航天学院全牌讲师堂

大学物理期末模拟试题

（本试卷满分 80 分，期末占比百分之四十）

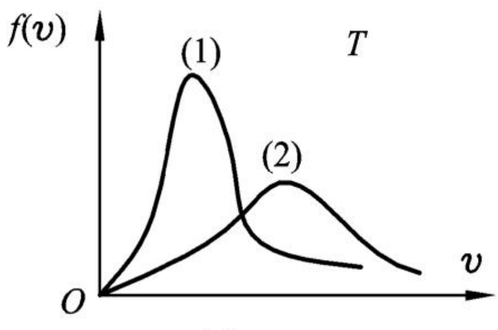
一、填空题

1. 在 300K 下，氢气的平均平动动能为_________，平均转动动能为_________，平均动能为_________。

（$k = 1.38 \times 10^{-23} J \cdot K^{-1}$）

2. 氮气在某一状态的分子碰撞频率是$\bar{z}$，分子自由程是$\overline{\lambda}$，当气压不变，温度降为原来的 $\frac{1}{4}$，则分子的平均碰撞频率和自由程分别为_______

3. 如图为处于同一温度 T 时氢气和氧气的速率分布曲线，则氢气的是_________，氧气的是_________。



4. 某种理想气体分子的方均根速率是 $450 m \cdot s^{-1}$，气体压强是 $7 \times 10^4 Pa$ 则该气体的密度是______

5. 现有 40W 的白炽灯与 160W 的白炽灯，已知灯丝表面积都为 $0.5 cm^2$，若均可视为黑体，则 40W 灯丝温度与 160W 灯丝温度之比为_________。

6. 一个激光器发光波长为 632.8nm，谱线宽度为 2nm。已知光束沿 y 轴正向传播。则光子 y 坐标的不确定量为__________。

7. 设$\psi(\vec{r},t)$为描述微观粒子运动状态的波函数，则其物理意义为________________；其满足的标准条件为________________________；

其归一化条件的表达式为________________.

8. 设氢原子核外电子处于 3d 态，则其轨道角动量大小 L=_________;
可能的L_z的取值有________________，该电子自旋角动量大小
S=__________。

二、理论推导题

试推导实物粒子德布罗意波长λ与粒子动能E_k和静质量m_0的关系。

三、计算题

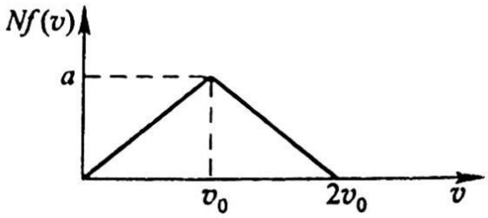
1. 已知氢电离能为 13.60eV. 设氢原子从某一定态 A 移去一个电子所需要的能量是 0.85eV. 从上述定态 A 向激发能为 10.20eV 的另一定态 B 跃迁时

（1）求所产生的光子的动量是多少?

（2） 设有大量的电子从定态 A 发生跃迁，产生不同波长的光子，若将产生的光子射向逸出功为 2.6eV 的金属，求共有几种光子可以发生光电效应？

2. 设有 N 个粒子，其速率分布函数为：

$$Nf(v)\ =\begin{cases}\dfrac{a}{v_0}v\ \ (0<v<v_0)\\ 2a-\dfrac{a}{v_0}v\ \ (v_0<v<2v_0)\\ 0\ \ (v>2v_0)\end{cases}$$



(1). 由 N 和 v_0 求常量 a;

(2). 求速率介于区间$\left(0\sim\dfrac{v_0}{2}\right)$的粒子数;

(3). 求粒子最概然速率，以及介于区间$\left(\frac{v_0}{2}\sim v_0\right)$内分子的平均速率。

3. 设一维运动的粒子处在 $\psi(x)=\begin{cases}Axe^{-\lambda x} & (x\geqslant 0)\\ 0 & (x<0)\end{cases}$ 的状态，其中 $\lambda>0$，试求：

（1）归一化因子；

（2）粒子坐标的概率分布；

（3）在何处找到粒子的概率最大.

注：$\int_0^\infty x^n e^{-ax}\,dx=\frac{n!}{a^{n+1}}$($a>0$，且 n 为整数).

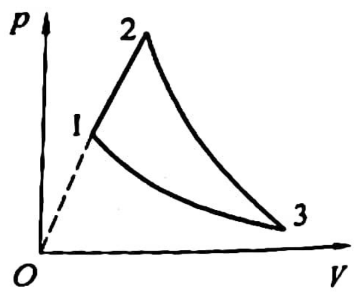
4. 设康普顿效应中入射 X 射线（伦琴射线）的波长 $\lambda=0.700\,Å$，散射的 X 射线与入射的 X 射线垂直，求：

（1）反冲电子的动能 E_K.

（2）反冲电子运动的方向与入射的 X 射线之间的夹角 θ.

（普朗克常量 $h=6.63\times10^{-34}\,J\cdot s$，电子静止质量 $m_e=9.11\times10^{-31}\,kg$ ）

5. 1mol 双原子分子理想（刚性）气体，作如图的可逆循环过程，其中 1-2 是直线，2-3 是绝热线，3-1 是等温线，已知$T_2=2T_1$，$V_3=8V_1$，试求：画出对应的 T-S 图，试说明等容线对应的 T-S 图；并求出各个过程的熵变。



航天学院金牌讲师堂

大学物理期末模拟试题答案

（本试卷满分 80 分，期末占比百分之四十）

一、填空

1. 平均平动动能：$E=\frac{3}{2}kT=6.2\times10^{-21}J$

   平均转动动能：$E=kT=4.1\times10^{-21}J$

   平均动能：$E=\frac{5}{2}kT=1.04\times10^{-20}J$

2. 由理想气体状态方程 $PV=n_0RT$

   则 V 变为原来的$\frac{1}{4}$,

   则分子数密度 $n=\frac{n_0}{V}$变为原来的 4 倍，

   又$\overline{v}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$，则$\overline{v}$变为原来的$\frac{1}{2}$

   又$\overline{z}=\sqrt{2}n\pi d^2\overline{v}$，则平均碰撞频率变为原来的 2 倍。

   又$\overline{\lambda}=\frac{\overline{v}}{\overline{z}}$，则平均自由程变为原来的$\frac{1}{4}$

3. $(2),(1)$

由最既然速率公式得出。

4. 由理想气体状态方程 $PV=\frac{m}{M}RT \quad \frac{p}{\rho}=\frac{RT}{M}$

麦克斯韦速率分布的理想气体的方均根速率为：$\sqrt{\overline{v^1}}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}=\sqrt{\frac{3p}{\rho}}$

则气体密度为：$\rho=p\frac{3}{v^2}=1.04kg\cdot m^{-3}$

5. $1/\sqrt{2}$

6. 1.59x10-5m

7. 波函数的模的平方给出了 t 时刻在$\vec{r}$处发现粒子的概率密度;单值、

有限、连续；$\iiint_V \psi^* \psi dV$ = 1

8. $L=\sqrt{6}\hbar$，Lz=$0,\pm\hbar,\pm2\hbar$，$S=\frac{\sqrt{3}}{2}\hbar$

二、理论推导

证明 根据粒子的相对论能量，质量为 m、速度为 v 的实物粒子的能量 E 为

$$E=E_k+m_0c^2=mc^2=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad (1)$$

那么由上式得

$$\sqrt{1-v^2/c^2}=\frac{m_0c^2}{E_k+m_0c^2}, \text{且 } v=c\sqrt{1-\left(\frac{m_0c^2}{E_k+m_0c^2}\right)^2} \quad (2)$$

同时按照德布罗意关系，与一定动量 p 的实物粒子相联系的波长为

$$\lambda=h/p=\frac{h}{mv}=\frac{h\sqrt{1-v^2/c^2}}{m_0v}$$

由式(2)代入得

$$\lambda=\frac{h}{\sqrt{1-\left(\frac{m_0c^2}{E_k+m_0c^2}\right)^2}}\frac{c}{E_k+m_0c^2}$$

$$=\frac{hc}{\sqrt{(E_k+m_0c^2)^2-(m_0c^2)^2}}=\frac{hc}{\sqrt{E_k^2+2E_km_0c^2}}$$

此即为实物粒子德布罗意波长与粒子动能 E_k 和静质量 m_0 之间的关系.

三、计算大题

1. 解:(1) 由频率条件 $E_n-E_m=h\nu=\frac{hc}{\lambda}$，另根据题意定态 A $E_n=-0.85eV$.

另一定态 B：$E_m=(E_m-E_1)+E_1=-3.4eV$.

故由 E_n 跃迁到 E_m 发出的谱线波长为 $\lambda=\frac{hc}{E_n-E_m}=4.875\times10^{-7}$ m.

故光子的动量 $p=\frac{h}{\lambda}=1.36\times10^{-27}\ kg\cdot m/s$

从第 4 能级跃迁共可以产生 6 种不同波长的光子

$E_4-E_2=2.6eV$，不能吸收

$E_3-E_1=12.08eV>2.6eV$，可以吸收

$E_2-E_1=10.2eV>2.6eV$，可以吸收

n=4→n=1 显然能量差大于 2.6eV，故可以吸收

n=4→n=3 显然能量差小于 2.6eV，故不能吸收

n=3→n=2 显然能量差小于 2.6eV，故不能吸收

所以共有 3 种光子可以发生光电效应

2.(1).

由归一化条件，有 $\int_0^\infty Nf(v)\,\mathrm{d}v = N$

$$\int_0^{v_0}\frac{a}{v_0}v\,\mathrm{d}v+\int_{v_0}^{2v_0}\left(2a-\frac{a}{v_0}v\right)\mathrm{d}v = N$$

解得 $$a=\frac{N}{v_0}$$

(2). & (3).

由图显然：最概然速率为 v_0；

速率介于区间($0\sim v_0/2$)的粒子数

$$\Delta N = N\int_0^{0.5v_0}f(v)\,\mathrm{d}v=\int_0^{0.5v_0}\frac{a}{v_0}v\,\mathrm{d}v = 0.125v_0a = 0.125\ N$$

($v_0/2\sim v_0$)区间内分子的平均速率

$$\bar{v}=\frac{\int_{0.5v_0}^{v_0}vf(v)\,\mathrm{d}v}{\int_{0.5v_0}^{v_0}f(v)\,\mathrm{d}v}=\frac{\int_{0.5v_0}^{v_0}vNf(v)\,\mathrm{d}v}{\int_{0.5v_0}^{v_0}Nf(v)\,\mathrm{d}v}=\frac{\int_{0.5v_0}^{v_0}\frac{a}{v_0}v^2\,\mathrm{d}v}{\int_{0.5v_0}^{v_0}\frac{a}{v_0}v\,\mathrm{d}v}\approx 0.78v_0$$

3.解：(1) 求归一化因子

$\int_{-\infty}^{\infty}|\psi(x)|^2 dx=\int_0^{\infty}\left|Axe^{-\lambda x}\right|^2 dx=A^2\frac{2}{(2\lambda)^3}=\frac{A^2}{4\lambda^3}$. ，所以归一化因子为 $\frac{2\lambda^{\frac{3}{2}}}{A}$.

(2) 粒子坐标的概率分布函数（即概率密度函数）

$$\rho(x)=\left|\frac{2\lambda^{\frac{3}{2}}}{A}\psi(x)\right|^2=\left|\frac{2\lambda^{\frac{3}{2}}}{A}Axe^{-\lambda x}\right|^2=4\lambda^3x^2e^{-2\lambda z}\ (x\geqslant 0)$$

$$\rho(x)=0\ (x<0)$$

(3) 若求粒子概率最大处，令 $\frac{d\rho(x)}{dx}=0$，即

$$2xe^{-2\lambda x}-2\lambda x^2e^{-2\lambda x}=0$$

得

$$x=\frac{1}{\lambda}$$

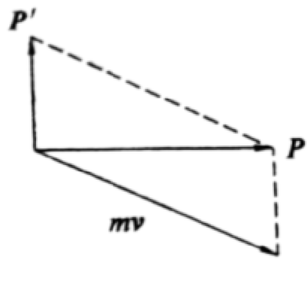
4. 解：设 p,ν 和 p',ν' 分别为入射光子与散射光子的动量和频率，mv 为反冲电子的动量，如图所示，因为散射线与入射线相垂直，散射角 $\phi=\frac{\pi}{2}$，因此可求得散射 X 射线的波长

$$\lambda'=\lambda+\frac{h}{m_ec}=0.724\,\text{Å}$$

根据能量守恒定律 $m_ec^2+h\nu=mc^2+h\nu'$ 且 $E_K=mc^2-m_ec^2$，得

$$E_K=mc^2-m_ec^2=h\nu-h\nu'=hc\frac{\lambda'-\lambda}{\lambda'}=9.42\times10^{-17}\,\text{J}$$

(2) 根据动量守恒定律 $p=p'+mv$，则

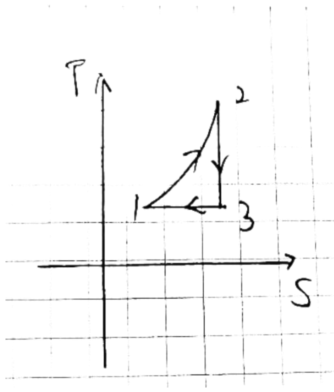


$$mv = \sqrt{p^2 + p'^2} = \sqrt{\left(\frac{\hbar}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\hbar}{\lambda'}\right)^2}$$

$$\cos\theta = \frac{p}{mv} = \frac{\frac{\hbar}{\lambda}}{\sqrt{\left(\frac{\hbar}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\hbar}{\lambda'}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\lambda}{\lambda'}\right)^2}}$$

$$\theta = \cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\lambda}{\lambda'}\right)^2}} = 44.0°$$

5. （注：1-2 线是下凸的！）



等容线对应的 T-S 图与上图中 1-2 的图像趋势相同，只是斜率不同

1-2：$\Delta S_1 = \int \frac{\delta Q}{T} = \int \frac{PdV + \nu C_{Vm} dT}{T}$

由 $P = \frac{\nu RT}{V}$ 得：

$$\Delta S_1 = \int_1^2 \frac{R}{V} dV + \frac{5R}{2T} dT = Rln\frac{V_2}{V_1} + \frac{5R}{2} ln\frac{T_2}{T_1} = 3Rln2$$

2-3：$dS = 0$

3-1：$\Delta S_3 = \int_3^1 \frac{P}{T} dV = \int_3^1 \frac{R}{V} dV = Rln\frac{V_1}{V_3} = -3Rln2$