

# 大学物理B

文 / Gaster

## 热学

### 分子动理论

#### 理想气体状态方程

##### 温标关系

热力学温标和摄氏温标： $T/K = t/^\circ C + 273.15$

##### 平衡态

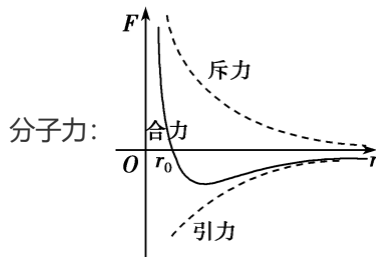
容器中气体与外界没有物质和能量的传递，气体的能量没有转化成其他形式的能量，气体的组成及其质量均不随时间变化，则气体的物态参量不随时间变化，这样的状态叫做平衡态。

##### 物态方程

$$pV = NkT = \frac{m}{M}RT = \nu RT$$

推论： $p = nkT$

#### 微观模型和统计规律



布朗运动：小的微粒处于液体或气体中时，由于分子的热运动，微粒受到来自各个方向分子的碰撞，当受到不平衡的冲撞时，微粒出现不规则的运动。布朗运动的剧烈程度随着流体的温度升高而增加。

#### 压强公式

对正方体容器中的某个分子 $\alpha$ ， $F_\alpha = 2mv_x \cdot \frac{v_x}{2x}$ ，则大量分子的合力 $F = \sum_{i=1}^N 2mv_{ix} \cdot \frac{v_{ix}}{2x}$

$$则 p = \frac{F}{yz} = \frac{1}{yz} \sum_{i=1}^N 2mv_{ix} \cdot \frac{v_{ix}}{2x} = \frac{m}{xyz} \sum_{i=1}^N v_{ix}^2 = \frac{Nm}{xyz} \overline{v_x^2}$$

又由平衡态对称性得 $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}$

$$代入得 p = \frac{1}{3} nm \overline{v^2} = \frac{2}{3} n \overline{\varepsilon_k}$$

## 动能与温度的关系

$$\frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT$$

## 能量均分定理

分子平均能量  $\bar{\epsilon} = \frac{i}{2}kT$ , 其中  $i$  为分子自由度,  $1\text{mol}$  理想气体的内能  $E_m = N_A\bar{\epsilon} = \frac{i}{2}RT$

表 12-2 分子自由度、平均能量和理想气体内能的理论值

分子类型	单原子分子	双原子分子		三原子分子	
		刚性	非刚性	刚性	非刚性
分子自由度 ( $i$ )	3(平)	5 =3(平)+2(转)	7 =3(平)+2(转)+2(振)	6 =3(平)+3(转)	12 =3(平)+3(转)+6(振)
分子平均 能量( $\bar{\epsilon}$ )	$3 \times \frac{1}{2}kT$ = $\frac{3}{2}kT$	$5 \times \frac{1}{2}kT$ = $\frac{5}{2}kT$	$7 \times \frac{1}{2}kT$ = $\frac{7}{2}kT$	$6 \times \frac{1}{2}kT$ = $3kT$	$12 \times \frac{1}{2}kT$ = $6kT$
1 mol 理想 气体的内能 ( $E_m$ )	$\frac{3}{2}RT$	$\frac{5}{2}RT$	$\frac{7}{2}RT$	$3RT$	$6RT$

## 麦克斯韦气体分子速率分布律

$$\frac{dN}{N} = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv$$

## 三种统计速率

最概然速率:  $\frac{df(v)}{dv} = 0$  得  $v_p = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$

平均速率:  $\bar{v} = \frac{\int_0^{+\infty} v dN}{N} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$

方均根速率:  $v_{rms} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{\int_0^{+\infty} v^2 dN}{N}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

## 温度对速率分布的影响

温度升高时, 分子热运动加剧, 速率较少的分子数减少, 速率较大的分子数增加, 速率分布曲线最高点向速率大的方向移动, 曲线变为平坦。

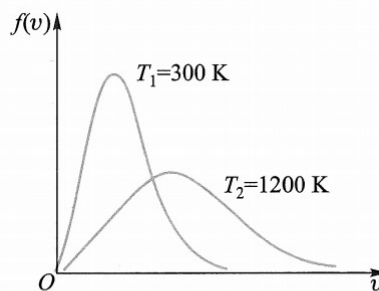


图 12-12 氮气分子在两种温度下的速率分布

## 玻尔兹曼能量分布律

考虑到分子在势场中受场的作用： $dN_{v_x, v_y, v_z, x, y, z} = n_0 \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\epsilon_k + \epsilon_p}{kT}} dv_x dv_y dv_z dx dy dz$

在重力场中  $n = n_0 e^{-\frac{mgz}{kT}}$ ，等温气压公式  $p = p_0 e^{-\frac{mgz}{kT}}$ ，推论： $z = \frac{kT}{mg} \ln \frac{p_0}{p}$

## 平均自由程

平均自由程  $\bar{\lambda}$ ：分子在连续两次碰撞间所经过的路程的平均值，标准状态下数量级为  $10^{-8} \sim 10^{-7} m$

平均碰撞频率  $\bar{Z}$ ：分子与其他分子碰撞的平均次数，标准状态下数量级为  $10^9 s^{-1}$

且满足  $\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{Z}}$

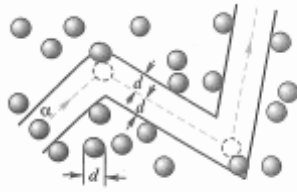


图 12-15 分子碰撞次数的计算

假设只有一个分子  $\alpha$  以速率  $\bar{v}$  运动，其余分子静止不动，且分子看成直径为  $d$  的弹性小球，分子间的碰撞都是完全弹性碰撞。在分子  $\alpha$  运动过程中，它的球心轨迹是一条折线，凡是其他分子的球心离开折线距离小于等于  $d$  的都将和分子  $\alpha$  发生碰撞。以  $1s$  内分子  $\alpha$  的球心所经过的轨迹为轴，以  $d$  为半径作一圆柱体，则由于圆柱体的长度为  $\bar{v}$ ，因此圆柱体的体积是  $\pi d^2 \bar{v}$ 。这样，球心在圆柱体内的其他分子均与  $\alpha$  发生碰撞。设分子数密度为  $n$ ，则圆柱体内平均碰撞频率为  $\bar{Z} = \pi d^2 \bar{v} n$ 。考虑到实际上所有分子都在运动且各个分子运动速率不相同，则由于速率随机分布，相对速率平均为  $\sqrt{2}\bar{v}$ ，修正后的式子为  $\bar{Z} = \sqrt{2}\pi d^2 \bar{v} n$

代入平均自由程公式得  $\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$

## 热力学

### 热力学第一定律

$$Q = W + \Delta E \text{ 或 } dQ = dW + dE$$

内能  $E$  与过程无关，只与初末状态有关。

### 等容过程

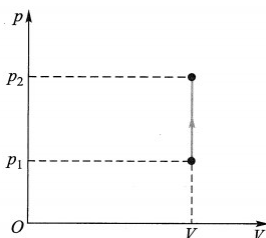


图 13-5 等容过程

由于等容过程  $V$  是常量，则  $dW = pdV = 0$

故  $dQ_V = dE$

等容过程吸热： $Q_V = \nu C_{V,m}(T_2 - T_1)$ ，摩尔定容热容： $C_{V,m} = \frac{dQ_{V,m}}{dT} = \frac{dE}{dT} = \frac{i}{2}R$ ，

## 等压过程

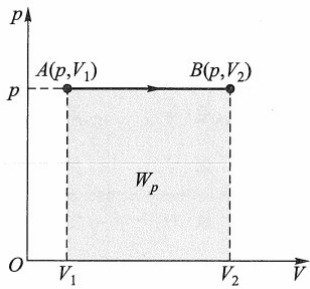


图 13-6 等压过程

由于压强 $p$ 为定值, 则 $W = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p(V_2 - V_1)$

等压过程吸热:  $Q_p = \nu C_{p,m}(T_2 - T_1)$ , 摩尔定压热容:

$$C_{p,m} = \frac{dQ_{p,m}}{dT} = \frac{dE}{dT} + \frac{pdV}{dT} = C_{V,m} + R = \frac{i+2}{2}R$$

$$\text{比热容比 } \gamma = \frac{C_{p,m}}{C_{V,m}} = \frac{i+2}{i}$$

比热容:  $c = \frac{C}{m}$ , 水的比热容为  $4.18 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$

## 固体热容

固体作三维振动, 看成三个一维振动, 则 $N$ 个原子振动平均能量  $3N\bar{\epsilon} = 3NkT$ , 故 $1\text{ mol}$ 固体内能为  $E_m = 3N_A kT = 3RT$

则理想晶体的摩尔热容为  $C_m = \frac{dQ_m}{dT} = 3R \approx 25 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  为与晶体无关的常数, 此结论称为杜隆-珀蒂定律

## 等温过程

由于温度 $T$ 为定值, 则内能 $E$ 不变,  $dQ_T = dW_T$

$$\text{等温做功 } W_T = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \nu RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu RT \ln \frac{p_1}{p_2}$$

## 绝热过程

与外界没有热量的传递,  $dQ = 0$

由热力学第一定律得:  $0 = \nu C_{V,m} dT + p dV$ ; 由理想气体状态方程得:  $p dV + V dp = \nu R dT$

$$\text{联立方程得: } C_{V,m} p dV + C_{V,m} V dp = -R p dV, \text{ 即 } \gamma \frac{dV}{V} = -\frac{dp}{p}$$

解得:  $pV^\gamma = C$  或  $V^{\gamma-1} T = C$  或  $p^{\gamma-1} T^{-\gamma} = C$

$$\text{绝热过程做功: } W_a = -\nu C_{V,m} \int_{T_1}^{T_2} dT = -\nu C_{V,m} (T_2 - T_1) = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\gamma - 1}$$

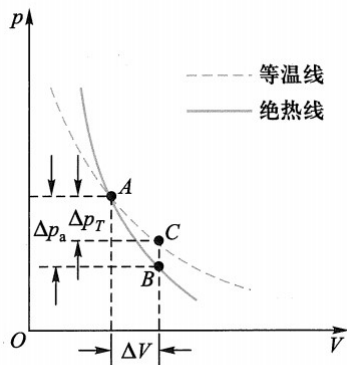


图 13-11 绝热线比等温线陡

## 多方过程

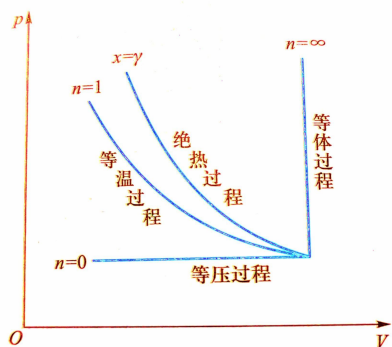


图 4.11 多方过程 知乎 @仰望星空

理想气体多方过程方程:  $pV^n = C$ ,  $n$ 为多方指数

$$W = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{n - 1}, \quad \Delta E = \nu C_{V,m}(T_2 - T_1), \quad Q = \nu C_{n,m}(T_2 - T_1), \quad C_{n,m} = \frac{n - \gamma}{n - 1} C_{V,m}$$

## 热力学第二定律

①开尔文表述: 不可能制造出这样一种循环工作的热机, 它只使单一热源冷却做功而不放出热量给其他物体。

②克劳修斯表述: 热量不可能从低温物体自动传到高温物体而不引起外界的变化。

表述等效的证明:

在温度为 $T_1$ 的高温热源和温度为 $T_2$ 的低温热源之间有一热机.如果违反克劳修斯表述, 热量 $Q_2$ 由低温热源自动地传递给高温热源.那么, 我们可以用另一遵从开尔文表述的热机从高温热源吸收热量 $Q_1$ , 对外做功 $W$ , 并把热量 $Q_2$ 传递给低温热源.因而当这一过程完成时, 低温热源放出和吸收的热量是相等的, 即没有净放出的热量; 高温热源放出的热量大于吸收的热量, 即净放出的热量为 $Q_1 - Q_2$ ; 而热机对外做功 $W = Q_1 - Q_2$ , 高温热源放出的热量全部用来对外做功.也就是说, 单一热源所放出的热量全部用来对外做功, 这是违反开尔文表述的.反之可以证明违反开尔文表述的也必然违反克劳修斯表述.故两种表述等效.

## 循环过程

系统经过一系列状态变化后, 又回到原来的状态的过程。

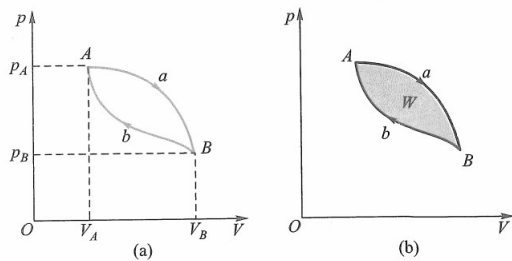


图 13-16 循环过程所做的功

循环过程中内能没有改变。所做净功是  $p - V$  图循环包围的面积。

在  $p - V$  图中按顺时针方向进行的循环过程叫做正循环，工作物质作正循环的机器叫做热机。

热机效率： $\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$ ， $Q_1$  为从高温热源吸收的热量， $Q_2$  为向低温热源放出的热量。

在  $p - V$  图中按逆时针方向进行的循环过程叫做逆循环，工作物质作正循环的机器叫做制冷机。

制冷系数： $e = \frac{Q_2}{|W|} = \frac{Q_2}{|Q_1| - Q_2}$ ，其中  $Q_1$  为放给高温热源的热量， $Q_2$  为从低温热源吸收的热量。

### 卡诺循环

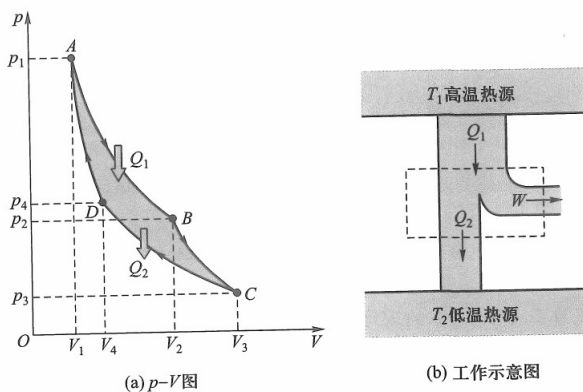


图 13-20 卡诺正循环——热机

由两个绝热过程和两个等温过程组成，易得  $\frac{Q_1}{T_1} = \frac{|Q_2|}{T_2}$

故卡诺热机效率  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

### 卡诺定理：

- ① 相同的高温热源和低温热源间工作的一切可逆热机的效率都相等。
- ② 相同的高温热源和低温热源间工作的一切不可逆热机的效率不大于可逆热机的效率。

数学表达式为： $\eta \leq 1 - \frac{T_2}{T_1}$ ，当热机为可逆机时取等。

## 可逆过程

可逆过程是以无限小的变化进行的准静态过程，且逆过程使系统和环境完全恢复到原来的状态，而无任何耗散效应。

有摩擦的准静态过程是不可逆过程。自然界中与热现象有关的一切实际宏观过程，如热传导、气体的自由膨胀、扩散等都是不可逆过程。

## 熵

由  $\frac{Q_1}{T_1} = \frac{|Q_2|}{T_2}$  得  $\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$ ，对于可逆循环，热温比之和为零。即  $\oint \frac{dQ}{T} = 0$

克劳修斯熵： $S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T}$ （路径为可逆过程）， $dS = \frac{dQ}{T}$

玻尔兹曼熵： $S = k \ln W$ ， $W$ 为热力学概率（微观状态数）

## 熵增加原理

孤立系统内的可逆过程，其熵不变；孤立系统内的不可逆过程，其熵要增加。即  $\Delta S \geq 0$ ，可逆过程时取等。

## 信息熵

在两种并列、互不相关的可能性中作出一个选择所需信息的多少，为1 bit

从  $N$ 种并列、不相关的可能性中确定一个，所需信息量为  $H = \frac{\ln N}{\ln 2}$  bit

信息熵  $S = -k \sum_{i=1}^N P_i \ln P_i = k \ln N$

# 光学

## 几何光学

### 费马原理

光在空间内两定点间传播时，实际光程取一特定的极值（变分为0）。 $\delta \int_A^B n dL = 0$

### 光线传播的三大定律

直线传播定律：光在均匀介质中沿直线传播。

反射定律：反射光线和入射光线位于同一平面内、分居法线两侧，发射角等于入射角。

折射定律：折射光线和入射光线位于同一平面内、分居法线两侧、入射角的正弦和折射角的正弦之比为常数。

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21} \text{ 或 } n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

### 全反射

光由光密介质射向光疏介质且  $i_c \geq \arcsin \frac{n_2}{n_1}$  时，只有反射光线而没有折射光线。

## 单球面的近轴成像

### 折射

$$\text{物像关系 } \frac{n'}{p'} - \frac{n}{p} = \frac{n' - n}{r}, \text{ 光焦度 } \Phi = \frac{n' - n}{r}$$

$$\text{像方焦距 } (p \rightarrow -\infty) : f' = \frac{n'}{n' - n}r; \text{ 物方焦距 } (p' \rightarrow +\infty) : f = -\frac{n}{n' - n}r$$

$$\text{高斯公式 } \frac{f'}{p'} + \frac{f}{p} = 1, \text{ 横向放大率 } \beta = \frac{y'}{y} = \frac{np'}{n'p}$$

### 反射

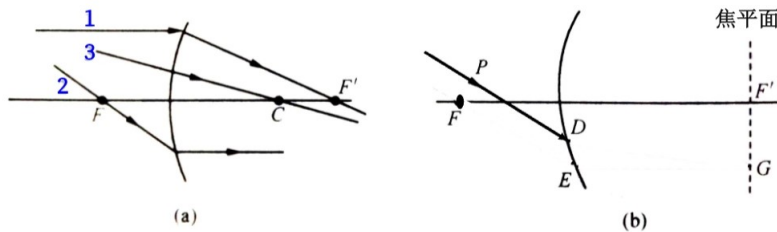
$$\text{物像关系 } \frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{2}{r}$$

$$\text{焦距 } (p \rightarrow -\infty) : f = \frac{r}{2}, \text{ 则物像关系写为 } \frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$$

### 4. 单球面折射成像作图方法

#### 三条特殊光线:

- 1 平行于主光轴的入射光线经球面折射后过像方焦点 $F'$ 。
- 2 过物方焦点 $F$ 的入射光线经球面折射后, 平行于主光轴。
- 3 过球面曲率中心 $C$ 的光线方向不变。



- 4 平行的入射光线经球面折射后会聚在焦平面的一点。

## 薄透镜成像

$$\text{物像公式 } \frac{n'}{p'} - \frac{n}{p} = \Phi = \Phi_1 + \Phi_2$$

$$\text{像方焦距 } (p \rightarrow -\infty) : f' = \frac{n_2}{\left(\frac{n-n_1}{r_1} + \frac{n_2-n}{r_2}\right)} = \frac{n'}{\Phi}$$

$$\text{物方焦距 } (p' \rightarrow +\infty) : f = -\frac{n_1}{\left(\frac{n-n_1}{r_1} + \frac{n_2-n}{r_2}\right)} = -\frac{n}{\Phi}$$

$$\text{高斯公式 } \frac{f'}{p'} + \frac{f}{p} = 1, \text{ 横向放大率 } \beta = \frac{y'}{y} = \frac{np'}{n'p}$$



## 薄透镜成像的作图法

1. 通过光心的光线不改变方向
2. 平行于该光线的其它光线通过薄透镜后与该光线在焦平面上汇聚在一点。

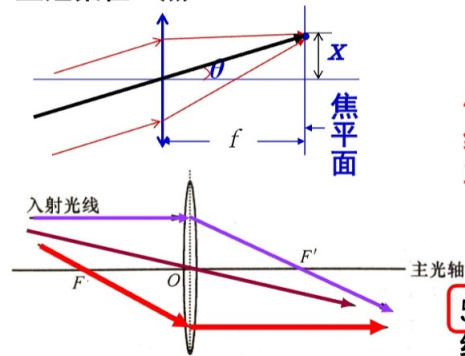
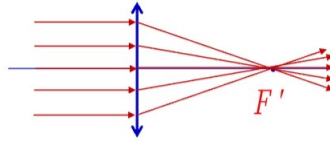


图 14-15 薄透镜成像作图三条典型光线

## 回顾

3. 与主轴平行的光通过透镜后汇聚于像方焦点 $F'$ 。



4. 过物方焦点 $F$ 的入射光线，其出射后光线平行于主光轴。

5. 过物方焦平面上一点的光线通过薄透镜后成平行光线。

## 波动光学

### 光的干涉

得到相干光的方法：分振幅法（利用反射、折射把波面上某处的振幅分成两部分）、分波阵面法（在某一波阵面上取出两部分面元）

光程  $\delta = nL$ ，光程差  $\Delta = \delta_2 - \delta_1$ ，且有  $\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}$

干涉加强： $\Delta = \pm k\lambda$ ，干涉减弱： $\Delta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}$

### 杨氏双缝干涉

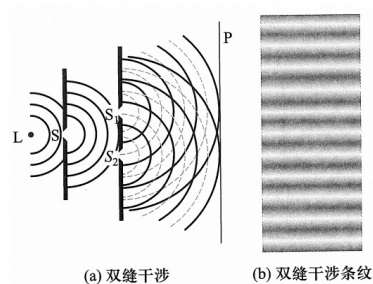


图 11-5 杨氏双缝干涉实验

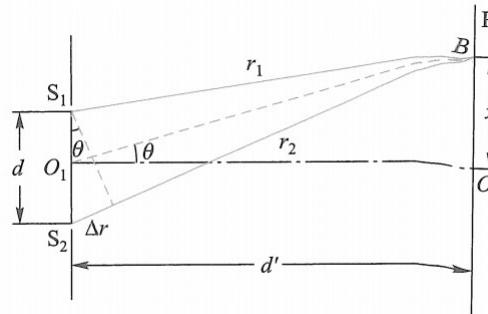


图 11-6 杨氏双缝干涉条纹的计算

明纹条件： $nd \sin \theta = \pm k\lambda$

相邻明纹中心距离  $\Delta x = \frac{d'}{nd} \lambda$

光强分布： $I = 4I_0 \cos^2\left(\pi \frac{\Delta r}{\lambda}\right)$

### 劳埃德镜

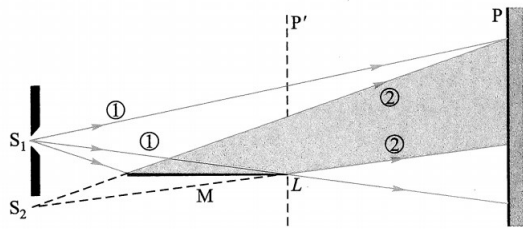


图 11-12 劳埃德镜实验示意图

平面镜反射后视为形成一个对称的虚光源 $S_2$ ，由于掠射时出现半波损失，故屏中央区域为暗纹。

### 薄膜干涉

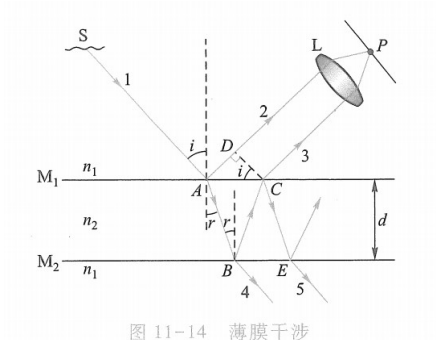


图 11-14 薄膜干涉

$$\text{光程差} \Delta = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$

### 等厚干涉

#### 劈尖

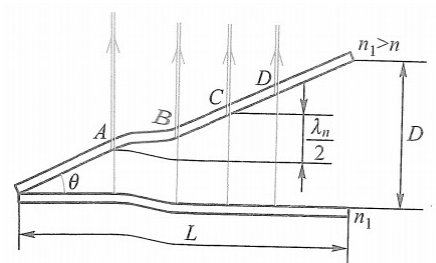


图 11-19 劈尖干涉条纹的形成

$$\text{光程差} \Delta = 2nd + \frac{\lambda}{2}$$

$$d_{k+1} - d_k = \frac{\lambda}{2n}, \quad D = \frac{\lambda}{2nb}L$$

### 牛顿环

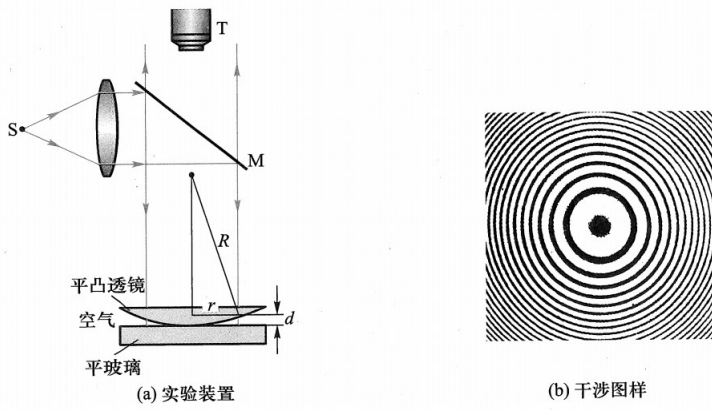


图 11-22 牛顿环

$$\text{光程差 } \Delta = 2nd + \frac{\lambda}{2}$$

$$\text{由几何关系得 } r^2 = R^2 - (R - d)^2 = 2dR - d^2 = 2dR, \text{ 故 } r = \sqrt{2dR} = \sqrt{\left(\Delta - \frac{\lambda}{2}\right) \frac{R}{n}}$$

$$\text{则明纹半径 } r = \sqrt{\left(k - \frac{1}{2}\right) \frac{R\lambda}{n}}, \text{ 暗纹半径 } r = \sqrt{\frac{kR\lambda}{n}}$$

### 迈克尔逊干涉仪

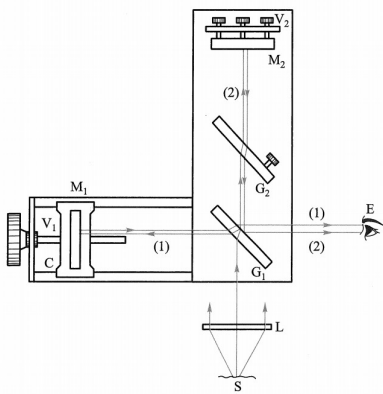


图 11-24 迈克尔逊干涉仪的基本结构及光路图

$$\Delta d = \Delta N \frac{\lambda}{2}, \Delta N \text{ 为条纹的吞吐数}$$

### 光的衍射

光在传播中遇到尺寸比光的波长大的不多的障碍物时，会传播到障碍物的阴影区形成明暗相间的条纹。

$$\text{衍射光强公式 } E = C \int \frac{K(\theta)}{r} \cos \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right) \right] dS$$

菲涅尔衍射：光源  $S$  和屏  $P$  与障碍物  $R$  之间的距离是有限的。

夫琅禾费衍射：光源  $S$  和屏  $P$  与障碍物  $R$  之间的距离都是无限的。

### 夫琅禾费单缝衍射

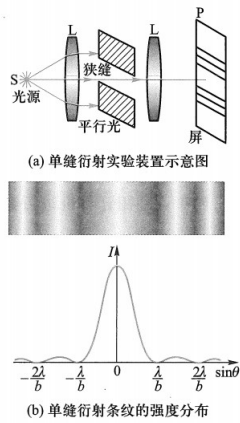


图 11-30 单缝衍射

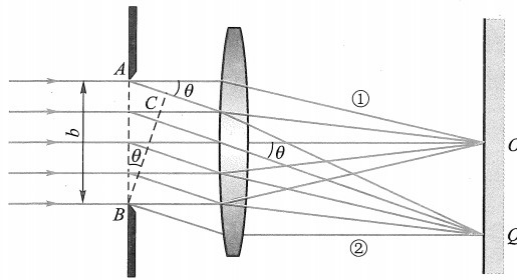


图 11-31 单缝衍射原理图

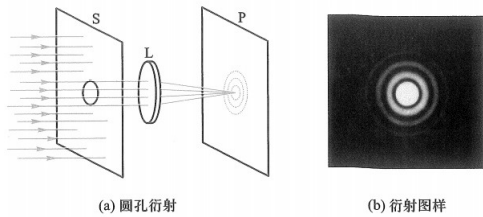
暗纹中心:  $b(\sin \theta \pm \sin \alpha) = \pm k\lambda$ , 明纹中心:  $b(\sin \theta \pm \sin \alpha) = \pm(2k + 1)\frac{\lambda}{2}$ , 其中  $\alpha$  为入射角, 与  $\theta$  在法线同侧取正号, 异侧取负号

光强分布:  $I = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha}\right)^2$ , 其中  $\alpha = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$

中央明纹宽度:  $\Delta x_0 = 2x_1 = \frac{2\lambda f}{b}$ , 其他明纹宽度:  $\Delta x = \left(\frac{(k+1)\lambda}{b} - \frac{k\lambda}{b}\right)f = \frac{\lambda f}{b}$

移动单缝位置, 条纹不变; 移动透镜, 条纹跟随上下移动

### 夫琅禾费圆孔衍射



艾里斑半径:  $R = 1.22 \frac{f\lambda}{D}$ ,  $D$  为圆孔直径, 艾里斑张角:  $2\theta = \frac{2R}{f} = 2.44 \frac{\lambda}{D}$

### 分辨本领

瑞利判据: 当两点光源  $S_1$  和  $S_2$  的距离恰好使得两个艾里斑中心的距离等于每个艾里斑的半径时, 恰好能分辨。

最小分辨角  $\theta_0 = 1.22 \frac{\lambda}{D}$ ,  $\frac{1}{\theta_0}$  叫做分辨本领。

### 衍射光栅

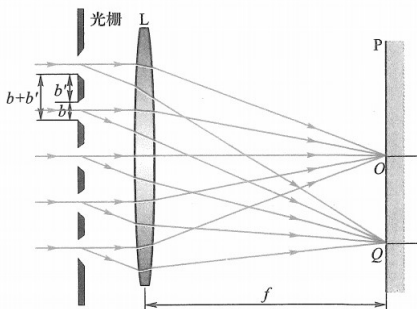


图 11-38 透射式平面衍射光栅衍射示意图

实际装置中,  $f$  比  $(b+b')$  大得多

光栅常量:  $d = b + b'$

光栅衍射条纹是衍射和干涉的总结果。  $I = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha}\right)^2 \left(\frac{\sin N\beta}{\beta}\right)^2$ , 其中

$$\alpha = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}, \beta = \frac{\pi d \sin \theta}{\alpha}$$

明纹条件:  $d \sin \theta = \pm k\lambda$ , 如果非垂直入射光栅且入射角为 $\alpha$ ,  $\alpha$ 和 $\theta$ 在法线同侧同号, 则条件改为  $d(\sin \theta + \sin \alpha) = \pm k\lambda$

暗纹条件:  $d \sin \theta = \pm \left(k + \frac{m}{N}\right)\lambda, m = 1, 2, \dots, N - 1$

相邻主极大间有 $N - 1$ 个暗纹, 有 $N - 2$ 个次极大

### 缺级条件

当光栅方程 $d \sin \theta = \pm k\lambda$ 和衍射暗纹条件 $b \sin \theta = \pm k'\lambda$ 同时满足时, 出现缺级现象。

即 $\frac{d}{b} = \frac{k}{k'}$ , 也就是光栅常量 $d$ 和缝宽 $b$ 构成整数比时, 在对应位置出现缺级。

### X射线的衍射

晶体可以看成三维立体光栅, X射线穿过晶体产生劳厄斑点的衍射图样。

布拉格方程:  $2d \sin \theta = k\lambda$

## 光的偏振

### 光的分类

自然光: 在所有方向上,  $\mathbf{E}$ 的振幅都相等。可以将光矢量分解成相互垂直的两个光矢量分量。

线偏振光: 光的振动方向只在某一固定方向的光。振动方向的平面称为振动面。

部分偏振光: 有不只一个的振动面且各振动面振幅不相等的光。

圆偏振光: 两个有相位差的相互垂直的 $\mathbf{E}_i$ 合成的 $\mathbf{E}$ 轨迹形成圆。

椭圆偏振光: 两个有相位差的相互垂直的 $\mathbf{E}_i$ 合成的 $\mathbf{E}$ 轨迹形成椭圆。

### 马吕斯定律

入射起偏器的光强为 $I_0$ , 则检偏器检测到的光强为 $I = I_0 \cos^2 \alpha$

### 布儒斯特定律

反射光是垂直入射面振动较强的部分偏振光, 折射光是平行入射面的振动较强的部分偏振光。

当入射角满足 $\tan i_B = \frac{n_2}{n_1}$ 时, 反射光只有垂直于入射面的振动, 成为线偏振光。折射光仍为部分偏振光。

### 双折射现象

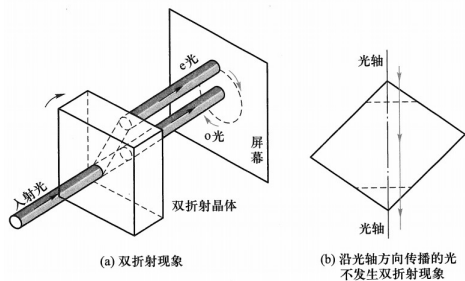


图 11-60 双折射

对于光学性质随方向而异的某些晶体，当光线进入晶体后，产生两束折射光且都是线偏振光，一束是遵循折射定律的寻常光线（ $o$ 光），另一束是不遵循折射定律的非常光线（ $e$ 光）。

光轴：光沿此方向传播时不发生双折射现象。

主截面：光线入射时，法线与光轴构成的平面。

$o$ 光在各方向上的速度和折射率都相同， $n_o = \frac{c}{v_o}$

$e$ 光在各方向上速度和折射率不同，沿垂传播方向的折射率， $n_e = \frac{c}{v_e}$ ， $e$ 光在其他方向折射率介于  $n_o$ 和 $n_e$ 之间

$n_e > n_o$ 的晶体称为正晶体， $e$ 光波阵面椭球长轴和光轴平行。如石英等。

$n_e < n_o$ 的晶体称为负晶体， $e$ 光波阵面椭球短轴和光轴平行。如方解石等。

表 11-1 一些双折射晶体的折射率

晶体	$n_o$	$n_e$
方解石	1.658	1.486
电气石	1.640	1.620
硝酸钠	1.585	1.332
石英	1.543	1.552
冰	1.309	1.310

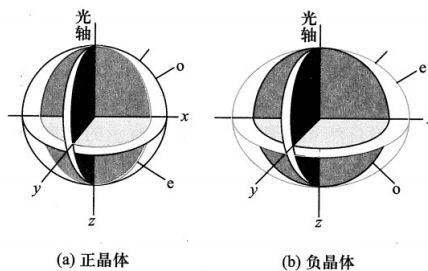


图 11-62  $o$ 光和 $e$ 光的波阵面

## 棱镜

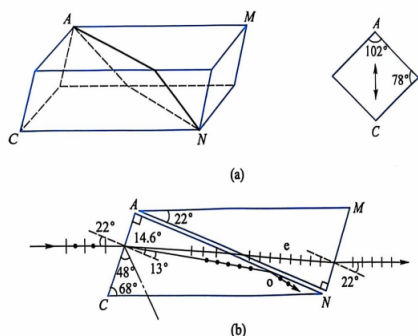


图 13-73 尼科耳棱镜

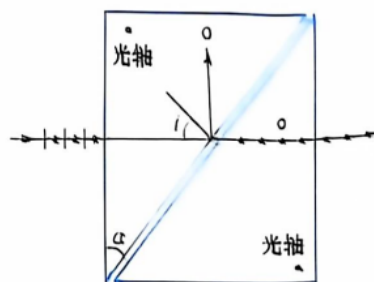
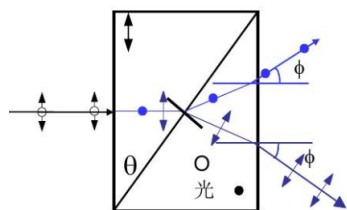


图 13-74 格兰-傅科棱镜



尼科耳棱镜， $n_o(1.658) > n(1.55) > n_e(1.486)$ ， $o$ 光被加拿大胶反射后吸收，出射的为 $e$ 光

格兰傅科棱镜,  $o$ 光临界角 $37^{\circ}6'$ ,  $e$ 光临界角 $42^{\circ}16'$ ,  $\alpha$ 介于两临界角之间, 使 $o$ 光发生全反射

渥拉斯顿棱镜,  $n_e = 1.4864, n_o = 1.6584$ ,  $o$ 光和 $e$ 光被分向两个方向

### 玻片

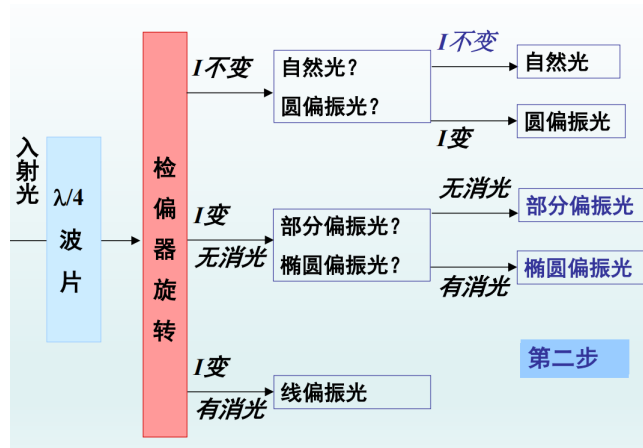
波片是光轴平行与表面的单轴晶片, 偏振光垂直入射进入波片后, 分解为 $o$ 光和 $e$ 光,  $e$ 光振动平行光轴方向,  $o$ 光振动方向垂直于光轴.  $o$ 光、 $e$ 光传播速度不同, 射出波片时使两个垂直的振动分量间产生一个附加的相位差。

四分之一玻片:  $d = \frac{\lambda}{4(n_o - n_e)}$ , 使 $o$ 光和 $e$ 光产生 $\frac{\pi}{2}$ 的相位差

线偏振光与光轴夹角 $45^{\circ}$ 时, 出射光为圆偏振光。与光轴夹角不为 $45^{\circ}$ 时, 出射光为椭圆偏振光。

圆偏振光通过四分之一玻片后变成与光轴夹角 $45^{\circ}$ 的线偏振光。

长轴或短轴与光轴平行的椭圆偏振光入射后变成与夹角不为 $45^{\circ}$ 的线偏振光。



### 偏振光的干涉

当起偏器 $P_1$ 和检偏器 $P_2$ 正交时, 在 $P_1$ 和 $P_2$ 之间插入一个薄晶片 $C$ ,  $C$ 的光轴平行于晶片表面且晶片为楔形, 则会观察到明暗相间的干涉条纹。

出射的振幅:  $A_{2o} = A_o \cos \theta = A \sin \theta \cos \theta$ ,  $A_{2e} = A_e \sin \theta = A \cos \theta \sin \theta$

当 $P_1$ 和 $P_2$ 平行时, 出射的振幅,  $A_{2e} = A \cos^2 \theta$ ,  $A_{2o} = A \sin^2 \theta$

故 $o$ 光和 $e$ 光出射后频率相同, 振动方向相同, 相位差恒定, 发生干涉。

干涉加强条件:  $\Delta\varphi_{\perp} = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d + \pi = 2k\pi$ 或 $\Delta\varphi_{\parallel} = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d = 2k\pi$

## 量子物理

### 早期量子论

#### 黑体辐射

##### 黑体的基本定义和物理量

黑体: 能把一切外来的电磁辐射全部吸收的物体。

单色辐出度 $M_{\lambda}(T)$ 或 $M_{\nu}(T)$ : 从温度为 $T$ 的黑体的单位面积上、单位时间内在波长 $\lambda$  (频率 $\nu$ ) 附近单位波长范围内 (单位频率范围内) 所辐射的电磁波能量。  $M_{\nu}(T) = M_{\lambda}(T) \frac{\lambda^2}{c}$

辐出度  $M(T)$ : 从热温度为  $T$  的黑体的单位面积上、单位时间内所辐射的各种波长 (各种频率) 的电磁波能量总和。  $M(T) = \int_0^{+\infty} M_\lambda(T) d\lambda = \int_0^{+\infty} M_\nu(T) d\nu$

### 物理定律

斯特藩-玻尔兹曼定律:  $M(T) = \sigma T^4$

维恩位移定律:  $\lambda_m T = b$

### 黑体辐射的波长公式

维恩公式: 由经典热力学和麦克斯韦分布律导出  $M_\lambda(T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{\lambda kT}}$ , 只适用于短波

瑞利-金斯公式: 由能量均分定理和电磁理论导出  $M_\lambda(T) = \frac{2\pi ckT}{\lambda^4}$ , 只适用于长波, 短波紫外灾难

普朗克公式: 由数学推导得来,  $M_\lambda(T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$ , 发展出了普朗克量子假设, 即能量发射和吸收都是以量子为基本单元,  $\varepsilon = h\nu$

## 光电效应

### 实验规律

(1) 对某一种金属来说, 只有当入射光的频率大于某一频率  $\nu_0$  时, 电子才能从金属表面逸出, 产生光电流; 否则无论光强多大, 都不会产生光电流。

(2) 不同频率的光照射金属表面时, 只要入射光频率大于截止频率  $\nu_0$ , 遏止电势差与入射光频率呈线性关系。

(3) 随着加速电势差的增大, 光电流趋于饱和值, 且光强的增大只会使饱和光电流值增大, 不会改变遏止电势差。饱和光电流  $I_S \propto n$ , 其中  $n$  为光子个数。光强  $I = nh\nu$ 。

(4) 无论入射光强度如何, 只要频率大于截止频率  $\nu_0$ , 当光照射到金属表面时几乎立即就有光电子逸出。

### 爱因斯坦光电方程

$$h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + W$$

## 康普顿效应

### 实验规律

(1) 散射光线除了相同波长的光线外, 还有波长大于入射光的光线。

(2) 波长偏移量  $\Delta\lambda$  只与散射角  $\theta$  有关, 同一散射角下, 所有物质的波长偏移量都相同。

(3) 原子量增加,  $\lambda_0$  的谱线强度增加,  $\lambda$  的谱线强度减弱, 即康普顿散射减弱。

### 康普顿公式

电子与光子的碰撞过程满足能量守恒和动量守恒。

$$\text{波长偏移量: } \Delta\lambda = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos\theta) = \frac{2h}{m_0c} \sin^2 \frac{\theta}{2} = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad \lambda_c = \frac{h}{m_0c} \text{ 称为康普顿波长}$$



# 氢原子的波尔理论

## 氢原子光谱的规律

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right), \quad n_i > n_f$$

紫外光谱:  $n_f = 1$ , 莱曼 (Lyman) 系;

可见光谱:  $n_f = 2$ , 巴尔末 (Balmer) 系;

红外光谱:  $n_f = 3$ , 帕邢 (Paschen) 系;  $n_f = 4$ , 布拉开 (Brackett) 系;

$n_f = 5$ , 普丰德 (Pfund) 系;  $n_f = 6$ , 汉弗莱 (Humphreys) 系

## 波尔的三大假设

(1) 定态假设: 电子在原子中可以在一些特定的圆轨道上运动而不辐射电磁波, 此时原子处于定态且有一定能量

(2) 量子条件: 电子以速度  $v$  在半径为  $r$  的圆周上绕核运动时, 只有在角动量  $L = mvr = n \frac{h}{2\pi}$  的轨道才是稳定的

(3) 频率条件: 原子在轨道跃迁时, 要发射频率为  $\nu$  的光子,  $h\nu = E_i - E_f$

氢原子半径公式:  $r_n = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n^2$ , 其中  $a_0 = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} = 5.29 \times 10^{-11} m$  为第一个轨道半径, 称为波尔半径

氢原子能级公式:  $E_n = -\frac{m e^4}{8 \epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = \frac{E_1}{n^2}$ ,  $E_1 = -13.6 eV$  为第一个轨道的能量, 称作基态能量

# 量子力学

## 德布罗意波

$E = h\nu, p = \frac{h}{\lambda}$ , 则  $\lambda = \frac{h}{p}$ , 此即为实物粒子的德布罗意波长

## 海森堡不确定关系

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{4\pi} \quad (\text{一般也可以用 } h \text{ 近似估计}), \quad \Delta E \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}$$

## 薛定谔方程

波函数:  $\Psi(x, t) = \psi_0 e^{-i2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda})} = \psi_0 e^{-i\frac{2\pi}{h}(Et - px)}$

概率密度:  $|\Psi|^2 = \Psi\Psi^*$ , 满足归一化条件  $\int |\Psi|^2 dV = 1$

$$\text{薛定谔方程: } -\frac{h^2}{8\pi^2 m} \nabla^2 \Psi + E_p \Psi = i \frac{h}{2\pi} \frac{\partial \Psi}{\partial t}$$

对于一维粒子, 有  $\Psi(x, t) = \psi(x)\phi(t) = \psi(x)\phi_0 e^{-i2\pi Et/h}$

$$\text{势场中一维运动粒子的定态薛定谔方程: } \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - E_p) \psi(x) = 0$$

$$\text{定态薛定谔方程: } \nabla^2 \psi + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - E_p) \psi = 0$$

## 一维势阱问题

### 无限深方势阱

$$E_p = \begin{cases} 0 & 0 < x < a \\ \infty & x \leq 0 \text{ 或 } x \geq a \end{cases}$$

粒子的薛定谔方程为:  $\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2mE}{h^2}\psi = 0$

解得  $\psi(x) = A \sin kx + B \cos kx$ , 其中  $k = \sqrt{\frac{8\pi^2mE}{h^2}}$ , 由于  $\psi(0) = 0$ , 得  $B = 0$

由于  $\psi(a) = 0$ , 得  $\sin ka = 0$ , 故有  $k = \frac{n\pi}{a}$ , 即能量分布为  $E = n^2 \frac{h^2}{8ma^2}$

最后由归一化条件  $\int_0^a |\psi|^2 dx = 1$ , 得  $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi}{a} x, 0 < x < a$

### 一维方势垒

$$E_p = \begin{cases} E_{p0} & 0 \leq x \leq a \\ 0 & x < 0 \text{ 或 } x > a \end{cases}$$

通解为  $\psi_I = A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x}$ ,  $\psi_{II} = A_2 e^{ik_2 x} + B_2 e^{-ik_2 x}$ ,  $\psi_{III} = A_3 e^{ik_1 x}$

其中  $k_1 = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$ ,  $k_2 = \sqrt{\frac{2m(E - E_{p0})}{\hbar^2}}$ ,  $\psi_I, \psi_{II}, \psi_{III}$  分别为  $x < 0, 0 < x < a, x > a$  区域内的波函数

对  $\psi_I$ , 第一项为入射波, 第二项为  $x = 0$  处的反射波; 对  $\psi_{II}$ , 第一项为  $x = 0$  处的透射波, 第二项为  $x = a$  处的反射波; 对  $\psi_{III}$ , 为  $x = a$  处的透射波。

$$\text{透射率: } T = \frac{4k_1^2 k_2^2}{(k_1^2 - k_2^2) \sin^2(k_2 a) + 4k_1^2 k_2^2}; \text{ 反射率: } R = \frac{(k_1^2 - k_2^2) \sin^2(k_2 a)}{(k_1^2 - k_2^2) \sin^2(k_2 a) + 4k_1^2 k_2^2}$$

$$\text{贯穿系数: } T = e^{-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(E_{p0} - E)} a}$$

隧道效应: 即使粒子在  $E < E_{p0}$  的情况下, 粒子在垒区和垒后区域的波函数也都不为0, 即粒子有一定概率处于势垒内或穿透势垒进入  $x > a$  的区域。

### 一维谐振子

薛定谔方程为:  $(\frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2) \varphi(x) = E \varphi(x)$ , 代入  $p$  得  $\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + (E - \frac{m \omega^2}{2} x^2) \varphi = 0$

作变换  $\xi = \sqrt{m\omega/\hbar} x = \alpha x, \lambda = \frac{2E}{\hbar\omega}, \psi(x) = \psi(\xi/\alpha) = \phi(\xi)$ , 方程化为

$$\frac{d^2 \phi}{d\xi^2} + (\lambda - \xi^2) \phi = 0$$

在  $\xi \rightarrow \infty$  时  $\phi(\xi) = e^{-\xi^2/2}$ , 故令  $\phi(\xi) = e^{-\xi^2/2} u(\xi)$ , 代入得  $\frac{d^2 u}{d\xi^2} - 2\xi \frac{du}{d\xi} + (\lambda - 1)u = 0$

故  $\lambda = 2n + 1$  时有满足要求的解  $u = H_n(\xi) = (-1)^n e^{\xi^2} \frac{d^n}{d\xi^n} (e^{-\xi^2})$ ,  $H_n$  为厄米多项式, 满足

$$H_{n+1}(x) - 2xH_n(x) + 2nH_{n-1}(x) = 0$$

一维谐振子的能量本征值:  $E_n = (n + \frac{1}{2}) h\nu$

# 原子轨道的量子理论

## 氢原子轨道分析

用球坐标  $x = r \sin \theta \cos \varphi, y = r \sin \theta \sin \varphi, z = r \cos \theta$  代入薛定谔方程得:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r}) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta}) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}) \psi = 0$$

波函数  $\psi(r, \theta, \varphi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\varphi)$ ,  $R(r), \Theta(\theta), \Phi(\varphi)$  分别为波函数径向部分和角向部分的分量,

则薛定谔方程化简为

$$\frac{\sin^2 \theta}{R} \frac{d}{dr} (r^2 \frac{dR}{dr}) + \frac{8\pi^2 m}{h^2} r^2 \sin^2 \theta (E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}) + \frac{1}{\Theta \sin \theta} \frac{d}{d\theta} (\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta}) = -\frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2}$$

方程两边恒等于常数, 且三个变量可分离, 则可得:

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} (r^2 \frac{dR}{dr}) + \frac{8\pi^2 m r^2}{h^2} (E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}) = l(l+1)$$

$$\frac{m_l^2}{\sin^2 \theta} - \frac{1}{\Theta \sin \theta} \frac{d}{d\theta} (\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta}) = l(l+1)$$

$$-\frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} = m_l^2$$

径向概率:  $p = |R(r)|r^2 dr$ ; 角向概率:  $p = |\Theta(\theta)|^2 |\Phi(\varphi)|^2 \sin \theta d\theta d\varphi$

## 四个量子数

能量量子化和主量子数:  $E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2}, n = 1, 2, 3 \dots$

角动量量子化和角量子数:  $L = \sqrt{l(l+1)}\hbar, l = 0, 1, 2, \dots, n-1$

空间量子化和磁量子数:  $L_z = m_l \hbar, m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$

电子自旋:  $S = \sqrt{s(s+1)}\hbar$ , 自旋量子数  $s = \frac{1}{2}$ , 在某个方向上  $S_z = m_s \hbar$ , 自旋磁量子数  $m_s = \pm \frac{1}{2}$

## 多电子原子的核外电子分布

①泡利不相容原理: 每个轨道最多只能容纳两个电子, 且自旋相反配对

②能量最小原理: 电子尽可能占据能量最低的轨道