 \frac{dE}{dt}$$

$$H = \frac{r}{2} \epsilon_0 \frac{dE}{dt}, B = \mu_0 H = \frac{r}{2} \epsilon_0 \mu_0 \frac{dE}{dt} \quad (r < R)$$

当  $r > R$  时, 有

$$H \cdot 2\pi r = \frac{d\Phi_D}{dt} = S \epsilon_0 \frac{dE}{dt} = \pi R^2 \epsilon_0 \frac{dE}{dt}$$

$$H = \frac{R^2}{2r} \epsilon_0 \frac{dE}{dt}, B = \mu_0 H = \frac{R^2}{2r} \epsilon_0 \mu_0 \frac{dE}{dt} \quad (r > R)$$

### 三、演示实验题

21. 答: 只需拉动节速器的滑套, 改变两个小球到转轴的距离可以改变小球角速度. 要实现角速度增加, 只需使得两小球到转轴的距离减小. 整个系统角动量守恒, 小球到转轴的距离减小意味着系统转动惯量减小, 因此角速度增大.

22. 答: 会出现尖端放电现象, 即尖端处有电火花出现. 由于电荷面密度与曲率成正比, 尖

端处电荷面密度大,电场强度也大,导致空气被击穿.

23. 答:闭合开关后,铁芯内磁场迅速增大,这时套环内产生感应电流,形成电流环,电流环在磁场中受力,向上跳起,这也是楞次定律的结果.

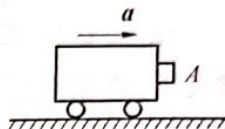
24. 答:左侧电路中,开关 K 接通后,小灯泡 A1 由于只串联电阻,马上变亮,而 A2 由于和电感串联要经过一段时间才逐渐变亮,说明线圈的自感电动势影响了分布在小灯泡 A2 上的电压.在右侧电路中小灯泡 A1 和电感并联,开关 K 接通再断开,电感上感应出比直流电源电压(4 V) 更高的电压,A1 先变亮然后才熄灭.

二牛冲上QQ群  
731429909

# 哈工大 2017 年春季学期大学物理 A 期末试题

## 一、填空题

1. 如图所示, 一个小物体 A 靠在一辆小车的竖直前壁上, A 和车壁间的静摩擦系数是  $\mu$ , 若要使物体 A 不致掉下来, 小车加速度的最小值应为  $a =$  \_\_\_\_\_.



题 1 图

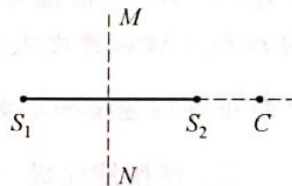
2. 一质量为  $M$  的质点沿  $x$  轴正向运动, 假设该质点通过坐标为  $x$  的位置时速度的大小为  $kx$  ( $k$  为正值常量), 则此时作用于该质点上的力  $F =$  \_\_\_\_\_, 该质点从点  $x = x_0$  出发运动到  $x = x_1$  处所经历的时间  $\Delta t =$  \_\_\_\_\_.

3. 湖面上有一小船静止不动, 船上有一打鱼人质量为  $60 \text{ kg}$ . 如果他在船上向船头走了  $4.0 \text{ m}$ , 但相对于湖底只移动了  $3.0 \text{ m}$  (水对船的阻力忽略不计), 则小船的质量为 \_\_\_\_\_.

4. 有一劲度系数为  $k$  的轻弹簧, 竖直放置, 下端悬一质量为  $m$  的小球. 先使弹簧为原长, 而小球恰好与地面接触. 再将弹簧上端缓慢地提起, 直到小球刚能脱离地面为止. 在此过程中外力所做的功为 \_\_\_\_\_.

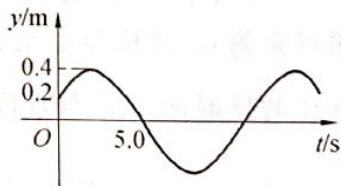
5. 已知简谐振动  $A = 10 \text{ cm}$ ,  $T = 2 \text{ s}$ , 当  $t = 0$  时位移为  $-5 \text{ cm}$  且向  $x$  轴负向运动, 则振动方程为 \_\_\_\_\_.

6. 如图所示,  $S_1$  和  $S_2$  为振动频率、振动方向均相同的两个点波源, 振动方向垂直纸面, 两者相距  $\frac{3\lambda}{2}$  ( $\lambda$  为波长). 已知  $S_1$  的初相位为  $\frac{\pi}{2}$ . 若使射线  $S_2C$  上各点由两列波引起的振动均干涉相消, 则  $S_2$  的初相位应为 \_\_\_\_\_. 若使  $S_1S_2$  连线的中垂线  $MN$  上各点由两列波引起的振动均干涉相消, 则  $S_2$  的初相位应为 \_\_\_\_\_.



题 6 图

7. 一平面简谐波, 波长为  $12 \text{ m}$ , 沿  $x$  轴负向传播, 如图所示为  $x = 1.0 \text{ m}$  处质点的振动曲线, 求此波的波动方程 \_\_\_\_\_.



题 7 图

8. 如图所示, 两块“无限大”的带电平行平板, 其电荷面密度分别为  $-\sigma$  ( $\sigma > 0$ ) 及  $2\sigma$ . 试写出各区域的电场强度.

I 区  $E$  的大小 \_\_\_\_\_, 方向 \_\_\_\_\_.

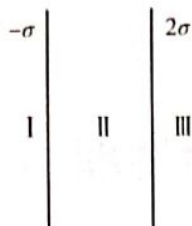
II 区  $E$  的大小 \_\_\_\_\_, 方向 \_\_\_\_\_.

III 区  $E$  的大小 \_\_\_\_\_, 方向 \_\_\_\_\_.

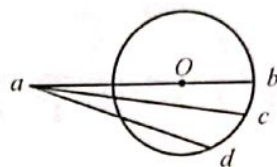
9. 电荷为  $-Q$  的点电荷, 置于圆心  $O$  处,  $b, c, d$  为同一圆周上的不同点, 如图所示. 现将试验电荷  $+q_0$  从图中点  $a$  分别沿  $ab, ac, ad$  路径移到相应的  $b, c, d$  各点, 设移动过程中电场力所做的功分别用  $A_1, A_2, A_3$  表示, 则三者的大小关系是 \_\_\_\_\_. (填  $>$ ,  $<$ ,  $=$ )



四六级交流群  
741109221



题 8 图



题 9 图

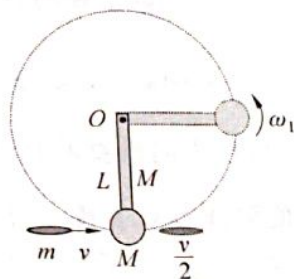
10. 一空气平行板电容器接通电源后,极板上的电荷面密度分别为 $\pm\sigma$ ,在电源保持接通的情况下,将相对介电常数为 $\epsilon_r$ 的各向同性均匀电介质充满其内.如忽略边缘效应,介质中的场强应为\_\_\_\_\_.

11. 一个半径为 $R$ 、面电荷密度为 $\sigma$ 的均匀带电圆盘,以角速度 $\omega$ 绕过圆心且垂直盘面的轴线 $AA'$ 旋转.今将其放入磁感应强度为 $B$ 的均匀外磁场中, $B$ 的方向垂直于轴线 $AA'$ .在距盘心为 $r$ 处取一宽为 $dr$ 的圆环,则圆环内相当于有电流\_\_\_\_\_,该电流环所受磁力矩的大小为\_\_\_\_\_,圆盘所受合力矩的大小为\_\_\_\_\_.

12. 半径为 $r$ 的两块圆板组成的平行板电容器充了电,在放电时两板间电场强度的大小随时间的变化关系为 $E = E_0 e^{-\frac{t}{RC}}$ ,式中 $E_0, R, C$ 均为常数,则两板间位移电流的大小与时间的关系为\_\_\_\_\_,其方向与场强方向\_\_\_\_\_.

二、计算题

13. 如图所示,均匀细棒质量为 $M$ ,长度为 $L$ ,小球(尺寸很小)位于棒的一端,质量也为 $M$ ,绕垂直于细棒的水平轴 $O$ 自由转动.质量为 $m$ 的子弹以速度大小 $v$ 沿垂直于棒的方向击中并穿过小球,子弹穿过小球后速度减小为 $\frac{v}{2}$ .求:

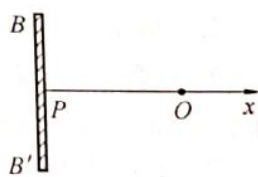


题 13 图

(1) 球摆能完成一个圆周运动, $v$ 应为多大?

(2) 第一次通过水平位置时的角加速度 $\alpha$ .

14. 如图所示,波源位于 $O$ 处,由波源向左右两边发出振幅为 $A$ 、角频率为 $\omega$ 、波长为 $\lambda$ 、波速大小为 $u$ 、初相位为 $0$ 的一维简谐波.若波密介质的反射面 $BB'$ 与点 $O$ 的距离为 $d = \frac{5\lambda}{4}$ ,试讨论合成波的波动方程.



题 14 图

15. 一半径为 $R$ 的带电球体,其电荷体密度分布为 $\rho = \frac{qr}{\pi R^4}$  ( $r \leq R$ )( $q$ 为一正的常量); $\rho = 0$  ( $r > R$ ).求:

(1) 带电球体的总电荷;

(2) 球内、外各点的电场强度;

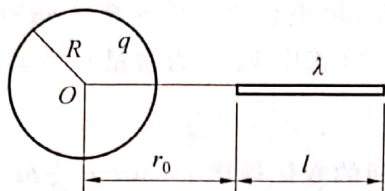
(3) 球内、外各点的电势.

16. 如图所示,半径为 $R$ 的均匀带电球面,带有电荷 $q$ .沿某一半径方向上有一均匀带电细线,电荷线密度为 $\lambda$ ,长度为 $l$ ,细线左端离球心距离为 $r_0$ .设球和线上的电荷分布不受相互作用的影响,试求细线所受球面电荷的电场力和细线在该电场中的电势能(设无穷远处的电势为零).

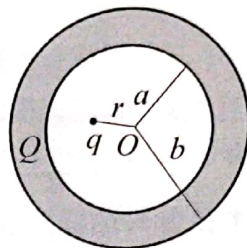
17. 如图所示,一内半径为 $a$ 、外半径为 $b$ 的金属球壳,带有电荷 $Q$ ,在球壳空腔内距离球心

$r$  处有一点电荷  $q$ . 设无限远处为电势零点, 试求:

- (1) 球壳内外表面上的电荷;
- (2) 球心  $O$  处, 由球壳内表面上电荷产生的电势;
- (3) 球心  $O$  处的总电势.



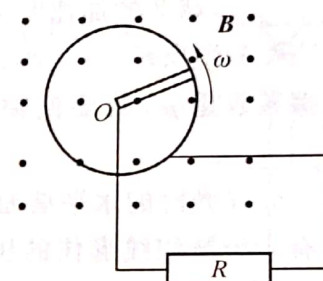
题 16 图



题 17 图

18. 半径为  $R$  的导体球壳表面流有沿同一绕向均匀分布的面电流, 通过垂直于电流方向的每单位长度的电流为  $K$ . 求球心处磁感应强度的大小.

19. 如图所示, 长为  $L$ , 质量为  $m$  的均匀金属细棒, 以棒端  $O$  为中心在水平面内旋转, 棒的另一端在半径为  $L$  的金属环上滑动. 棒端  $O$  和金属环之间接一电阻  $R$ , 整个环面处于均匀磁场  $B$  中,  $B$  的方向垂直纸面向外. 设  $t=0$  时, 初角速度为  $\omega_0$ , 不计摩擦力及金属棒、导线和圆环的电阻. 求当角速度为  $\omega$  时金属棒内的动生电动势的大小; 求棒的角速度随时间变化的表达式.



题 19 图

三、演示实验附加题

20. 将含有铁芯的线圈同一 220 V 的交流电源接通, 将带手柄的一个带灯泡的闭合回路套入含铁芯的线圈中. 线圈接通电源后, 灯泡会亮起来. 请解释这一现象.

四六级交流群  
741109221

## 哈工大 2017 年春季学期大学物理 A 期末试题参考答案

### 一、填空题

1.  $\frac{g}{\mu}$

2.  $Mk^2x; \frac{1}{k} \ln \frac{x_1}{x_0}$

3. 180 kg

4.  $\frac{m^2 g^2}{2k}$

5.  $x = 0.1 \cos\left(\pi t + \frac{2}{3}\pi\right)$  (SI) 或  $x = 10 \cos\left(\pi t + \frac{2}{3}\pi\right)$  cm

6.  $2k\pi + \frac{\pi}{2}, k=0, \pm 1, \pm 2, \dots; 2k\pi + \frac{3\pi}{2}, k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$

7.  $x = 0.4 \cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{6}x - \frac{\pi}{2}\right)$  (SI)

8.  $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ , 向左;  $\frac{3\sigma}{2\epsilon_0}$ , 向左;  $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ , 向右

9.  $A_1 = A_2 = A_3$

10.  $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$

11.  $\sigma\omega r dr; \pi\sigma\omega r^3 B dr; \frac{1}{4}\pi\sigma\omega R^4 B$

12.  $\frac{\pi r^2 \epsilon_0 E_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$ ; 相反

### 二、计算题

13. 解: (1) 由角动量守恒, 有

$$mvL = \frac{1}{2}mvL + \left(\frac{1}{3}ML^2\right)\omega + ML^2\omega$$

$$v = \frac{8M}{3m}L\omega$$

由机械能守恒: 子弹射出后, 转动动能等于球上升到最大高度时系统的势能增量

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}ML^2\right)\omega^2 + \frac{1}{2}(ML^2)\omega^2 = Mg \cdot 2L + MgL$$

$$\omega = 3\sqrt{\frac{g}{2L}}$$

$$v = 4\frac{M}{m}\sqrt{2gL}$$

(2) 由转动定律

$$-\left(Mg \frac{L}{2} + MgL\right) = \left(\frac{1}{3}ML^2 + ML^2\right)\alpha$$

$$\alpha = -\frac{9g}{8L}$$

14. 解: 设  $O$  为坐标原点, 向右为正方向.

自点  $O$  向右的波

$$y_1(x, t) = A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

自点  $O$  向左的波

$$y_2(x, t) = A\cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

反射点  $P$  处入射波引起的振动

$$y_{2p}(t) = A\cos\left[\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}\left(-\frac{5}{4}\lambda\right)\right] = A\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

反射波在点  $P$  的振动(有半波损失)

$$y_{3p}(t) = A\cos\left(\omega t + \pi - \frac{\pi}{2}\right) = A\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

反射波的波函数

$$y_3(x, t) = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x + \frac{5\lambda}{4}}{u}\right) + \frac{\pi}{2}\right] = A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{\lambda}\frac{5\lambda}{4} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$y_3(x, t) = A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

在  $-\frac{5\lambda}{4} \leq x \leq 0$ ,  $y_2$  和  $y_3$  叠加为驻波

$$y = y_2 + y_3 = A\cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}x\right) + A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

$$y = 2A\cos\omega t \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

在  $x > 0$ ,  $y_1$  和  $y_3$  合成为简谐波

$$y(x, t) = y_1 + y_3 = 2A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

15. 解:(1) 在球内取半径为  $r$ 、厚为  $dr$  的薄球壳, 该壳内所包含的电荷为

$$dq' = \rho dV = \frac{4qr^3}{R^4} dr$$

则球体所带的总电荷为

$$Q = \int \rho dV = \frac{4q}{R^4} \int_0^R r^3 dr = q$$

(2) 在球内作一半径为  $r_1$  的球形高斯面, 按高斯定理有

$$4\pi r_1^2 E_1 = \frac{1}{\epsilon_0} \int_0^{r_1} \frac{qr}{R^4} 4\pi r^2 dr = \frac{qr_1^4}{\epsilon_0 R^4}$$

故得

$$E_1 = \frac{q r_1^2}{4\pi\epsilon_0 R^4} \quad (r_1 \leq R)$$

方向沿半径向外.

在球体外作半径为  $r_2$  的高斯球面, 按高斯定理

$$4\pi r_2^2 E_2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

故得

$$E_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_2^2} \quad (r_2 > R)$$

方向沿半径向外.

(3) 球内电势

$$\begin{aligned} U_1 &= \int_{r_1}^R \mathbf{E}_1 \cdot d\mathbf{r} + \int_R^\infty \mathbf{E}_2 \cdot d\mathbf{r} \\ &= \int_{r_1}^R \frac{q r^2}{4\pi\epsilon_0 R^4} dr + \int_R^\infty \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr \\ &= \frac{q}{3\pi\epsilon_0 R} - \frac{q r_1^3}{12\pi\epsilon_0 R^4} \\ &= \frac{q}{12\pi\epsilon_0 R} \left( 4 - \frac{r_1^3}{R^3} \right) \quad (r_1 \leq R) \end{aligned}$$

球外电势

$$U_2 = \int_{r_2}^\infty \mathbf{E}_2 \cdot d\mathbf{r} = \int_{r_2}^\infty \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_2} \quad (r_2 > R)$$

16. 解: 设  $x$  轴沿细线方向, 原点在球心处, 在  $x$  处取线元  $dx$ , 其上电荷为

$$dq' = \lambda dx$$

该线元在带电球面的电场中所受电场力为

$$dF = \frac{q\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 x^2}$$

整个细线所受电场力为

$$F = \frac{q\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_0}^{r_0+l} \frac{dx}{x^2} = \frac{q\lambda}{4\pi\epsilon_0 r_0 (r_0 + l)}$$

方向沿  $x$  轴正方向.

电荷元在球面电荷电场中具有电势能

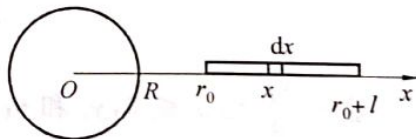
$$dW = \frac{q\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 x}$$

整个线电荷在电场中具有电势能

$$W = \frac{q\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_0}^{r_0+l} \frac{dx}{x} = \frac{q\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_0 + l}{r_0}$$

17. 解: (1) 由静电感应, 金属球壳的内表面上有感生电荷  $-q$ , 外表面上带电荷  $q+Q$ .

(2) 不论球壳内表面上的感生电荷是如何分布的, 因为任一电荷元离点  $O$  的距离都是  $a$ , 所以由这些电荷在点  $O$  产生的电势为



题 16 图

$$U_q = \frac{\int dq}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 a}$$

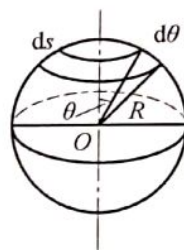
(3) 球心  $O$  处的总电势为分布在球壳内外表面上的电荷和点电荷  $q$  在点  $O$  产生的电势的代数和

$$\begin{aligned} U_o &= U_q + U_{-q} + U_{Q+q} \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} + \frac{Q+q}{4\pi\epsilon_0 b} \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 b} \end{aligned}$$

18. 解: 如图所示

$$dI = K ds = KR d\theta$$

$$\begin{aligned} dB &= \frac{\mu_0 dI (R \sin \theta)^2}{2 [(R \sin \theta)^2 + (R \cos \theta)^2]^{\frac{3}{2}}} \\ &= \frac{\mu_0 KR^3 \sin^2 \theta d\theta}{2R^3} \\ &= \frac{1}{2} \mu_0 K \sin^2 \theta d\theta \end{aligned}$$



题 18 图

$$B = \int_0^\pi \frac{1}{2} \mu_0 K \sin^2 \theta d\theta = \int_0^\pi \frac{1}{4} \mu_0 K (1 - \cos 2\theta) d\theta = \frac{1}{4} \mu_0 K \pi$$

19. 解: (1) 动生电动势为

$$\epsilon_i = \int (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} = \int_0^L B \omega l dl = \frac{1}{2} B \omega L^2$$

(2) 回路电流为

$$i = \frac{\epsilon_i}{R}$$

$$F = BiL = \frac{B^2 L^3 \omega}{2R}$$

磁力矩大小为

$$M = F \frac{L}{2} = \frac{B^2 L^4 \omega}{4R}$$

方向: 垂直于纸面向内.

磁力矩方向与角速度方向相反, 阻碍转动.

规定  $\omega$  方向为正方向, 由转动定律

$$J \frac{d\omega}{dt} = -M$$

$$J = \frac{1}{3} mL^2$$

故有

$$\frac{1}{3} mL^2 \frac{d\omega}{dt} = -\frac{B^2 L^4 \omega}{4R}$$

做变量分离, 积分可得

$$\int_{\omega_0}^{\omega} \frac{d\omega}{\omega} = \int_0^t -\frac{3B^2L^2}{4Rm} dt$$

所以

$$\ln \frac{\omega}{\omega_0} = -\frac{3B^2L^2}{4Rm} t$$

$$\omega = \omega_0 e^{-\frac{3B^2L^2}{4mR} t}$$

### 三、演示实验附加题

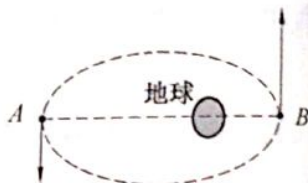
20. 答:线圈中的交流电流在空间中产生变化的磁场,该磁场在线圈内的铁芯中尤其强烈.把带灯泡的闭合回路套入含铁芯的线圈中,闭合回路中的磁通量将跟随交流电流周期性变化,根据法拉第电磁感应定律,将在闭合回路中产生感应电动势和感应电流,从而灯泡会亮起来.



## 哈工大 2018 年春季学期大学物理 A 期末试题

### 一、填空题

1. 如图所示,人造地球卫星绕地球做椭圆轨道运动,卫星轨道远地点和近地点分别为 A 和 B. 用  $L$  和  $E_p$  分别表示对地心的角动量及其势能的瞬时值,则应有  $L_A$  \_\_\_\_\_  $L_B$ ,  $E_{pA}$  \_\_\_\_\_  $E_{pB}$ . (填写“>”“<”或“=”)

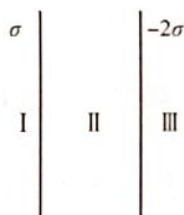


题 1 图

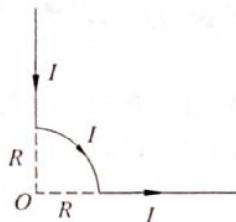
2. 两个质点各自做简谐振动,它们的振幅相同、周期相同. 第一个质点的振动方程为  $x_1 = A\cos(\omega t + a)$ . 当第一个质点从相对于其平衡位置的正位移处回到平衡位置时,第二个质点正处于最大负位移处,则第二个质点的振动方程为\_\_\_\_\_.

3. 如图所示,两块“无限大”的带电平行平板,其电荷面密度分别为  $\sigma$  ( $\sigma > 0$ ) 及  $-2\sigma$ ,则区域 II 的电场强度  $E$  的大小为\_\_\_\_\_,方向为\_\_\_\_\_.

4. 如图所示,圆心 O 处的磁感应强度大小为\_\_\_\_\_,方向为\_\_\_\_\_.



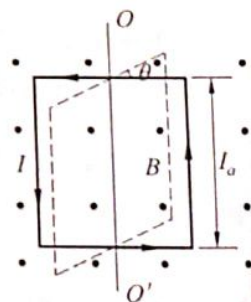
题 3 图



题 4 图

5. 如图所示,一边长为  $a$  的正方形线圈可绕通过中心的竖直轴  $OO'$  转动. 当线圈处于均匀磁场  $B$  中,并通有电流  $I$ ,当从图中实线位置转过  $\theta$  角时,线圈所受磁力矩大小为\_\_\_\_\_.

6. 在霍尔效应实验中,宽  $1.0\text{ cm}$ 、长  $4.0\text{ cm}$ 、厚  $1.0 \times 10^{-3}\text{ cm}$  的导体沿长度方向载有  $3.0\text{ A}$  的电流,当磁感应强度  $B = 1.5\text{ T}$  的磁场垂直地通过该薄导体时,产生  $1.0 \times 10^{-5}\text{ V}$  的霍尔电压(在宽度两端). 载流子数密度为\_\_\_\_\_.



题 5 图

7. 在测量铁磁质磁化特性的实验中所用的螺绕环共有  $1000$  匝,螺绕环平均半径为  $15.0\text{ cm}$ ,当通有  $2.0\text{ A}$  电流时,测得环内磁感应强度  $B = 1.0\text{ T}$ ,则此时该铁磁质的磁导率为\_\_\_\_\_.

8. 楞次定律中的“阻碍”或“反抗”是\_\_\_\_\_在电磁感应现象中的体现.

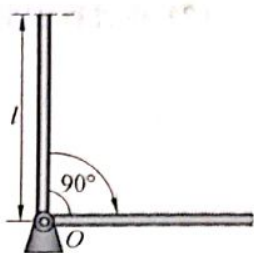
9. 在真空中传播的电磁波,电场强度  $E$  和磁场强度  $H$  振幅之比为\_\_\_\_\_.

10. 麦克斯韦认为全电流应该包括\_\_\_\_\_电流和\_\_\_\_\_电流,全电流定律的数学表达式为\_\_\_\_\_.



二、计算题

11. 一长为  $l$ , 质量为  $m$  的匀质细杆竖直放置, 下端与一固定的光滑水平轴  $O$  连接, 杆可绕该轴自由转动, 如图所示. 若杆受一微小扰动, 从静止开始转动, 试求当杆转到与铅直方向呈  $90^\circ$  角时的角速度和角加速度.



题 11 图

12. 在绳上传播的入射波方程为  $y_1 = A \cos(\omega t + \frac{2\pi x}{\lambda})$ , 若该入射波在  $x = 0$  处的绳端发生反射, 反射端为固定端, 设反射波不衰减. 求:

- (1) 反射波方程;
- (2) 驻波方程.

13. 一半径为  $R$  的均匀带电圆盘, 其带电量为  $Q$ .

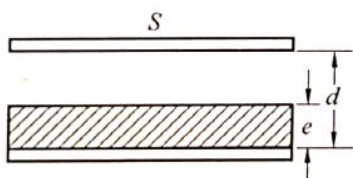
- (1) 求该圆盘轴线上电势  $U(x)$  的分布;

(2) 根据场强和电势的微分关系求电场强度分布. (积分公式:  $\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \sqrt{x^2 + a^2} + c$ )

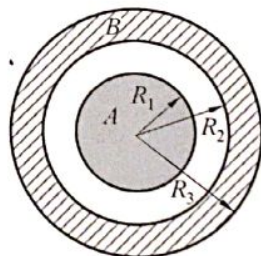
14. 如图所示, 有一空气平行板电容器极板间距为  $d$ . 现平行插入一块面积相同, 厚度为  $e$  ( $e < d$ ) 相对电容率为  $\epsilon_r$  的电介质板, 两极板间的电势差为  $U$ , 略去边缘效应. 试求介质中的电场强度  $E$  和电位移矢量  $D$ .

15. 如图所示, 金属球  $A$  外面罩一同心金属球壳  $B$ , 球  $A$  半径为  $R_1$ , 球  $B$  的内外半径分别为  $R_2, R_3$ , 带电量为  $Q$ . 求:

- (1) 球壳  $B$  内任一点电势;
- (2) 若  $A$  球接地,  $A$  球是否带电?

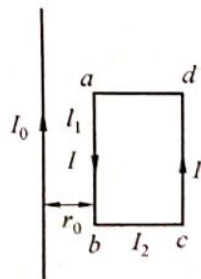


题 14 图



题 15 图

16. 一无限长直载流导线旁共面放置一载流矩形线框. 直导线中电流为  $I_0$ , 线框中电流为  $I$ , 线框尺寸与位置如图所示, 其  $ab$  边与直导线平行, 长度为  $l_1$ , 与长直导线相距  $r_0$ . 试求线框各边受到长直载流导线的磁场的作用力以及它们的合力.



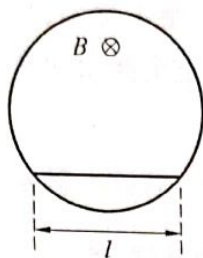
题 16 图

17. 如图所示, 匀强磁场  $B$  分布在一半径为  $R$  的柱形区域, 并以恒定速率  $\frac{dB}{dt}$  增大, 求图示中长度为  $l$  的金属棒中产生的感应电动势大小.

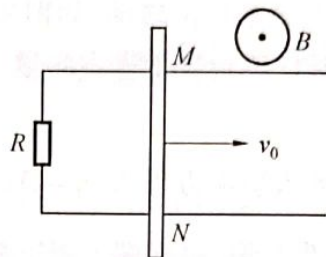
18. 一平行轨道上放置一质量为  $m$  的导体棒, 与轨道交点分别为  $M, N$ ,  $MN$  长为  $l$ , 轨道的一端连接电阻  $R$ , 均匀磁场  $B$  垂直地通过轨道平面向外, 如图所示. 当棒以初速度  $v_0$  向右运动时, 试求:

- (1) 棒的速率随时间变化的函数关系;

- (2) 导体棒能移动的距离；  
 (3) 在过程中电阻所产生的焦耳热。



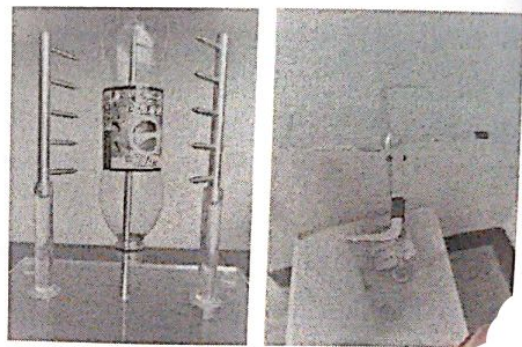
题 17 图



题 18 图

### 三、演示实验题

19. “静电风”实验中,金属支杆与高压直流电源的输出端相连后,“电风转筒(矿泉水瓶)”或者“静电风车”为什么会发生旋转,试解释原因。



题 19 图

## 哈工大 2018 年春季学期大学物理 A 期末试题参考答案

### 一、填空题

1. =; >

2.  $A\cos(\omega t + a + \frac{\pi}{2})$

3.  $\frac{3\sigma}{2\epsilon_0}$ ; 向右

4.  $B = \frac{\mu_0 I}{8R}$ ; 垂直纸面向里

5.  $Ia^2 B \sin \theta$

6.  $2.8 \times 10^{23} \text{ cm}^{-3}$  或  $2.8 \times 10^{29} \text{ m}^{-3}$

7.  $4.72 \times 10^{-4} \text{ N/A}^2$

8. 能量守恒

9.  $\sqrt{\epsilon_0} E = \sqrt{\mu_0} H$

10. 位移电流, 传导电流;  $\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S \mathbf{j}_0 \cdot d\mathbf{s} + \iint_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s}$  或  $\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_0 + I_d = I_s$  或

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

### 二、计算题

11. 解: (方法 1) 对杆进行受力分析, 根据刚体定轴转动定理可得

$$mg \frac{l}{2} \sin \theta = J\alpha$$

故角加速度为

$$\alpha = \frac{3g \sin \theta}{2l}$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = \omega \frac{d\omega}{d\theta} = \frac{3g \sin \theta}{2l}$$

分离变量, 积分得

$$\int_0^\omega \omega d\omega = \int_0^\theta \frac{3g \sin \theta}{2l} d\theta$$

可求得角速度为

$$\omega = \sqrt{\frac{3g(1 - \cos \theta)}{l}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{l}}$$

(方法 2) 根据能量守恒求角速度, 由分析可知, 细杆与地球的系统能量守恒, 则

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} ml^2 \omega^2 = mg \frac{l}{2} (1 - \cos \theta)$$

可求得角速度为

$$\omega = \sqrt{\frac{3g(1 - \cos \theta)}{l}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{l}}$$

12. 解: 反射端为固定端时有半波损失, 反射波的波函数为

$$y'_2 = A \cos\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \pi\right)$$

所以驻波方程为

$$y = 2A \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

13. 解: (1) 取圆盘中半径为  $r$  和  $r + dr$  之间的圆环, 每一圆环所带电量为  $dq = \sigma 2\pi r dr$ , 圆环轴线上的电势为

$$dU(x) = \frac{\sigma r dr}{2\epsilon_0 \sqrt{r^2 + x^2}}$$

则轴线上的总电势为

$$\begin{aligned} U(x) &= \int_0^R dU(x) = \int_0^R \frac{\sigma r dr}{2\epsilon_0 \sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{R^2 + x^2} - x) \\ &= \frac{Q}{2\epsilon_0 \pi R^2} (\sqrt{R^2 + x^2} - x) \end{aligned}$$

(2) 电场强度为

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= -\frac{\partial U}{\partial x} \mathbf{i} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}}\right) \mathbf{i} \\ &= \frac{Q}{2\epsilon_0 \pi R^2} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}}\right) \mathbf{i} \end{aligned}$$

14. 解: 忽略边缘效应, 两种介质中分别出现均匀电场, 电位移矢量  $\mathbf{D}$  和电场强度  $\mathbf{E}$  均垂直于正极板向下. 设极板平面的面电荷密度分别为  $\sigma$ , 取两个底面积分别为  $\Delta S_1$  和  $\Delta S_2$  的柱形高斯面  $S_1, S_2$ , 两底与平板平行, 侧面与平板垂直. 由高斯定理得

$$\oint_{S_1} \mathbf{D}_1 \cdot d\mathbf{S} = \sigma \Delta S_1$$

$$\oint_{S_2} \mathbf{D}_2 \cdot d\mathbf{S} = \sigma \Delta S_2$$

则空气和介质中的电位移矢量大小为

$$D_1 = D_2 = \sigma$$

电场强度大小为

$$E_1 = \frac{D_1}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}, \quad E_2 = \frac{D_2}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

极板间的电势差为

$$\begin{aligned} U &= \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = E_1(d - e) + E_2 e \\ &= \frac{\epsilon_r(d - e) + e}{\epsilon_0 \epsilon_r} \sigma \end{aligned}$$

紫丁香影院  
QQ 1689929593

由此可得

$$\sigma = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r U}{\epsilon_r (d - e) + e}$$

因此得到介质区域内电位移矢量的大小为

$$D_2 = \sigma = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r U}{\epsilon_r (d - e) + e}$$

电场强度大小为

$$E_2 = \frac{U}{\epsilon_r (d - e) + e}$$

15. 解: (1) 设球壳内表面上的电量为 0, 则球壳外表面上的电量为  $Q$ , 金属球外表面上的电量为  $-Q'$ , 由电势叠加原理可得金属球的电势为

$$U_B = \int_{R_3}^{\infty} E \cdot dl = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_3}$$

(2) 不带电.

16. 解: 无限长直载流导线在距轴线  $r$  处的磁感应强度的大小为

$$B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}$$

对  $ab$  段, 因其上各电流元与直导线距离相同, 所在处  $B$  的大小、方向均相同, 且与  $ab$  垂直, 故磁力大小为

$$F_1 = I l_1 B = \frac{\mu_0 I_0 I l_1}{2\pi r_0}$$

$F_1$  的方向与  $ab$  垂直, 指向右.

同理可求  $cd$  段受磁力大小为

$$F_3 = I l_1 B_{cd} = \frac{\mu_0 I_0 I l_1}{2\pi (r_0 + l_2)}$$

$F_3$  的方向与  $F_1$  相反.

$bc$  段上各电流元处的  $B$  值不同, 其上任一段与直导线距离为  $r$ , 长为  $dr$  的电流元受力大小为

$$dF_2 = Idr \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}$$

各电流元受力方向相同, 因此全段所受磁力为

$$F_2 = \int dF_2 = \frac{\mu_0 I_0 I}{2\pi} \int_{r_0}^{r_0+l_2} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I_0 I}{2\pi} \ln \frac{r_0 + l_2}{r_0}$$

$F_2$  的方向垂直  $bc$  向上.

同理可求  $da$  段所受磁力

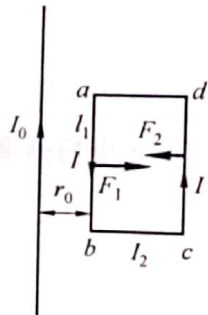
$$F_4 = \frac{\mu_0 I_0 I}{2\pi} \ln \frac{r_0 + l_2}{r_0}$$

$F_4$  与  $F_2$  大小相等, 方向相反.

因此整个矩形载流线框所受磁力的合力为

$$F = F_1 - F_3 = \frac{\mu_0 I_0 I l_1}{2\pi} \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_0 + l_2} \right)$$

校学生会  
QQ 3348756836



题 16 图

合力的方向垂直于直导线向右,为排斥力.

17. 解:(方法 1) 设逆时针方向为回路的正方向,由法拉第电磁感应定律求出闭合回路的总电动势,就是金属棒 PQ 上的电动势,故

$$\epsilon_{PQ} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = S \frac{dB}{dt} = \frac{dB}{dt} \frac{l}{2} \sqrt{R^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2}$$

因为  $\frac{dB}{dt} > 0$ , 所以  $\epsilon_{PQ} > 0$ , 因而 Q 端电势高, 同时此棒中产生的感应电动势大小为

$$\epsilon = \frac{dB}{dt} \frac{l}{2} \sqrt{R^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2}$$

(方法 2) 由分析可知, 感生电场的电场线是一系列以圆柱轴心为圆心的同心圆, 所以在  $r < R$  区域任取一半径为  $r$  的圆作为电场线闭合回路, 并设逆时针方向为回路的正方向, 故

$$\oint_l \mathbf{E}_k \cdot d\mathbf{l} = E_k 2\pi r = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} = \pi r^2 \frac{dB}{dt}$$

$$E_k = \frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$$

方向沿圆周切线方向.

金属棒 PQ 上的电动势为

$$\begin{aligned} \epsilon_{PQ} &= \int_l \mathbf{E}_k \cdot d\mathbf{l} = \int_{PQ} E_k \cos \theta dx \\ &= \int_0^l \frac{r}{2} \frac{dB}{dt} \frac{\sqrt{R^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2}}{r} dx \\ &= \frac{dB}{dt} \frac{l}{2} \sqrt{R^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} \end{aligned}$$

因为  $\frac{dB}{dt} > 0$ , 所以  $\epsilon_{PQ} > 0$ , 因而 Q 端电势高, 同时此棒中产生的感应电动势大小为

$$\epsilon = \frac{dB}{dt} \frac{l}{2} \sqrt{R^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2}$$

18. 解: 导体棒 MN 向右运动时, 回路中产生的感应电动势方向由 N 指向 M, 导体棒 MN 所受安培力方向向左.

(1) 由法拉第电磁感应定律得回路中产生的感应电动势为

$$\epsilon = vBl$$

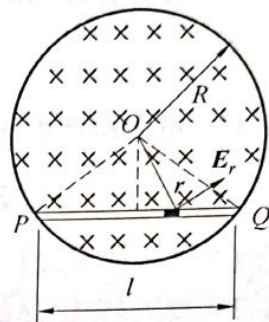
所以回路中电流为

$$I = \frac{vBl}{R}$$

导体棒所受安培力为

$$F = -\frac{vB^2 l^2}{R}$$

由牛顿第二定律有



题 17 图

软件分享群

626648181

$$-\frac{B^2 l^2 v}{R} = m \frac{dv}{dt}$$

分离变量, 积分得

$$v = v_0 \exp\left(-\frac{B^2 l^2}{mR} t\right)$$

(2) 导体棒移动的距离为

$$S = \int_0^{\infty} v_0 \exp\left(-\frac{B^2 l^2}{mR} t\right) dt = \frac{mRv_0}{B^2 l^2}$$

(3) 电阻所产生的焦耳热为

$$Q = \int_0^{\infty} I^2 R dt = \int_0^{\infty} \frac{B^2 l^2 v_0^2}{R} \exp\left(-\frac{2B^2 l^2}{mR} t\right) dt = \frac{1}{2} m v_0^2$$

### 三、演示实验题

19. 要点: 根据静电感应原理, 导体尖端处密集大量电荷, 放电针附近场强最强, 形成尖端放电. 与尖端电荷极性相同的离子受排斥而飞离尖端, 形成“静电风”.