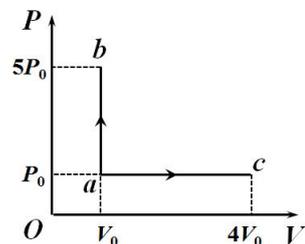


大学物理（王少杰教材）第 1 套阶段训练题答案 热学（9-10 章）

一、填空题（共 30 分）

1. (本题 3 分) 如题 1 图所示, 一定量的理想气体从同一初态 $a(P_0, V_0)$ 开始, 分别经历定体过程 $a \rightarrow b$ 和定压过程 $a \rightarrow c$, b 点的压强为 $5P_0$, c 点的体积为 $4V_0$, 若两个过程中系统吸收热量相同, 则摩尔热容比 γ 等于_____。



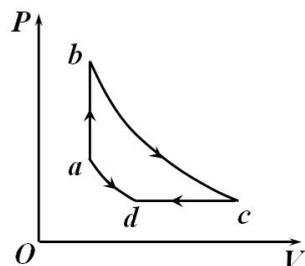
题 1 图

参考答案: $4/3$

2. (本题 3 分) 0.1 kg 氯气 (可视为理想气体) 在等压膨胀情况下, 系统对外做功与从外界吸收热量的比值为_____。

参考答案: $2/7$

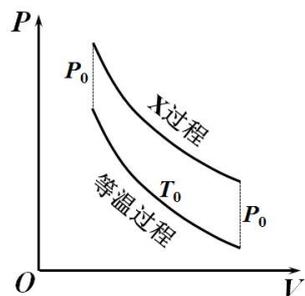
3. (本题 3 分) 理想气体经历如题 3 图所示的循环过程, $a \rightarrow b$ 为等体过程, $b \rightarrow c$ 和 $d \rightarrow a$ 为绝热过程, $c \rightarrow d$ 为等压过程, 已知各点的温度为 T_a 、 T_b 、 T_c 、 T_d , 摩尔热容比为 γ , 则此循环的效率 η 为_____。



题 3 图

参考答案: $1 - \gamma \frac{T_c - T_d}{T_b - T_a}$

4. (本题 3 分) 如题 4 图所示, 物质的量为 ν 的理想气体进行了一次 X 过程, 在 P - V 图上将 X 过程向下平移 P_0 后, 恰好与温度为 T_0 的等温曲线重合, 则 X 过程中 V 与 T 的关系为_____。



题 4 图

参考答案: $V = \frac{\nu R}{P_0}(T - T_0)$

5. (本题 6 分) 分子有效直径为 0.23 nm 的某种气体, 在温度为 $25 \text{ }^\circ\text{C}$ 、压强为 $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ 时, 其分子热运动的平均自由程为_____, 一个分子在 3.5 m 的路程上与其它分子碰撞次数为_____。

参考答案: 173 nm ; 2×10^7

6. (本题 3 分) 一容器内储有三种理想气体, 处于平衡态, a 种气体的分子数密度为 n_1 , 产生的压强为 P_0 , b 种和 c 种气体的分子数密度分别为 $3n_1$ 和 $5n_1$, 则混合气体的压强为_____。

参考答案: $9P_0$

7. (本题 3 分) 有一刚性绝热容器被隔板分为两部分, 其中 1/4 充有 1 mol 理想气体, 另外的 3/4 为真空。现将隔板抽去, 使气体自由膨胀到整个容器中, 则该气体的熵变为_____。

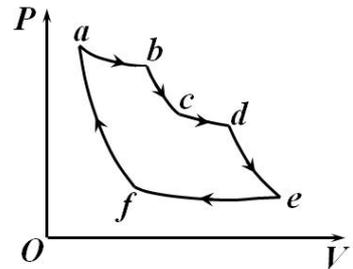
参考答案: $R\ln 4$

8. (本题 6 分) 质量均为 m 、比热均为 c 的 7 个物体, 其中 A 的温度为 T_0 , 其余物体的温度均为 $2T_0$ 。通过物体与物体相互接触中发生的热传导使物体 A 温度升高, 假设接触过程与外界绝热, 则物体 A 可达到的最高温度为_____, 它的熵增量为_____。

参考答案: $\frac{127}{64}T_0 = 1.98T_0; \ln\left(\frac{127}{64}\right)mc = 0.685mc$

二、推导证明题 (共 8 分)

9. (本题 8 分) 题 9 图显示了克劳修斯循环过程, 其中 $a \rightarrow b$ 、 $c \rightarrow d$ 和 $e \rightarrow f$ 是等温过程, 温度分别为 T_1 、 T_2 和 T_3 , $b \rightarrow c$ 、 $d \rightarrow e$ 和 $f \rightarrow a$ 是绝热过程。设系统是一定量的理想气体, 在 $c \rightarrow d$ 过程吸收的热量和 $e \rightarrow f$ 过程中放出的热量相等, 证明此循环的效率为



题 9 图

$$\eta = 1 - \frac{T_2 T_3}{T_2 T_3 + T_1 (T_2 - T_3)}$$

证明: ab 为等温吸热膨胀过程, 有

$$Q_{ab} = \nu RT_1 \ln \frac{V_b}{V_a} \quad (1 \text{ 分})$$

cd 为等温吸热膨胀过程, 有

$$Q_{cd} = \nu RT_2 \ln \frac{V_d}{V_c} \quad (1 \text{ 分})$$

ef 为等温放热压缩过程, 有

$$|Q_{ef}| = \nu RT_3 \ln \frac{V_e}{V_f} \quad (1 \text{ 分})$$

由绝热过程方程, 有

$$T_1 V_b^{\gamma-1} = T_2 V_c^{\gamma-1}, \quad T_2 V_d^{\gamma-1} = T_3 V_e^{\gamma-1}, \quad T_3 V_f^{\gamma-1} = T_1 V_a^{\gamma-1},$$

$$\text{可得 } \frac{V_b}{V_a} = \frac{V_e V_c}{V_f V_d}, \quad (2 \text{ 分})$$

$$\text{由于 } Q_{cd} = |Q_{ef}|, \text{ 得到 } \frac{\ln(V_d/V_c)}{\ln(V_e/V_f)} = \frac{T_3}{T_2}, \quad (1 \text{ 分})$$

循环的效率

$$\begin{aligned}\eta &= 1 - \frac{|Q_{ef}|}{Q_{ab} + Q_{cd}} = 1 - \frac{\nu RT_3 \ln(V_e/V_f)}{\nu RT_1 \ln(V_b/V_a) + \nu RT_2 \ln(V_d/V_c)} \\ &= 1 - \frac{T_3 \ln(V_e/V_f)}{T_1 [\ln(V_e/V_f) - \ln(V_d/V_c)] + T_2 \ln(V_d/V_c)} \\ &= 1 - \frac{T_3(T_2/T_3)}{T_1(T_2/T_3 - 1) + T_2} = 1 - \frac{T_2 T_3}{T_2 T_3 + T_1(T_2 - T_3)}\end{aligned}\quad (2 \text{分})$$

三、计算题 (共 56 分)

10. (本题 6 分) 某容器内有 3 L 的氮气 (可视为理想气体), 其内能为 978 J。(1) 求气体的压强; (2) 设分子总数为 4.6×10^{22} , 求分子的平均平动动能及气体的温度。

解: (1) 设分子数为 N , 由 $E = N \cdot \frac{5}{2} kT$ 和 $P = \frac{N}{V} kT$ 得

$$P = \frac{2E}{5V} = \frac{2 \times 978}{5 \times 3 \times 10^{-3}} = 1.304 \times 10^5 (\text{Pa}) \quad (2 \text{分})$$

(2) 由 $\frac{\bar{\epsilon}_k}{E} = \frac{\frac{3}{2} kT}{N \cdot \frac{5}{2} kT}$ 得分子的平均平动动能:

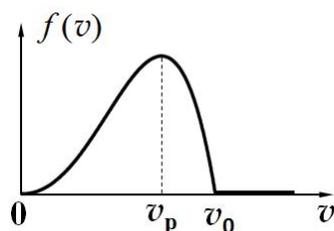
$$\bar{\epsilon}_k = \frac{3E}{5N} = \frac{3 \times 978}{5 \times 4.6 \times 10^{22}} = 1.276 \times 10^{-20} (\text{J}) \quad (2 \text{分})$$

由 $E = N \cdot \frac{5}{2} kT$ 得气体的温度:

$$T = \frac{2E}{5Nk} = \frac{2 \times 978}{5 \times 4.6 \times 10^{22} \times 1.38 \times 10^{-23}} = 616.3 (\text{K}) \quad (2 \text{分})$$

11. (本题 10 分) 如题 11 图所示, 设某种气体分子的速率分布函数为:

$$f(v) = \begin{cases} a(-2v^4 + v_0 v^3 + v_0^2 v^2) & (0 \leq v \leq v_0) \\ 0 & (v > v_0) \end{cases}$$



题 11 图

求: (1) 常量 a 与 v_0 的关系; (2) 分子的最概然速率 v_p ; (3) $0 \sim v_0$ 区间内分子的平均速率; (4) $0 \sim v_p$ 区间内分子的平均速率; (5) $0 \sim v_p$ 区间内的分子占总分子数的百分比。

解：(1) 由归一化条件 $\int_0^{\infty} f(v)dv = 1$ 得到：

$$\int_0^{\infty} f(v)dv = \int_0^{v_0} a(-2v^4 + v_0v^3 + v_0^2v^2)dv = \frac{11}{60}av_0^5 = 1,$$

$$\text{所以 } a = \frac{60}{11v_0^5} \quad (2 \text{ 分})$$

$$(2) \text{ 由 } \frac{df(v)}{dv} = a(-8v^3 + 3v_0v^2 + 2v_0^2v) = av(-8v^2 + 3v_0v + 2v_0^2) = 0,$$

得到当 $f(v)$ 取极大值时，对应分子的最概然速率

$$v_p = \frac{3 + \sqrt{73}}{16}v_0 = 0.72v_0 \quad (2 \text{ 分})$$

(3) $0 \sim v_0$ 区间内分子的平均速率

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \frac{\int_0^{v_0} vNf(v)dv}{\int_0^{v_0} Nf(v)dv} = \int_0^{v_0} vf(v)dv \\ &= \int_0^{v_0} va(-2v^4 + v_0v^3 + v_0^2v^2)dv = a\frac{7}{60}v_0^6 = 0.64v_0 \end{aligned} \quad (2 \text{ 分})$$

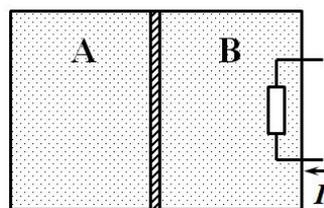
(4) $0 \sim v_p$ 区间内分子的平均速率

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \frac{\int_0^{v_p} Nvf(v)dv}{\int_0^{v_p} Nf(v)dv} = \frac{\int_0^{v_p} vf(v)dv}{\int_0^{v_p} f(v)dv} \\ &= \frac{\int_0^{v_p} v(-2v^4 + v_0v^3 + v_0^2v^2)dv}{\int_0^{v_p} (-2v^4 + v_0v^3 + v_0^2v^2)dv} = \frac{0.0594v_0^6}{0.114v_0^5} = 0.52v_0 \end{aligned} \quad (2 \text{ 分})$$

(5) $0 \sim v_p$ 区间内的分子占总分子数的百分比

$$\begin{aligned} \frac{\Delta N}{N} &= \int_0^{v_p} f(v)dv = \int_0^{v_p} a(-2v^4 + v_0v^3 + v_0^2v^2)dv \\ &= \frac{60}{11v_0^5} \times 0.114v_0^5 = 62.2\% \end{aligned} \quad (2 \text{ 分})$$

12. (本题 10 分) 如题 12 图所示，容积为 100 L 的绝热容器，中间用一绝热板隔开。绝热板可无摩擦自由滑动，A、B 两部分各装有 1 mol 氦气（可视为理想气体）。最初压强是 $2 \times 10^4 \text{ Pa}$ ，隔板停在中间，现通过 B 中电阻对其缓慢加热，直到 A 部分气体体积缩小到原来的一半为止。求：(1) B 中气体的过程方程；(2) 两部分气体的各自最后温度；(3) B 中气体吸收的热量。



题 12 图

解: (1) A 部分气体经历绝热过程, 则

$$P_A V_A^\gamma = P_{A0} V_{A0}^\gamma = 2 \times 10^4 \times 0.05^{5/3} = 135.7$$

活塞滑动过程中,

$$P_A = P_B; V_A = V_{\text{总}} - V_B = 0.1 - V_B$$

代入上式, 得 B 中气体的过程方程

$$P_B (0.1 - V_B)^{5/3} = 135.7 \quad (2 \text{ 分})$$

(2) A 中气体的最后温度:

$$T_A = T_{A0} \left(\frac{V_{A0}}{V_A} \right)^{\gamma-1} = \frac{P_{A0} V_{A0}}{R} \left(\frac{V_{A0}}{V_A} \right)^{2/3} = \frac{2 \times 10^4 \times 0.05}{8.31} \times \left(\frac{0.05}{0.025} \right)^{2/3} = 191(\text{K}) \quad (2 \text{ 分})$$

B 中气体的最后压强:

$$P_B = \frac{135.7}{(0.1 - V_B)^{5/3}} = \frac{135.7}{(0.1 - 0.075)^{5/3}} = 6.349 \times 10^4 (\text{Pa}) \quad (1 \text{ 分})$$

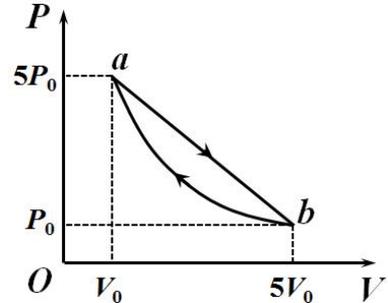
B 中气体的最后温度:

$$T_B = \frac{P_B V_B}{R} = \frac{6.349 \times 10^4 \times 0.075}{8.31} = 573(\text{K}) \quad (2 \text{ 分})$$

(3) B 中气体吸收的热量:

$$\begin{aligned} Q_B &= \Delta E_B + A_B = \frac{3}{2} R (T_B - T_{B0}) + \int_{V_{B0}}^{V_B} P_B dV_B \\ &= \frac{3}{2} R \left(T_B - \frac{P_{B0} V_{B0}}{R} \right) + \int_{V_{B0}}^{V_B} \frac{135.7}{(0.1 - V_B)^{5/3}} dV_B \\ &= \frac{3}{2} \times 8.31 \times \left(573 - \frac{2 \times 10^4 \times 0.05}{8.31} \right) + \frac{135.7}{\frac{2}{3} (0.1 - V_B)^{2/3}} \Bigg|_{V_{B0}}^{V_B} = 6.523 \times 10^3 (\text{J}) \quad (3 \text{ 分}) \end{aligned}$$

13. (本题 12 分) 1 mol 氧气 (可视为理想气体) 经历如题 13 图所示的循环 $a \rightarrow b \rightarrow a$, 气体在 a 点的压强和体积分别为 $5P_0$ 和 V_0 , 经直线过程 $a \rightarrow b$ 到达 b 点, 其压强和体积分别为 P_0 和 $5V_0$, 再由 b 点经等温过程 $b \rightarrow a$ 回到 a 点。求: (1) $a \rightarrow b$ 中绝热点 ($\delta Q = 0$) 的位置; (2) 将此 $P-V$ 图画成 $T-V$ 图; (3) 此循环的效率。



题 13 图

解: (1) 设 $a \rightarrow b$ 过程的状态方程为 $P = \alpha V + \beta$, 把 a 和 b 处的坐标代入方程, 得

$$5P_0 = \alpha V_0 + \beta$$

$$P_0 = \alpha \cdot 5V_0 + \beta$$

解方程组，得到 $\alpha = -\frac{P_0}{V_0}$; $\beta = 6P_0$

$$a \rightarrow b \text{ 过程方程为 } P = -\frac{P_0}{V_0}V + 6P_0 \quad (1 \text{ 分})$$

绝热点 $\delta Q = dE + PdV = 0$ ，所以

$$PdV = -dE = -\frac{5}{2}RdT,$$

由 $PV = RT$ ，得

$$PdV + VdP = RdT = -\frac{2}{5}PdV,$$

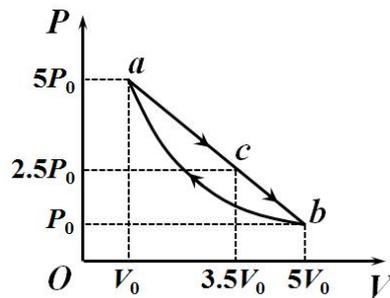
$$\frac{7}{5}PdV + VdP = 0, \quad (2 \text{ 分})$$

代入过程方程 $P = -\frac{P_0}{V_0}V + 6P_0$ 和 $dP = -\frac{P_0}{V_0}dV$ ，

$$\left[\frac{7}{5} \left(-\frac{P_0}{V_0}V + 6P_0 \right) - \frac{P_0}{V_0}V \right] dV = 0,$$

所以 $V_c = 3.5V_0$; $P_c = 2.5P_0$ ，此为绝热点，位于下图中 c 点，(2 分)

$a \rightarrow c$ ，吸热； $c \rightarrow b$ ，放热。



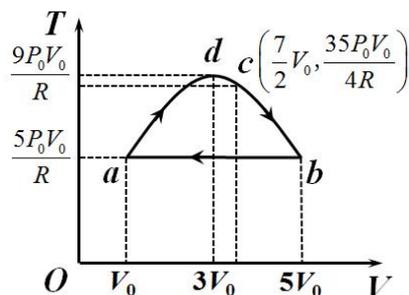
$$(2) \text{ 温度 } T = \frac{PV}{R} = -\frac{P_0}{RV_0}V^2 + \frac{6P_0}{R}V \quad (1 \text{ 分})$$

由 $\frac{dT}{dV} = -\frac{2P_0}{RV_0}V + \frac{6P_0}{R} = 0$ ，得到 T 最大时，

$$V = 3V_0; P = 3P_0,$$

$$\text{最大温度 } T_{\max} = \frac{PV}{R} = \frac{9P_0V_0}{R},$$

得到 T - V 图如下图所示， T_{\max} 位于图中 d 点。(2 分)



(3) a 和 b 处的温度为 $T_a = T_b = \frac{5P_0V_0}{R}$, c 处的温度 $T_c = \frac{35P_0V_0}{4R}$,

循环过程吸热

$$Q_{ac} = \Delta E_{ac} + A_{ac} = \frac{5}{2}R(T_c - T_a) + \frac{1}{2}(P_a + P_c)(V_c - V_a) = \frac{75}{4}P_0V_0 \quad (1 \text{ 分})$$

循环过程放热

$$Q_{cb} = \Delta E_{cb} + A_{cb} = \frac{5}{2}R(T_b - T_c) + \frac{1}{2}(P_b + P_c)(V_b - V_c) = -\frac{27}{4}P_0V_0 \quad (1 \text{ 分})$$

$$Q_{ba} = A_{ba} = RT_b \ln \frac{V_a}{V_b} = R \cdot \frac{5P_0V_0}{R} \cdot \ln \frac{V_0}{5V_0} = -5 \ln 5 P_0V_0 \quad (1 \text{ 分})$$

循环的效率

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{cb}| + |Q_{ba}|}{Q_{ac}} = 1 - \frac{27P_0V_0/4 + 5 \ln 5 P_0V_0}{75P_0V_0/4} = \frac{4 \times (12 - 5 \ln 5)}{75} = 21.1\% \quad (1 \text{ 分})$$

14. (本题 8 分) 一封闭绝热筒, 被一个与绝热筒密接而无摩擦的导热活塞分为两部分, 体积均为 $V_0 = 2 \text{ L}$ 。将活塞固定在正中间, 一边充以 $T_0 = 400 \text{ K}$ 、 $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$ 的空气, 另一边充以 400 K 、 $3 \times 10^5 \text{ Pa}$ 的空气。然后活塞被释放, 并在新的位置达到平衡, 求平衡后气体的温度、压强以及熵的增加值。

解: (1) 外界无传热, 无做功, 整个绝热筒两部分空气内能无变化, 所以温度不变, 末状态温度仍为 $T_0 = 400(\text{K})$ 。 (1分)

(2) 设两部分气体末压强为 P_1 , 左侧体积为 V_1 , 右侧则为 $(2V_0 - V_1)$, 由两部分各自的状态方程得

$$\begin{aligned} P_0V_0 &= P_1V_1 \\ 3P_0V_0 &= P_1(2V_0 - V_1) \end{aligned} \quad (1 \text{ 分})$$

$$V_1 = \frac{1}{2}V_0$$

$$P_1 = 2P_0 = 2 \times 10^5 (\text{Pa}) \quad (1 \text{ 分})$$

(3) 设气体经过无摩擦的准静态过程, 即经过一个可逆过程由初态到末态, 则总的熵增加为

$$\Delta S = \Delta S_{\text{左}} + \Delta S_{\text{右}} = \int \frac{\delta Q_{\text{左}}}{T_{\text{左}}} + \int \frac{\delta Q_{\text{右}}}{T_{\text{右}}} = \int_{V_0}^{V_0/2} \frac{PdV}{T_0} + \int_{V_0}^{3V_0/2} \frac{P'dV'}{T_0} \quad (2\text{分})$$

由过程方程 $P_0V_0 = PV$, $3P_0V_0 = P'V'$ 得

$$\text{左侧压强 } P = \frac{P_0V_0}{V},$$

$$\text{右侧压强 } P' = \frac{3P_0V_0}{V'}, \quad (1\text{分})$$

$$\begin{aligned} \Delta S &= \frac{P_0V_0}{T_0} \int_{V_0}^{V_0/2} \frac{dV}{V} + \frac{3P_0V_0}{T_0} \int_{V_0}^{3V_0/2} \frac{dV'}{V'} \\ &= \frac{P_0V_0}{T_0} \ln \frac{1}{2} + \frac{3P_0V_0}{T_0} \ln \frac{3}{2} = \frac{P_0V_0}{T_0} \left(\ln \frac{1}{2} + 3 \ln \frac{3}{2} \right) = 0.262(\text{J/K}) \end{aligned} \quad (2\text{分})$$

15. (本题 10 分) 质量为 2 kg、温度为 -15°C 的冰, 在压强为 $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ 、温度为 25°C 下溶解变成水, 整个过程分为: (a) -15°C 的固态冰在定压条件下从周围环境吸热, 成为 0°C 的固态冰; (b) 0°C 的固态冰等温地吸热熔解为 0°C 的液态水; (c) 0°C 的水定压吸热, 成为 25°C 的水。求: (1) 此过程中的熵变 (整个过程中周围环境温度不变); (2) 在 0°C 时冰变成 0°C 的水时, 水的微观状态数与冰的微观状态数之比。已知: 水的定压比热容 $c_{pw} = 4.22 \times 10^3 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, 冰的定压比热容 $c_{pi} = 2.09 \times 10^3 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, 冰的熔解热 $L = 3.34 \times 10^5 \text{ J/kg}$ 。

解: (1) (a)过程的熵变

$$\begin{aligned} \Delta S_a &= \int \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{mc_{pi}dT}{T} = mc_{pi} \ln \frac{T_2}{T_1} \\ &= 2 \times 2.09 \times 10^3 \times \ln \frac{273}{258} = 236.2(\text{J/K}) \end{aligned} \quad (1\text{分})$$

(b)过程的熵变

$$\Delta S_b = \frac{\Delta Q_b}{T_2} = \frac{mL}{T_2} = \frac{2 \times 3.34 \times 10^5}{273} = 2446.9(\text{J/K}) \quad (1\text{分})$$

(c)过程的熵变

$$\begin{aligned} \Delta S_c &= \int \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_2}^{T_3} \frac{mc_{pw}dT}{T} = mc_{pw} \ln \frac{T_3}{T_2} \\ &= 2 \times 4.22 \times 10^3 \times \ln \frac{298.15}{273.15} = 739.5(\text{J/K}) \end{aligned} \quad (1\text{分})$$

在(a), (b), (c)过程中, 环境放热

$$\begin{aligned} \Delta Q_d &= -[mc_{pi}(T_2 - T_1) + mL + mc_{pw}(T_3 - T_2)] \\ &= -\left(2 \times 2.09 \times 10^3 \times 15 + 2 \times 3.34 \times 10^5 + 2 \times 4.22 \times 10^3 \times 25 \right) = -9.417 \times 10^5(\text{J}) \end{aligned} \quad (2\text{分})$$

环境的熵变

$$\Delta S_d = \frac{\Delta Q_d}{T_3} = \frac{-9.417 \times 10^5}{298} = -3160.1(\text{J/K}) \quad (1 \text{分})$$

过程的总熵变

$$\Delta S = \Delta S_a + \Delta S_b + \Delta S_c + \Delta S_d = 262.5(\text{J/K}) \quad (1 \text{分})$$

(2) 按玻尔兹曼关系, (b)过程的熵变可以表示为

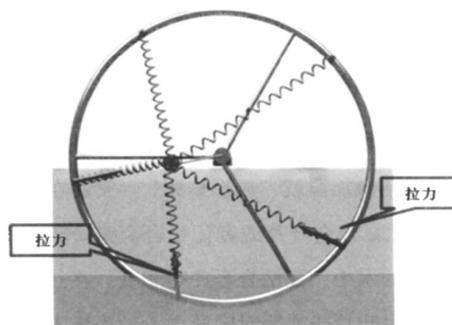
$$\Delta S_b = S_w - S_i = k \ln W_w - k \ln W_i = k \ln \frac{W_w}{W_i} \quad (1 \text{分})$$

水的微观状态数与冰的微观状态数之比

$$\frac{W_w}{W_i} = \exp\left(\frac{\Delta S_b}{k}\right) = \exp\left(\frac{2446.9}{1.38 \times 10^{-23}}\right) = \exp(1.77 \times 10^{26}) \rightarrow \infty \quad (2 \text{分})$$

四、设计应用题 (共 6 分)

16. (本题 6 分) 如题 16 图所示, 安装在转轮上的记忆合金弹簧在高于其“转变温度”的水中缩短, 在空气中伸长。这就使得弹簧组对转轮中心的力矩不为零, 在此力矩的作用下, 转轮便转动起来了。若在下面放上热水, 转轮能否不停地转动而形成“第二类永动机”(忽略空气和水的阻力)? 并解释原因。



题 16 图

参考答案: 不能。记忆合金虽然只从热水中吸收热量, 但是它同时必须不停地向空气中散热冷却, 依靠记忆合金的依次收缩和恢复使转轮运动。所以, 该装置并不是只从单一热源吸收热量, 空气是它的低温热源, 或者说转轮的运动也把部分热量散发到空气中去了。随着热水中的热量经记忆合金不断散入空气中, 热水温度逐渐降低, 当它与空气温度平衡时, 转轮就停止运动了。