大学物理A

文 / Gaster

说明：矢量用黑体字母表示。约定$\boldsymbol{i}$,$\boldsymbol{j}$,$\boldsymbol{k}$为直角坐标系x,y,z轴方向的单位矢量，$\boldsymbol{e_t}$,$\boldsymbol{e_n}$为自然坐标系径向和法向单位矢量。以流数形式$\dot{x}(t)$表示对时间的导数，所有积分用一个积分号$\int$表示，三重积分、曲线积分、曲面积分以下标$\int_V$,$\int_l$,$\int_S$表示。

力学

质点运动学

质点：当忽略物体大小和形状的变化时，可以把物体当做一个有质量的点来处理。

参考系：为描述物体运动而选择的标准物。

运动的描述：

位矢：$\boldsymbol{r}(t)=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$

位矢方程同时也是质点的运动方程。

位移：$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r_B}-\boldsymbol{r_A}$

速度：$\boldsymbol{v}=\dot{\boldsymbol{x}}(t)$

加速度：$\boldsymbol{a}=\dot{\boldsymbol{v}}(t)$

圆周运动

由数学极坐标系相关知识可知可以用角量较为方便地描述圆周运动。

角位移：$\boldsymbol{\theta}$定义为在t时间内转过的角度，方向由右手螺旋定则确定。

角速度：$\boldsymbol{\omega}=\dot{\boldsymbol{\theta}}(t)$

角加速度：$\boldsymbol{\alpha}=\dot{\boldsymbol{\omega}}(t)$

角量与线量的关系：

$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}$,$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{r}$

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a_t}+\boldsymbol{a_n}=\dot{v}\boldsymbol{e_t}+v\dot{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{t}}=\dot{v}\boldsymbol{e_t}+\frac{v^2}{r}\boldsymbol{e_n}=r\alpha\boldsymbol{e_t}+r\omega^2\boldsymbol{e_n}$$

对一般曲线运动，$\boldsymbol{a}=\dot{v}\boldsymbol{e_t}+\dfrac{v^2}{\rho}\boldsymbol{e_n}$，$\rho$为曲率半径。

相对运动（伽利略变换）

$\Delta\boldsymbol{r}=\Delta\boldsymbol{r}'+\Delta\boldsymbol{D}=\Delta\boldsymbol{r}'+\boldsymbol{u}\Delta t$

求导得：$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}'+\boldsymbol{u}$，即绝对速度=牵连速度+相对速度。

质点动力学

牛顿运动定律

牛顿第一定律（惯性定律）

任何物体都要保持其静止或匀速直线运动状态，直到外界作用于它，迫使它改变运动状态。

牛顿第二定律

$\boldsymbol{F}=\dot{\boldsymbol{p}}(t)$或$\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$

牛顿第三定律

两个物体的作用力$\boldsymbol{F}$与反作用力$\boldsymbol{F}'$沿同一直线，大小相等，方向相反，分别作用在两个物体上。

力学相对性原理（伽利略相对性原理）

$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}'$，在所有的惯性系中，牛顿力学的规律都具有相同的形式。

万有引力定律

$\boldsymbol{F}=-G\dfrac{m_1m_2}{r^2}\boldsymbol{e}_r$

功能原理和能量守恒定律

功的计算

$W=\int\mathrm{d}W=\int\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\int_A^B F\cos\theta\mathrm{d}s$

$P=\dot{W}(t)=\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{v}$

动能定理

$W=E_{k2}-E_{k1}=\dfrac{1}{2}mv_2^2-\dfrac{1}{2}mv_1^2$

保守力做功与势能

保守力沿任意闭合路径做功$W=\oint_l\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}=0$，即保守力做功与路径无关。

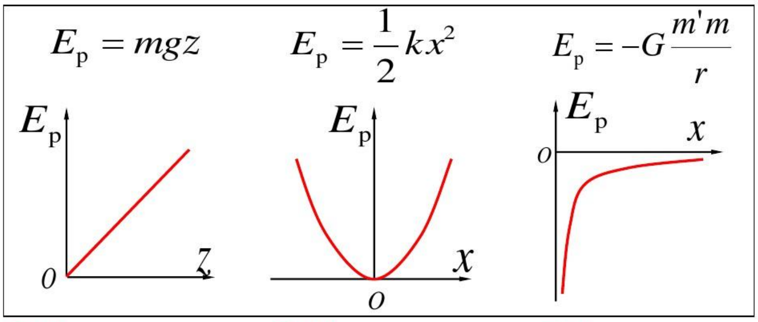
由数学知，保守力必存在势场，使得$\boldsymbol{F}=\nabla E_p$，称之为保守力的势能。

引力势能：$E_p=-G\dfrac{mm'}{r}$(重力势能$E_p=mgy$)

弹性势能：$E_p=\dfrac{1}{2}kx^2$

3-5 保守力与非保守力 势能

四 势能曲线



重力势能曲线 弹性势能曲线 引力势能曲线

$z=0,\ E_p=0$ $x=0,\ E_p=0$ $r\to\infty,\ E_p=0$

质点系的动能定理和功能原理

$$\sum_{i=1}^{n} W_i = \sum_{i=1}^{n} E_{ki} - \sum_{i=1}^{n} E_{ki0}$$

或$W^{ex} + W^{in} = \sum_{i=1}^{n} E_{ki} - \sum_{i=1}^{n} E_{ki0}$

$$W^{ex} + W^{in}_{nc} = E - E_0$$

机械能守恒定律

当外力和非保守内力不做功，即$W^{ex} = W^{in}_{nc} = 0$时，有$E = E_0$，即：

$\sum E_{ki} + \sum E_{pi} = \sum E_{ki0} \sum E_{pi0}$或$\Delta E_k = -\Delta E_p$

质点系内的动能和势能相互转化，但机械能守恒。

动量定理和动量守恒定律

动量定理

质点：$\boldsymbol{I} = \int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{F}(t)\mathrm{d}t = \boldsymbol{p_2} - \boldsymbol{p_1}$

质点系：$\boldsymbol{I^{ex}} = \int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{F^{ex}}\mathrm{d}t = \boldsymbol{p_2} - \boldsymbol{p_1}$

动量守恒定律

当$\sum F^{ex} = 0$时，系统总动量不变。

质量移动问题（火箭加速）

火箭-燃料系统质量为m'，速度为$\boldsymbol{v}$，在$t \to t + \Delta t$时间间隔内，有Δm的燃料以$\boldsymbol{u}$速度变为粒子流相对火箭喷射出去，则在$t + \Delta t$时刻火箭速度为$\boldsymbol{v} + \Delta\boldsymbol{v}$，而粒子流速度为$\boldsymbol{v} + \Delta\boldsymbol{v} + \boldsymbol{u}$

$$\Delta\boldsymbol{p} = (m' - \Delta m)(\boldsymbol{v} + \Delta\boldsymbol{v}) + \Delta m(\boldsymbol{v} + \Delta\boldsymbol{v} + \boldsymbol{u}) - m'\boldsymbol{v} = m\Delta\boldsymbol{v} + \boldsymbol{u}\Delta m$$

故$\dot{\boldsymbol{p}} = m'\dot{\boldsymbol{v}} + u\dot{m} = m'\dot{\boldsymbol{v}} - u\dot{m'} = \boldsymbol{F}$

则$m'\dot{\boldsymbol{v}} = u\dot{m'} + \boldsymbol{F}$

在外太空$\boldsymbol{F} = 0$，则有$m'\dot{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{u}\dot{m'}$，解得$\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v_0} = -\boldsymbol{u}\ln\frac{m'_0}{m'}$

取$\boldsymbol{v}$为正向，则$v=v_0+u\ln\frac{m_0'}{m'}=v_0+u\ln N$

碰撞问题

弹性正碰

$$\begin{cases} v_1=\dfrac{(m_1-m_2)v_{10}+2m_2v_{20}}{m_1+m_2} \\ v_2=\dfrac{(m_2-m_1)v_{20}+2m_1v_{10}}{m_1+m_2} \end{cases}$$

完全非弹性碰撞

$E_{损}=\frac{1}{2}\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}(v_{10}-v_{20})^2$

质心运动定理

质心$\boldsymbol{r_C}=\frac{\int\boldsymbol{r_i}\mathrm{d}m}{\sum m}$

$m\boldsymbol{r_C}=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{p_i}$

$\boldsymbol{F^{ex}}=m\boldsymbol{a_C}$

刚体力学

转动定律

$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F}$，$J=\int r^2\mathrm{d}m$

$\boldsymbol{M}=J\boldsymbol{\alpha}$

平行轴定理

$J=J_c+md^2$

垂直轴定理

$J_z=J_x+J_y$

常见的刚体的转动惯量

细棒转动轴通过中心与棒垂直$J=\frac{ml^2}{12}$

细棒转动轴通过棒的一端与棒垂直$J=\frac{ml^2}{3}$

圆柱体（圆盘）转轴沿几何轴$J=\frac{mR^2}{2}$

薄圆环（圆柱面）转轴沿几何轴$J=mR^2$

圆筒转轴沿几何轴$J=\frac{m(R_1^2+R_2^2)}{2}$

球体转轴沿任意直径$J=\frac{2mR^2}{5}$

球壳转轴沿任意直径$J=\frac{2mR^2}{3}$

角动量定理和角动量守恒

质点角动量$\boldsymbol{L}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{p}$，刚体对定轴的角动量$\boldsymbol{L}=J\boldsymbol{\omega}$

角动量定理

$\boldsymbol{M}=\dot{\boldsymbol{L}}(t)$或$\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{M}\mathrm{d}t=\boldsymbol{L_2}-\boldsymbol{L_1}$

角动量守恒定律

合外力矩$\boldsymbol{M}=0$时，系统角动量守恒。

刚体的动能定理

$W=\int\mathrm{d}W=\int_0^{\theta}\boldsymbol{M}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}$

转动动能$E_k=\dfrac{1}{2}J\omega^2$

$W=\dfrac{1}{2}J\omega_2^2-\dfrac{1}{2}J\omega_1^2$

流体力学

静止流体的平衡方程

作用在流体上的力分为：面积力（用压强描述）和体积力（作用在质量微元上的力，如重力）。

面积力：$\mathrm{d}\boldsymbol{F}=-\nabla p\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$

体积力：$\mathrm{d}\boldsymbol{F}=\rho\boldsymbol{f}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$

平衡方程：$\rho\boldsymbol{f}=\nabla p$

流体运动的描述

取流体中每个空间点上的空间元，其速度、密度、压强等物理量是位置的函数，用场的观点研究流体。

若流速场$\boldsymbol{v}$只与时间t有关而与位置无关，则称流体为均匀流动。

连续性原理

$\oint_S\rho\boldsymbol{v}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=-\int_V\dfrac{\partial\rho}{\partial t}\mathrm{d}V$

对不可压缩流体，ρ为常量，则$\oint_S\boldsymbol{v}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=0$

伯努利原理

能量守恒在流体力学的体现。

$p_1+\rho gh_1+\dfrac{1}{2}\rho v_1^2=p_2+\rho gh_2+\dfrac{1}{2}\rho v_2^2$

牛顿粘性定律

相对运动的层流间内摩擦力的大小为：

$\Delta F=\eta\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}z}\Delta S$

实际流体流动需克服内摩擦做功，则伯努利方程需加上克服内摩擦做功w

泊肃叶公式

由牛顿粘性定律得$v(r)=\frac{p_1-p_2}{4\eta l}(R^2-r^2)$

则流量$Q_V=\int_0^R v\cdot 2\pi r\mathrm{d}r=\frac{p_1-p_2}{8\eta l}\pi R^4$，这即为泊肃叶公式。

平均流速$\overline{v}=\frac{Q_V}{S}$

能量密度$w=\frac{8\eta l}{R^2}\overline{v}$

雷诺数

当流速产生垂直轴线的分量破坏层流时，流体进入湍流状态，此时$w=k\overline{v}^2$

由层流变为湍流与流速v有关，还与密度ρ、内半径r和粘度η有关。

雷诺数是流体由层流转变为湍流的标志参数。

$Re=\frac{\rho vr}{\eta}$

斯托克斯公式

在黏性流体中运动的球体所受的阻力

$F=6\pi\eta rv$（修正公式为：$F=6\pi\eta rv(1+K\frac{r}{R})$，$K$取值在2至2.5之间）

电磁学

静电场

库仑定律

点电荷：忽略了带电体的大小、形状和电荷分布而将之抽象成一个只有质量和电量的点。当带电体本身的线度d比距离r小得多时，带电体可以近似当成点电荷。

$\boldsymbol{F}=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q_1q_2}{r^2}\boldsymbol{e_r}$

电场强度

$\boldsymbol{E}=\frac{\boldsymbol{F}}{q_0}$，点电荷场强为$\boldsymbol{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r^2}\boldsymbol{e_r}$

场强满足矢量叠加原理：$\boldsymbol{E}=\sum\boldsymbol{E_i}$，利用微元法，将复杂带电体分成电荷元$\mathrm{d}q$进行场强$\mathrm{d}\boldsymbol{E}$计算再求积分。

电势能和电势

静电场力为保守力，据此定义势场,$\boldsymbol{E}=-\nabla V$。

$E_p=q_0\int_{AB}\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}(E_{pB}=0)$

$V_A=\int_{A\infty}\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}$，点电荷电势$V=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r}$

电势满足标量叠加原理：$V=\sum V_i$，同样可以利用微元法求复杂带电体的电势分布。

静电场的高斯定理和环路定律

高斯定理：

$$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\frac{\sum q}{\varepsilon_0}$$

电场的环路定律：

$$\oint_l \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=0$$

典型带电体的场强和电势分布：

带电圆环：$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{qx}{(x^2+R^2)^{\frac{3}{2}}},V=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q}{\sqrt{x^2+R^2}}$

带电薄圆盘：$E=\frac{\sigma x}{2\varepsilon}(\frac{1}{\sqrt{x^2}}-\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}),V=\frac{\sigma}{2\varepsilon}(\sqrt{x^2+R^2}-x)$

无限长带电直线：$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon r},V=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{r_B}{r}$（以距离直线距离为$r_B$的点为零电势点）

均匀带电平面：$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon}$，$V=\frac{\sigma}{2\varepsilon}(r_0-r)$（取距离带电平板距离为$r_0$的点为零电势点）

均匀带电球体：

$$E=\begin{cases}\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Qr}{R^3} & ,r<R\\ \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r^2} & ,r>R\end{cases}$$

$$V=\begin{cases}\frac{3Q}{8\pi\varepsilon R}-\frac{Qr^2}{4\pi\varepsilon R^3} & ,r\le R\\ \frac{Q}{4\pi\varepsilon r} & ,r>R\end{cases}$$

带电球面：

$$E=\begin{cases}0 & ,r<R\\ \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r^2} & ,r>R\end{cases}$$

$$V=\begin{cases}\frac{Q}{4\pi\varepsilon R} & ,r\le R\\ \frac{Q}{4\pi\varepsilon r} & ,r>R\end{cases}$$

静电平衡

导体中的自由电子在外电场作用下定向移动最终达到内部场强$\boldsymbol{E}=\mathbf{0}$时，内部无电荷作定向移动，达到静电平衡。此时导体表面场强与表面垂直且导体是一个等势体。

静电平衡时电荷只能分布在表面且$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

电偶极子和电介质

电偶极子的场强和电势

电偶极子：由两个电荷量相等、符号相反、相距为r_0的点电荷$+q$和$-q$构成的电荷系。从$-q$指向$+q$的矢量$\boldsymbol{r_0}$为电偶极子的轴，$\boldsymbol{p}=q\boldsymbol{r_0}$为电偶极子的电偶极矩（简称电矩）。

轴线延长线上：$\boldsymbol{E}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{2\boldsymbol{p}}{x^3}$

中垂线上：$\boldsymbol{E}=-\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\boldsymbol{p}}{\left(y^2+\dfrac{r_0^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}$

任意位置：$\boldsymbol{E}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}(\dfrac{3(\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{e}_r)\boldsymbol{e_r}}{r^3}-\dfrac{\boldsymbol{p}}{r^3})$，$V=\dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{e_r}}{r^2}$

电偶极子在外电场$\boldsymbol{E}$作用下受力矩$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{p}\times\boldsymbol{E}$的作用旋转至$\theta=0$的位置。电势能为$E_p=-\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{E}$

电介质的极化

无极分子在外电场作用下正负电荷中心将偏移，产生极化电荷；有极分子无序的电偶极子排序将朝向电场方向，产生极化电荷。

$\boldsymbol{P}=\dfrac{\sum\boldsymbol{p}}{\Delta V}$称为电极化强度，$P=\dfrac{\sum p}{\Delta V}=\dfrac{\sigma'\Delta Sl}{\Delta Sl}=\sigma'$

$\boldsymbol{E}=\dfrac{\boldsymbol{E_0}}{\varepsilon_r}$，则极化电场$E'=E_0-E=\dfrac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r}E_0$，则$Q'=\dfrac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r}Q_0$

故$\boldsymbol{P}=(\varepsilon_r-1)\varepsilon_0\boldsymbol{E}=\chi_e\varepsilon_0\boldsymbol{E}$

有介质时的高斯定理

电位移（电感应强度）$\boldsymbol{D}=\varepsilon_0\varepsilon_r\boldsymbol{E}$

$\oint_S\boldsymbol{D}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\sum q$

电容

$C=\dfrac{Q}{V}$

常见电容器的电容

球形孤立导体：$C=4\pi\varepsilon R$

平行板电容器：$C=\dfrac{\varepsilon S}{d}$

圆柱形电容器：$C=\dfrac{2\pi\varepsilon l}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}$

球形电容器：$C=4\pi\varepsilon(\dfrac{R_1R_2}{R_2-R_1})$

两根直导线单位长度电容：$C=\dfrac{\pi\varepsilon}{\ln\dfrac{d-R}{R}}$

静电场的能量

$W_e = \frac{1}{2}CU^2$

$w_e = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 = \frac{1}{2}\boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{E}$

静磁场

毕奥-萨伐尔定律

电流元产生的磁场：$\mathrm{d}\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{e_r}}{r^2}$

对圆电流，磁矩$\boldsymbol{m} = IS\boldsymbol{e_n}$

电荷产生的磁场$\boldsymbol{B} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{B}}{\mathrm{d}N} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{e_r}}{r^2}$

静磁场的高斯定理和安培环路定律

磁场的高斯定理：

$\oint_S \boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0$

安培环路定律：

$\oint_l \boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} = \mu_0\sum I$

常见的磁场分布

载流直导线：$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}(cos\theta_1 - cos\theta_2)$（对无限长直导线：$\theta_1 = 0, \theta_2 = \pi$，则$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$）

圆电流：$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2x^3} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{IS}{x^3}$，矢量式为：$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\boldsymbol{m}}{x^3}$

通电螺线管：$B = \frac{\mu_0 nI}{2}(cos\beta_2 - cos\beta_1)$，若无限长：$B = \mu_0 nI$，若半无限长：$B = \frac{1}{2}\mu_0 nI$

带电圆盘匀速率转动，中心处：$B = \frac{\mu_0\omega\sigma R}{2}$

无限长载流圆柱体：

$$B = \begin{cases} \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{Ir}{R^2} & ,r<R \\ \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r} & ,r>R \end{cases}$$

磁场中力的作用

洛伦兹力

$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$

旋转半径$r = \frac{mv_0}{qB}$，旋转周期$T = \frac{2\pi m}{qB}$

霍尔效应

将宽为b、为d的导电板放在磁场$\boldsymbol{B}$中，通以纵向电流I，则在横向侧面呈现出电势差。

$$U_H = \frac{1}{nq}\frac{IB}{d}$$

安培力

$$\boldsymbol{F} = \int_l I\mathrm{d}\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}$$

磁力矩

$$\boldsymbol{M} = N\boldsymbol{m} \times \boldsymbol{B}$$

磁介质

顺磁质与抗磁质

物质分子中电子具有轨道磁矩，电子具有自旋磁矩，全部磁矩的矢量和称为分子磁矩$\boldsymbol{m}$

顺磁质内部的分子磁矩取向无规的，总磁矩为0，对外不显磁性。当外加磁场$\boldsymbol{B_0}$时，磁矩转向磁场方向，产生附加磁场$\boldsymbol{B}'$与外加磁场$\boldsymbol{B_0}$同向，$B = B_0 + B'$

抗磁质内部每个分子的磁矩都为0，总磁矩为0，对外不显磁性。当外加磁场$\boldsymbol{B_0}$时，分子产生附加磁矩$\boldsymbol{\Delta m}$，且附加磁矩与外加磁场$\boldsymbol{B_0}$方向相反，产生附加磁场$\boldsymbol{B}'$与外加磁场$\boldsymbol{B_0}$反向，$B = B_0 - B'$

$\boldsymbol{M} = \dfrac{\sum \boldsymbol{m}}{\Delta V}$称为磁化强度，$M = \dfrac{\sum m}{\Delta V} = \dfrac{i_s LS}{LS} = i_s$

令$\boldsymbol{H} = \dfrac{\boldsymbol{B}}{\mu_0} - \boldsymbol{M}$，则$\boldsymbol{M} = (\mu_r - 1)\boldsymbol{H} = \chi_m \boldsymbol{H}$

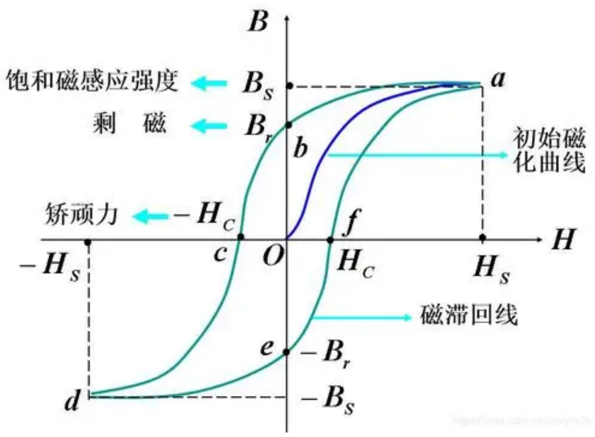
$\boldsymbol{B} = \mu_0\mu_r\boldsymbol{H}$，称$\boldsymbol{H}$为磁场强度。

铁磁质

铁磁质内部分子因自旋引起的相互作用非常强烈，形成一些微小的自发磁化区域，称为磁畴。在外磁场作用下，磁畴趋向外磁场方向，产生大几十倍到数千倍甚至数百万倍的附加磁场$\boldsymbol{B}'$

铁磁质的磁化和温度有关，温度越高，磁化能力越弱，当到达居里温度（或居里点）时，磁畴瓦解，铁磁性消失。

铁磁质的磁导率μ随磁场强度H的变化而变化，产生磁滞现象。



B_m饱和磁感强度，B_r剩余磁感强度，简称剩磁，H_c矫顽力。

铁磁性材料的分类

金属磁性材料：由金属合金或化合物制成的磁性材料，分为硬磁、软磁和压磁材料。

软磁材料μ_r和B_m较大，但H_c小，磁滞回线包围面积小，磁滞特性不显著，易磁化易去磁化。

硬磁材料B_r和H_c较大，磁滞特性显著，适合制造永磁体。

压磁材料具有较强的磁致伸缩性能，物体形状和体积在外磁场作用下会发生变化。

非金属磁性材料——铁氧体：由三氧化二铁（Fe_2O_3）和其他二价金属氧化物（如NiO, ZnO, MnO等）粉末烧结而成，又称磁性瓷。

铁氧体具有高磁导率和高电阻率，涡流损失小，且磁滞回线形状接近矩形，适合做二进制记忆元件。

有介质的安培环路定律

$\oint_l \boldsymbol{H}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=\sum I$

电磁感应

电磁感应定律

$$\mathscr{E}=-\dot{\Psi}(t)=-\frac{\mathrm{d}(N\Phi)}{\mathrm{d}t}$$

推论：$q=\int_{t_1}^{t_2} I\mathrm{d}t=\frac{1}{R}(\Psi_1-\Psi_2)$

动生电动势和感生电动势

$\mathscr{E}=\int_l(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}$

$\mathscr{E}=-\int_S\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$

自感和互感

对线圈，$\Psi=LI$，即$\mathscr{E}=-L\dot{I}(t)$

对两个相互耦合的线圈，$\Psi_{12}=MI_2,\Psi_{21}=MI_1$，即$\mathscr{E}_{21}=-M\dot{I}_1(t),\mathscr{E}_{12}=-M\dot{I}_2(t)$

$M=k\sqrt{L_1L_2}$，$0\le k\le 1$

螺线管：$L=\mu n^2SL$

磁场的能量

$$W_m=\frac{1}{2}LI^2$$

$$w_m=\frac{1}{2\mu}B^2=\frac{1}{2}\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{H}$$

麦克斯韦方程组

麦克斯韦的预言

由麦克斯韦方程组计算得电磁波的速度$v=\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}=c$，由此预言光是一种电磁波。

麦克斯韦的两个假设

1.涡旋电场：

变化的磁场会产生感生电场，感生电场$\mathrm{div}\,\boldsymbol{E}=0$，$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{E}\neq\boldsymbol{0}$，不是保守场。

2.位移电流：

变化的电场产生位移电流I_D，且$\boldsymbol{j_D}=\dfrac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t}$，位移电流在产生磁场方面和传导电流等效，但不产生焦耳热。

全电流$\boldsymbol{j}=\boldsymbol{j_C}+\boldsymbol{j_D}$，全电流在任意电路中都连续。

积分形式

$$\oint_S\boldsymbol{D}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\int_V\rho\mathrm{d}V$$
$$\oint_l\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=-\int_S\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$$
$$\oint_S\boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=0$$
$$\oint_l\boldsymbol{H}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=-\int_S(\boldsymbol{j}+\frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t})\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

微分形式

$$\nabla\cdot\boldsymbol{D}=\rho$$
$$\nabla\times\boldsymbol{E}=\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}$$
$$\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0$$
$$\nabla\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{j}+\frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t}$$

介质的特征方程

$$\boldsymbol{D}=\varepsilon\boldsymbol{E},\boldsymbol{B}=\mu\boldsymbol{H},\boldsymbol{j}=\gamma\boldsymbol{E}$$

振动与波动

简谐振动

简谐振动的描述

微分方程：$\ddot{x}(t)=-\omega^2x$

振动方程：$x=A\cos(\omega t+\varphi)$

$v=-\omega A\sin(\omega t+\varphi),a=-\omega^2A\cos(\omega t+\varphi)$

常量的确定：$A=\sqrt{x_0^2+\dfrac{v_0^2}{\omega^2}},\tan\varphi=\dfrac{-v_0}{\omega x_0}$

对弹簧振子：$T=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}},\omega=\sqrt{k/m}$

旋转矢量图即将简谐振动当成匀速率圆周运动在Ox轴上的投影进行计算。

对两个同频率简谐振动，相位差$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1>0$，则称$x_2$振动超前$x_1$振动$\Delta\varphi$

单摆和复摆

单摆

细线一端固定，另一端悬挂重物，忽略细线质量和线长变化，当把重物拉开一个小角度（小于5°）时，重物在平衡位置附近往复运动。

$M=-mgl\sin\theta=-mgl\theta=J\alpha$，即$\ddot{\theta}=-\frac{g}{l}\theta$

运动方程：$\theta=\theta_m\cos(\omega t+\varphi)$

$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

复摆

任意形状物体固定在某一个轴O上，拉开小角位移后将绕轴O作自由摆动。

$\ddot{\theta}=-\frac{mgl}{J}\theta$

$T=2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}}$

简谐振动的能量

$E_k=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t+\varphi),E_p=\frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t+\varphi)$

$E=E_k+E_p=\frac{1}{2}kA^2=\frac{1}{2}m\omega^2A^2$

简谐振动的合成

两个同方向同频率的合成

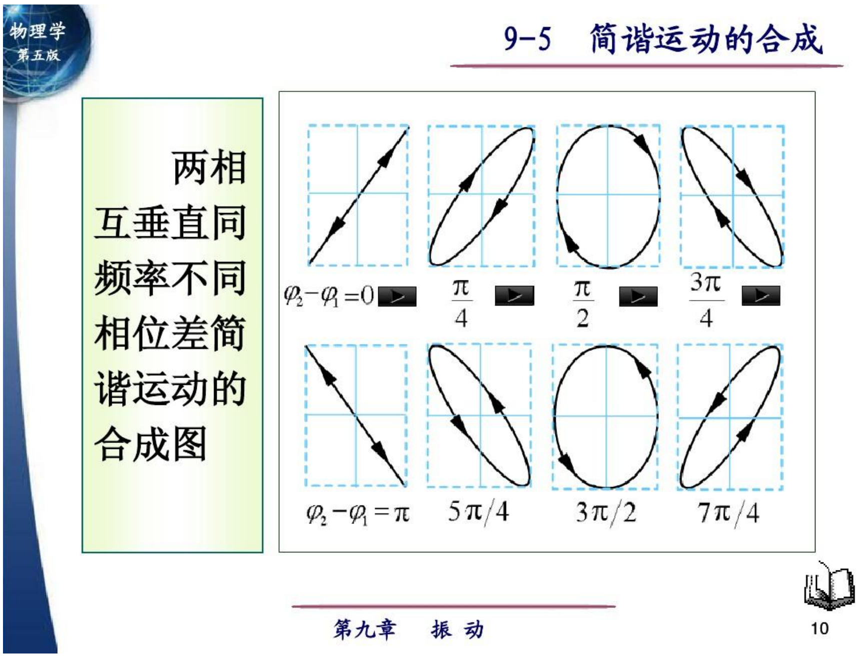
利用旋转矢量图进行矢量合成。

合振幅$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)}$

合振动初相$\tan\varphi=\frac{A_1\sin\varphi_1+A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1+A_2\cos\varphi_2}$

两个相互垂直同频率的合成

合振动的轨迹方程：$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}-\frac{2xy}{A_1A_2}\cos(\varphi_2-\varphi_1)=\sin^2(\varphi_2-\varphi_1)$



$\Delta\varphi=0$或π时，作直线往返运动；$0<\Delta\varphi<\pi$时，作右旋椭圆运动；$\pi<\Delta\varphi<2\pi$时，作左旋椭圆运动。

两个同方向不同频率的合成

频率较大而频率之差很小的两个同方向简谐振动合成时，其合振动的振幅时强时弱的现象叫做拍。

$$x=(2A_1\cos 2\pi\frac{\nu_2-\nu_1}{2}t)\cos 2\pi\frac{\nu_2+\nu_1}{2}t$$

将$|2A_1\cos 2\pi\frac{\nu_2-\nu_1}{2}t|$视作振幅，$\frac{\nu_2+\nu_1}{2}$视为频率。拍频（振幅变化的频率）$\nu=|\nu_2-\nu_1|$

阻尼振动和受迫振动

阻尼振动

阻力$F_r=-Cv$

微分方程为$m\ddot{x}+C\dot{x}+kx=0$，令$k/m=\omega_0^2, C/m=2\delta$，则方程变为$\ddot{x}+2\delta\dot{x}+\omega_0^2x=0$

当$\delta<\omega_0$时，欠阻尼状态，方程解为$x=A\mathrm{e}^{-\delta t}\cos(\omega t+\varphi)$

当$\delta=\omega_0$时，临界阻尼状态，方程解为$x=(C_1+C_2t)\mathrm{e}^{-\delta t}$

当$\delta>\omega_0$时，过阻尼状态，方程解为$x=C_1\mathrm{e}^{-(\delta-\sqrt{\delta^2-\omega_0^2})}+C_2\mathrm{e}^{-(\delta+\sqrt{\delta^2-\omega_0^2})}$

受迫振动

在弹性力$F=-kx$、阻力$-Cv$和周期性外力$F\cos\omega_p t$的作用下振动。

方程为：$x=A_0\mathrm{e}^{-\delta t}\cos(\omega t+\varphi)+A\cos(\omega_p t+\psi)$

共振现象

当驱动角频率和共振角频率相等时，受迫振动振幅达到最大值。

$\omega_r=\sqrt{\omega_0^2-2\delta^2}$，共振时的振幅为$A_r=\dfrac{f}{2\delta\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}}$

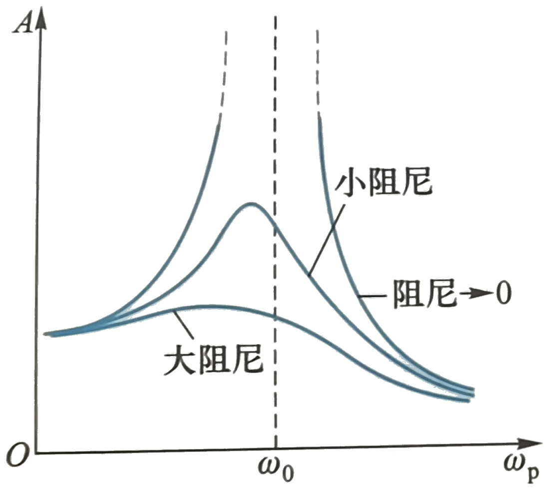


图 9-27　共振频率

电磁振荡

$q=Q_0\cos(\omega t+\varphi), i=-\omega Q_0\sin(\omega t+\varphi)$

$T=2\pi\sqrt{LC}$

$W_e=\frac{Q_0^2}{2C}\cos^2(\omega t+\varphi), W_m=\frac{Q_0^2}{2C}\sin^2(\omega t+\varphi)$

$W=W_e+W_m=\frac{Q_0^2}{2C}$

机械波

机械波的描述

横波：振动方向和传播方向垂直，波峰和波谷交替出现。纵波：振动方向和传播方向平行，密部和疏部交替出现。

物理量：

波长λ，周期T，波速（相速）u，波数$k=\frac{2\pi}{\lambda}$，角频率$\omega=\frac{2\pi}{T}$，$u=\lambda/T$

$u=\sqrt{G/\rho}$（横波/固体），$u=\sqrt{E/\rho}$（纵波/固体）$u=\sqrt{K/\rho}$（纵波/液体&气体）G,E,K分别为介质的切变、弹性（杨氏）、体积模量。

平面简谐波的波函数

沿x轴正向传播的简谐波$y=A\cos\omega(t-\frac{x}{u})=A\cos2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda})=A\cos(\omega t-kx)$

波程差：$\Delta x_{21}=x_2-x_1$，易得$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$，$\Delta x=u\Delta t$

波动能量和能流

能量

$\mathrm{d}W_k=\frac{1}{2}(\rho\mathrm{d}V)A^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u}),\mathrm{d}W_p=\frac{1}{2}(\rho\mathrm{d}V)A^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$

$\mathrm{d}W=(\rho\mathrm{d}V)A^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$

体积元动能、势能和机械能同相位。

能量密度$w=\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}V}=\rho A^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$

平均能量密度$\overline{w}=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$

能流

单位时间通过某一面积的能量称为能流（波的功率）。垂直通过单位面积的能流称为能流密度（波的强度）。

$P=wuS$，$I=\frac{\overline{P}}{S}=\overline{\omega}u=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2u$

波的干涉、衍射和多普勒效应

惠更斯原理

介质中波动传播到的各点都可以看做发射子波的波源，而在其后的任意时刻，这些子波的包络就是新的波前。

衍射

遇见障碍物能绕过障碍物边缘在几何阴影内继续传播。障碍物宽度和波长相近或远小于波长。

干涉

加强点合振幅最大，$A=A_1+A_2$，$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1-2\pi\frac{r_2-r_1}{\lambda}=\pm2k\pi$

减弱点合振幅最小，$A=|A_1-A_2|$，$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1-2\pi\frac{r_2-r_1}{\lambda}=\pm(2k+1)\pi$

若波的初相相等，则简化为$\delta=\pm k\lambda$处加强，$\delta=\pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}$处减弱。

驻波

振幅、频率和传播速度都相同的两列相干波在同一直线上沿相反方向传播时叠加形成的特殊形式的干涉现象。

驻波方程：$y=2A\cos2\pi\frac{x}{\lambda}\cos\omega t$

波节处振幅为0，$x=\pm(2k+1)\frac{\lambda}{4}$；波腹处振幅$2A$,振动最强，$x=\pm k\frac{\lambda}{2}$；两相邻波节或波腹的距离均为$\frac{\lambda}{2}$

驻波动能和势能不断转化由波腹转向波节，再由波节转向回波腹，驻波不传播能量。

当弦线满足$l=n\frac{\lambda_n}{2}$时，能形成驻波。$\nu_n=n\frac{u}{2l}$，称为弦线的本征频率，最低频率ν_1为基频，其余为n次谐频。

相位跃变

波在介质分界处反射时，形成波节（相位跃变）还是波腹与ρu（称为波阻）有关。波阻大的为波密介质，波阻小的为波疏介质。波由波疏介质射向波密介质被反射时形成波节；反之形成波腹。在绳子的固定端反射形成波节。

多普勒效应

$\nu'=\dfrac{u\pm v_0}{u\mp v_s}\nu$，相互接近时，观察者速度$v_0$取正号，波源速度$v_s$取负号。接近时频率变大，远离时频率变小。

当$u<v_s$时，波的能量集中在波前的圆锥面上，产生冲击波。

电磁波

电磁波方程

$$E(r,t)=\frac{\mu p_0\omega^2\sin\theta}{4\pi r}\cos\omega(t-\frac{r}{u})$$

$$H(r,t)=\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}p_0\omega^2\sin\theta}{4\pi r}\cos\omega(t-\frac{r}{u})$$

在足够远的地方，小范围内θ和r变化很小，E和H的振幅可看做常量。

$$E=E_0\cos(\omega t-kx),H=H_0\cos(\omega t-kx)$$

电磁波的特性

电磁波是横波。E和H同相位。E和H数值成比例，$\sqrt{\varepsilon}E=\sqrt{\mu}H$。真空电磁波的传播速度为光速。

电磁波的能量

能流密度$S=\dfrac{u}{2}(\varepsilon E^2+\mu H^2)=EH$，矢量式$\boldsymbol{S}=\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}$，$\boldsymbol{S}$称为坡印廷矢量。

电偶极子能流密度$S=EH=\dfrac{\sqrt{\varepsilon}\sqrt{\mu^3}p_0^2\omega^4\sin^2\theta}{16\pi^2r^2}\cos^2\omega(t-\dfrac{r}{u})$

在球面上积分并取时间均值得平均功率$\overline{P}=\dfrac{\mu p_0^2\omega^4}{12\pi u}$

近代物理

相对论

狭义相对论原理

爱因斯坦相对性原理：

物理定律在所有惯性系中都具有相同的表达式，即所有的惯性参考系对运动的描述都是等效的。

光速不变原理：

真空中光速是常量，与光源和观测者的运动无关。

洛伦兹变换

时空坐标变换式

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(t - \dfrac{vx}{c^2}) \end{cases}$$

速度变换式

$$\begin{cases} u_x' = \dfrac{u_x - v}{1 - \dfrac{v}{c^2}u_x} \\ u_y' = \dfrac{u_y}{\gamma(1 - \dfrac{v}{c^2}u_x)} \\ u_z' = \dfrac{u_z}{\gamma(1 - \dfrac{v}{c^2}u_x)} \end{cases}$$

上述各式中洛伦兹因子$\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$

狭义相对论的时空观

同时的相对性

在一个惯性系同时发生的两件事在另一惯性系不一定同时发生。但在一个惯性系同时同地发生的两件事在另一惯性系一定同时同地发生。

时空坐标$S(x, cti)$不变，一维空间中$x^2 - c^2t^2 = x'^2 - c^2t'^2$（将$ct$作为虚轴投射到空间上形成四维时空坐标，在四维时空中$S(x, y, z, cti)$）

长度收缩

$$l = l_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

时间延缓

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$$

狭义相对论动力学

质速关系

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$$

动量与能量

动量：$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$

能量：$E = mc^2 = m_0c^2 + E_k$

动量和能量的关系：$E^2 = E_0^2 + p^2c^2$

广义相对论

基本假设

等效原理：

惯性力场和引力场的动力学效应是局部不可分辨的。

广义相对性原理：

所有物理定律在任何参考系中都取相同的形式。

爱因斯坦引力场方程

$R_{\mu\nu}-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R=\frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$，其中$R_{\mu\nu}$为里奇张量，表示空间弯曲情况，$R$为里奇标量，$g_{\mu\nu}$为度规张量，$T_{\mu\nu}$为能量-动量张量，表示物质分布和运动状态。