

第九章：(振动)

简谐振动的标准形式： $a = -\omega^2 x$ ($\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$)

简谐振动方程：

$$\begin{cases} x = A \cos(\omega t + \varphi) \\ v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \\ a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

参数：①振幅：简谐振动物体离开平衡位置的最大位移的绝对值A
 ②周期：一次完全振动所经历的时间T

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$\begin{cases} \text{弹簧振子: } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \\ \text{单摆: } \omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \\ \text{复摆: } \omega = \sqrt{\frac{mgl}{J}} \end{cases}$$

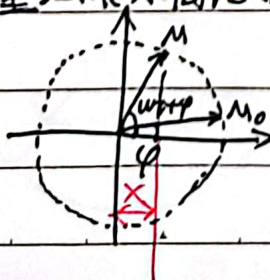
③相位： $(\omega t + \varphi)$ 叫做振动的相位
 φ 叫做初相位

参数的求解：

已知 x_0, v_0

$$\begin{cases} x_0 = A \cos \varphi \\ v_0 = -\omega A \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} \\ \tan \varphi = -\frac{v_0}{\omega x_0} \end{cases}$$

旋转矢量法表示简谐振动



投影到x轴上即为位移x

简谐振动的能量: ★★★

1. 动能: $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$

2. 势能: $E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$

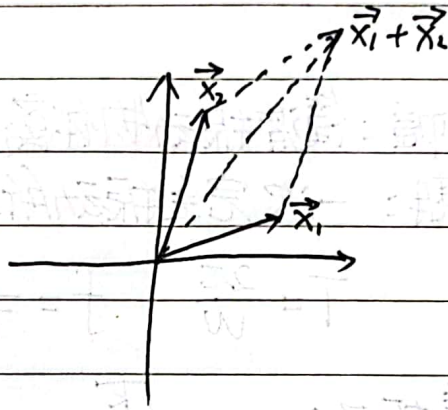
3. 总能量: $E = E_k + E_p = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}kA^2$

4. 平均动能、势能: $\bar{E}_k = \bar{E}_p = \frac{1}{2}E$

简谐振动的合成

1. 同方向、同频率合成

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$$



$$\Rightarrow x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

且 $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

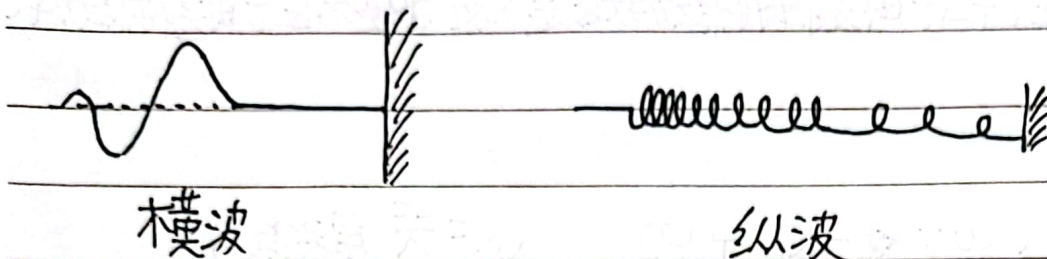
2. 相互垂直、同频率合成

$$\begin{cases} x = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ y = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1)$$

第十章: (波动)

横波、纵波



参数及概念

1. 波长: 沿传播方向, 两个相邻的、相位差为 2π 的振动质元之间的距离 (一个完整波形的长度)
2. 周期: 波前进一个波长的距离所需要的时间
3. 波速: 单位时间内某一振动状态传播的距离。

$$\begin{cases} u = \lambda \nu \\ u = \frac{\lambda}{T} \end{cases}$$

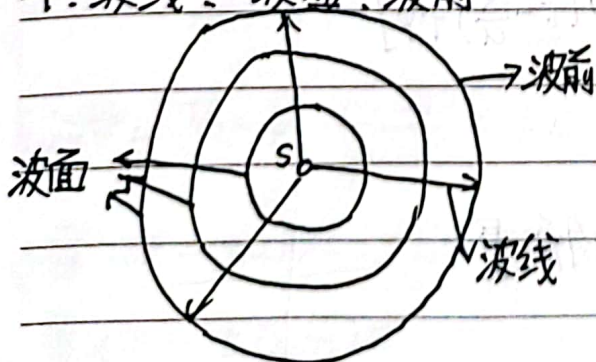
实验所得:

固体内 $\begin{cases} u = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \text{ (横波)} & G \text{ 为切变模量} \\ u = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \text{ (纵波)} & E \text{ 为弹性模量} \end{cases}$

液体内、气体内: $u = \sqrt{\frac{k}{\rho}} \text{ (纵波)}$ k 体积模量

机械波的波速取决于介质的性质, 与振源无关

4. 波线、波面、波前



平面简谐波的波函数

1. 基本性质: $y(x+\Delta x, t+\Delta t) = y(x, t)$

$x+\Delta x$ 处的质元在 $t+\Delta t$ 时刻的振动状态是 x 处的质元在 t 时刻振动状态的复制。

2. $y = A \cos(\omega t - kx + \varphi)$ ($k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 角波数)

$$= A \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \varphi\right]$$
$$= A \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi\right]$$

加减关系: $\left\{ \begin{array}{l} \text{超前} + \\ \text{滞后} - \end{array} \right.$

3. 物理意义:

- ① x 一定时, 观察距波源 x 处质元随时间的上下振动情况
- ② t 一定时, 观察所有质元的位移分布情况

4. u 的另一表达式 (波速)

$$u = \lambda v = \frac{2\pi v}{\frac{2\pi}{\lambda}} = \frac{\omega}{k} \quad \star$$

能流和能流密度 \star

1. 能量密度 $w = \frac{dw}{dv} = \rho A^2 \omega^2 \sin^2\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \varphi\right]$

2. 平均能量密度: $\bar{w} = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2$

3. 能流: 单位时间内垂直通过某一面积的能量

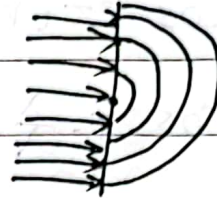
$$P = w \cdot u \cdot S$$

4. 能流密度: $\bar{P} = \bar{w} u \cdot S$ 平均能流

$$\bar{I} = \frac{\bar{P}}{S} = \bar{w} u = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 \cdot u$$

波的衍射:

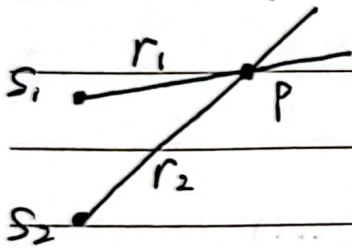
波在传播过程中遇到障碍物, 能够绕过障碍物的边缘, 在障碍物的几何阴影内继续传播。



发生条件: 障碍物宽度小于等于波长

波的干涉

1. 前提: 频率相同、振动方向相同、相位差恒定的两波源



$$\begin{cases} S_1: y_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ S_2: y_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$$

$$S_1 \text{ 在 } P \text{ 处: } y_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1 - \frac{2\pi r_1}{\lambda})$$

$$S_2 \text{ 在 } P \text{ 处: } y_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2 - \frac{2\pi r_2}{\lambda})$$

$$\Rightarrow y = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\begin{cases} \tan \varphi = \frac{A_1 \sin(\varphi_1 - \frac{2\pi r_1}{\lambda}) + A_2 \sin(\varphi_2 - \frac{2\pi r_2}{\lambda})}{A_1 \cos(\varphi_1 - \frac{2\pi r_1}{\lambda}) + A_2 \cos(\varphi_2 - \frac{2\pi r_2}{\lambda})} \end{cases}$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \Delta \varphi}$$

$$\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - \frac{2\pi(r_2 - r_1)}{\lambda}$$

当 $\Delta \varphi = \pm 2k\pi$ 则 $A = A_1 + A_2$ 加强

当 $\Delta \varphi = \pm (2k+1)\pi$, 则 $A = |A_1 - A_2|$ 减弱

驻波

1. 前提: 振幅、频率、传播速度相同, 相向传播的两列相干波

2. 驻波方程:

$$\begin{cases} y_1 = A \cos 2\pi \left(vt - \frac{x}{\lambda} \right) \\ y_2 = A \cos 2\pi \left(vt + \frac{x}{\lambda} \right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = \underbrace{2A \cos 2\pi \cdot \frac{x}{\lambda}}_{\text{振幅}} \cos 2\pi vt$$

3. 波节、波腹

波节: 始终静止不动的点, $\cos \frac{2\pi x}{\lambda} = 0$

波腹: 振幅最大的点, $|\cos \frac{2\pi x}{\lambda}| = 1$

$$\begin{aligned} \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} = 0 &\Rightarrow 2\pi \frac{x}{\lambda} = (2k+1) \frac{\pi}{2} \\ &\Rightarrow x = (2k+1) \frac{\lambda}{4} \quad (k=0, \pm 1, \pm 2, \dots) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |\cos 2\pi \frac{x}{\lambda}| = 1 &\Rightarrow 2\pi \frac{x}{\lambda} = k\pi \\ &\Rightarrow x = k \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (k=0, \pm 1, \pm 2, \dots) \end{aligned}$$

波节之间、波腹之间距离均为 $\frac{\lambda}{2}$

4. 驻波特点

- ① 波形既不左移, 也不右移, 各点以确定的振幅在各自的平衡位置附近移动
- ② 不传播能量

驻波形成的条件

相位跃变 $\star\star\star$

波疏 \rightarrow 波密

反射波将相位跃变 π ($+\pi$)

多普勒效应 \star

1. 波源不动, 观察者相对介质以速度 v_0 运动

$$\begin{cases} v' = \frac{u+v_0}{u} \cdot v & (\text{靠近}) \\ v' = \frac{u-v_0}{u} \cdot v & (\text{远离}) \end{cases}$$

2. 观察者不动, 波源相对介质以速度 v_0 运动

$$\begin{cases} v' = \frac{u}{u-v_0} \cdot v & (\text{靠近}) \\ v' = \frac{u}{u+v_0} \cdot v & (\text{远离}) \end{cases}$$

3. 波源、观察者同时相对介质运动

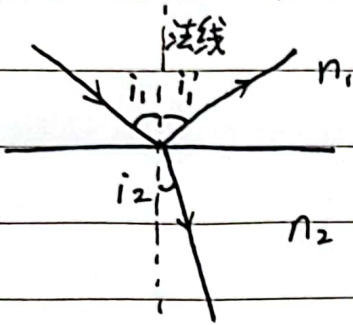
$$\begin{cases} v' = \frac{u+v_0}{u-v_s} \cdot v & (\text{靠近}) \\ v' = \frac{u-v_0}{u+v_s} \cdot v & (\text{远离}) \end{cases}$$

靠近 \rightarrow 频率变大

第十一章: (光学)

几何光学

1. 反射和折射定律



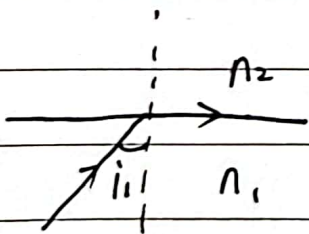
反射定律: $i_1 = i_1'$

折射定律: $\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$

2. 介质中光速与折射率的关系:

$$v = \frac{c}{n}$$

3. 全反射 (光导纤维)

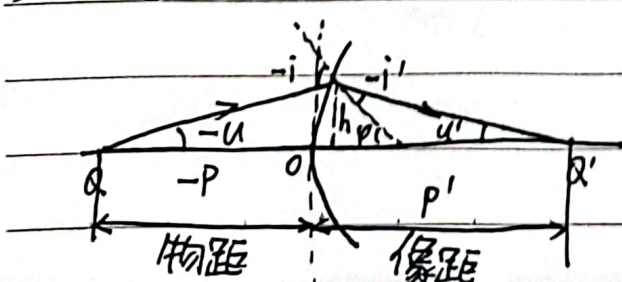


$$i_1 = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$$

4. 光程: $I = n \cdot l$

(在相同时间内光线在真空中传播的距离)

5. 符号规则



上正下负

右正左负 (看光线传播方向)

顺正逆负

☆☆☆

(1) 线段: 以顶点O为起点, 沿光线进行方向为正, 逆光线进行方向为负;
在垂直方向上, 以主光轴上方为正, 下方为负

(2) 角度: 由主轴或界面法线为起始线, 转一锐角至光线, 顺正逆负

目

6. 近轴光线单球面折射成像的物像关系式☆☆

$$\overset{\text{像距}}{P'} \xrightarrow{n'} - \overset{\text{物距}}{P} \xrightarrow{n} = \frac{n' - n}{r} \quad \boxed{\text{核心}}$$

↓ ↓ ↓
像距 物距 球面曲率半径

令 $P' \rightarrow \infty \Rightarrow f = -\frac{n}{n' - n} r$ (物方焦距)

令 $P \rightarrow \infty \Rightarrow f' = \frac{n'}{n' - n} r$ (像方焦距)

\Rightarrow 高斯式 $\frac{f'}{P'} + \frac{f}{P} = 1$

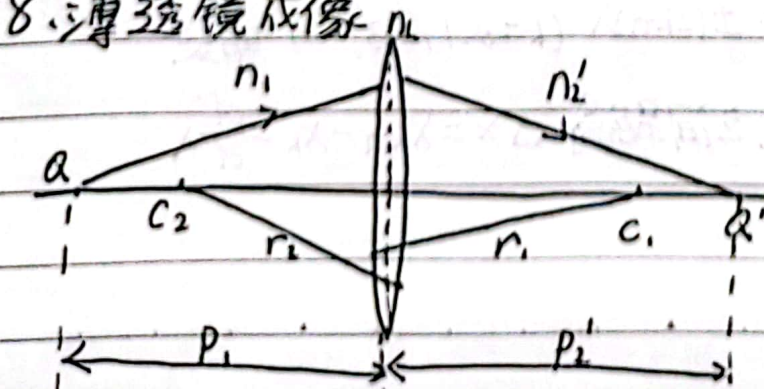
7. 横向放大率和角效率

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{P'n}{Pn'} \quad \left\{ \begin{array}{l} \beta > 0 \rightarrow \text{正立} \\ |\beta| > 1 \rightarrow \text{放大} \end{array} \right.$$

角效率: $\gamma = \frac{u'}{u} = \frac{P}{P'} = \frac{n}{n'} \cdot \frac{1}{\beta}$

(了解) $\Rightarrow y' a' n' = y u \cdot n = \text{常量}$

8. 薄透镜成像



$$\left. \begin{aligned} \frac{n_2}{p_2'} - \frac{n_1}{p_1} &= \frac{n_2 - n_1}{r_1} = \phi_1 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{n_2'}{p_2'} - \frac{n_2}{p_1} &= \frac{n_2' - n_2}{r_2} = \phi_2 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{n_2'}{p_2'} - \frac{n_1}{p_1} = \phi_1 + \phi_2 = \phi \Rightarrow \frac{n'}{p'} - \frac{n}{p} = \phi$$

$$\left. \begin{aligned} f &= -\frac{n}{\phi} \\ f' &= \frac{n'}{\phi} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{f'}{p} + \frac{f}{p} = 1 \quad (\text{薄透镜的高斯公式})$$

对于空气中的薄透镜☆☆☆

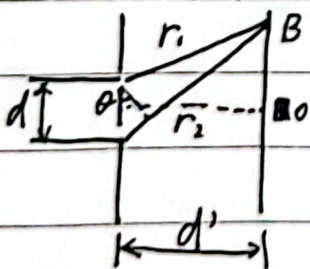
$$\left. \begin{aligned} n &= n' = 1 \end{aligned} \right\}$$

$$f' = -f = \frac{1}{\phi} = \frac{r_1 r_2}{(n_2 - 1)(r_2 - r_1)}$$

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$$

波动光学

杨氏双缝干涉☆☆

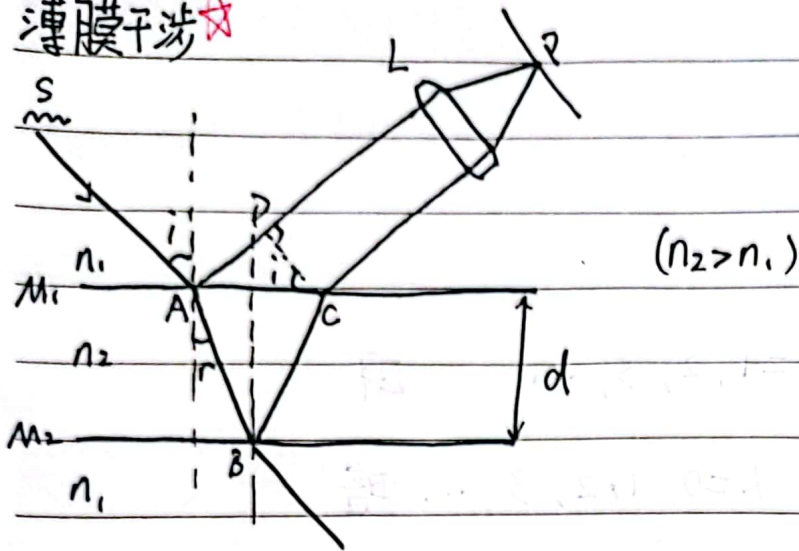


$$\Delta r = r_2 - r_1 \approx d \sin \theta \approx d \cdot \frac{x}{d'}$$

$$\left. \begin{aligned} d \cdot \frac{x}{d'} &= \pm k \lambda \quad (k=0, 1, 2, 3, \dots) \text{ 明纹} \\ d \cdot \frac{x}{d'} &= \pm (2k+1) \lambda \quad (k=0, 1, 2, 3, \dots) \text{ 暗纹} \end{aligned} \right\}$$

$$\text{明/暗纹之间距离 } \Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{d'}{d} \lambda$$

薄膜干涉★



$$\Delta' = n_2(AB + BC) - n_1 AD$$

$$AB = BC = \frac{d}{\cos r}$$

$$AD = AC \sin i = 2d \tan r \cdot \sin i$$

$$\Rightarrow \Delta' = \frac{2d}{\cos r} (n_2 - n_1 \sin r \sin i)$$

$$= \frac{2d}{\cos r} (n_2 - n_2 \sin^2 r) = 2n_2 d \cos r$$

$$= 2n_2 d \sqrt{1 - \sin^2 r}$$

$$= 2d \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i}$$

由于半波损失

$$\Delta = 2d \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$

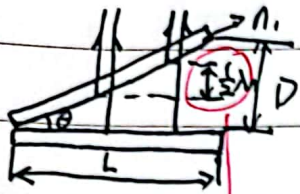
$$= \begin{cases} k\lambda & k=1, 2, \dots \text{ 加强} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (2k+1)\frac{\lambda}{2} & k=0, 1, 2, \dots \text{ 减弱} \end{cases}$$

另：透射光 $\Delta \tau = 2d \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i}$

(反射光与透射光相差半)★★★

劈尖☆☆☆



$n_1 > n$

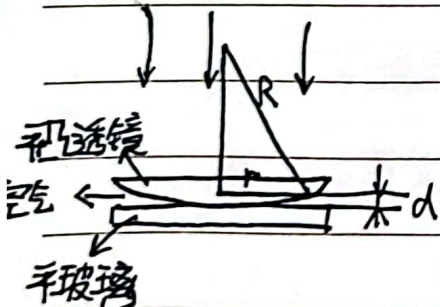
$$\Delta = 2nd + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & k=1, 2, 3, \dots \text{ 明} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & k=0, 1, 2, 3, \dots \text{ 暗} \end{cases}$$

两明纹/暗纹间距为 $\frac{\lambda n}{2} = \frac{\lambda}{2n}$

$$\begin{cases} \theta = \frac{D}{L} \\ \theta = \frac{\lambda n}{2b} \end{cases} \Rightarrow D = \frac{\lambda n}{2b} \cdot L = \frac{\lambda}{2nb} \cdot L$$

→ 两明纹/暗纹水平距离

牛顿环☆☆



$$\Delta = 2nd + \frac{\lambda}{2}$$

$$r = \sqrt{R^2 - (R-d)^2} = \sqrt{2dR - d^2} \approx \sqrt{2dR} = \sqrt{(k - \frac{1}{2}) \cdot \frac{R\lambda}{n}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{明环半径: } r = \sqrt{(k - \frac{1}{2}) \frac{R\lambda}{n}} & k = 1, 2, \dots \\ \text{暗环半径: } r = \sqrt{k \cdot \frac{R\lambda}{n}} & k = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

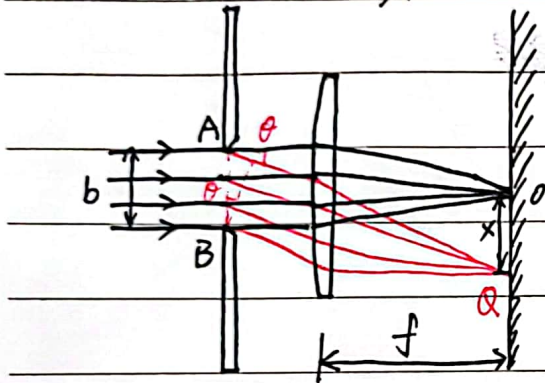
$$\text{暗环半径: } r = \sqrt{k \cdot \frac{R\lambda}{n}} \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

迈克尔逊干涉仪 (了解)

一个公式: $\Delta d = \Delta n \cdot \frac{\Delta}{2}$

Δ (移动距离) Δn (条纹变化数目) $\frac{\Delta}{2}$ (波长)

夫琅禾费单缝衍射



分析方法: 波带法

$b \sin \theta = \pm k \frac{\lambda}{2}$ (将AB平面切割为k个波带)

- k 为偶数 \rightarrow 暗条纹 (注意不要和干涉混)
- k 为奇数 \rightarrow 亮条纹

均不包括 $k=0$, $k=0$ 处为中央明纹

距离 O 的距离 $x = f \tan \theta$

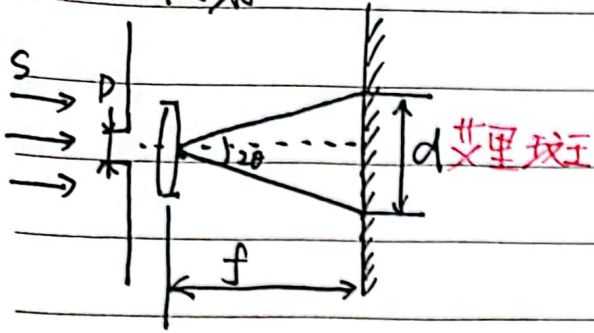
第一级暗纹距离 $x_1 = f \tan \theta_1 = \frac{\lambda}{b} f$

\Rightarrow 中央明纹宽度 $\Delta x_0 = 2x_1 = \frac{2\lambda f}{b}$

其他明纹宽度 $\Delta x = \frac{\lambda f}{b}$

中央明纹宽度是其余的两倍

圆孔衍射

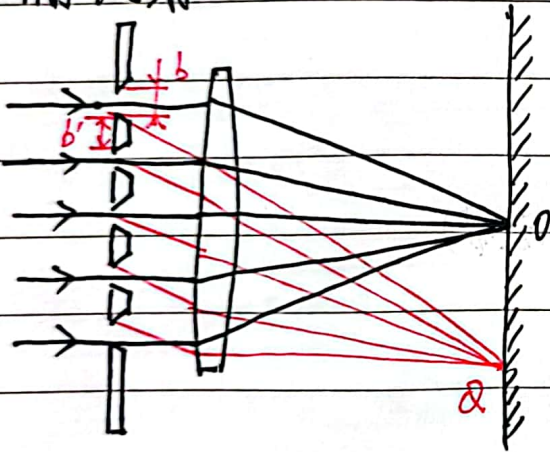


$$2\theta = \frac{d}{f} = 2.44 \frac{\lambda}{D}$$

瑞利判据： $\theta_0 = 1.22 \frac{\lambda}{D}$ → 恰能分辨

$$\frac{1}{\theta_0} = \frac{D}{1.22\lambda} \rightarrow \text{分辨率本领}$$

光栅衍射



光栅常量： $d = b + b'$

光栅方程 $(b + b') \sin \theta = \pm k\lambda$ $k = 0, 1, 2, \dots$
明纹

设有 N 个狭缝

$(b + b') \sin \theta = \pm \frac{k'}{N} \lambda$, $k' = 1, 2, \dots, (N-1), (N+1), \dots$

暗纹

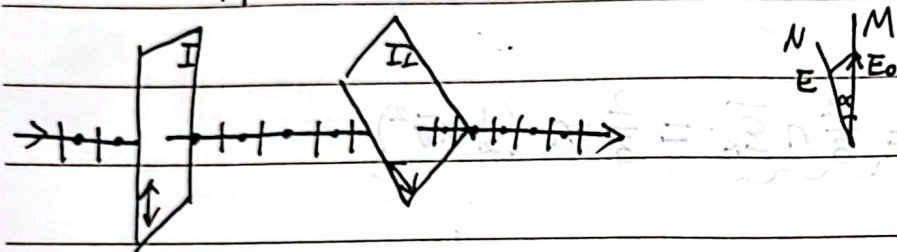
缺级现象

$$\begin{cases} (b+b') \sin \theta = \pm k \lambda & k=0, 1, 2, \dots \\ b \sin \theta = \pm k' \lambda & k'=1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{b+b'}{b} = \frac{k}{k'}$$

↓
若为整数将出现缺级

马吕斯定律

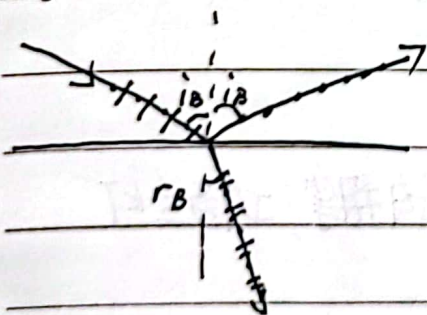


$$\begin{cases} E = E_0 \cos \alpha \\ I = I_0 \cos^2 \alpha \end{cases} \quad \star$$

布儒斯特定律

当 $i = i_B$ 时 反射光为偏振光, 折射光为自然偏振光

$$\tan i_B = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow \text{折射光与反射光垂直}$$



第十二章: (气体动理论)

参量: 体积 V 、压强 P 、温度 T

理想气体的物态方程☆☆☆

$$PV = NkT = \nu \cdot N_A \cdot k \cdot T = \nu \cdot R \cdot T$$

↓
气体分子数
↓
玻尔兹曼
常数:
 $1.38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

↓
摩尔气体常数
 $8.31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

$$P = \frac{N}{V} kT = nkT$$

↓
分子数密度

理想气体的压强公式: $P = \frac{2}{3} n \bar{\epsilon}_k = \frac{2}{3} \cdot n \cdot (\frac{1}{2} m \bar{v}^2)$

其中 } $\bar{v}^2 = \bar{v}_x^2 + \bar{v}_y^2 + \bar{v}_z^2$

$$\bar{v}_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^N v_{ix}^2}{N}$$

$$\bar{v}_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^N v_{iy}^2}{N}$$

$$\bar{v}_z^2 = \frac{\sum_{i=1}^N v_{iz}^2}{N}$$

$$\begin{cases} P = \frac{2}{3} n \bar{\epsilon}_k \\ P = n \cdot kT \end{cases} \Rightarrow \bar{\epsilon}_k = \frac{3}{2} kT \Rightarrow v_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

方均根速率

能量均分定理

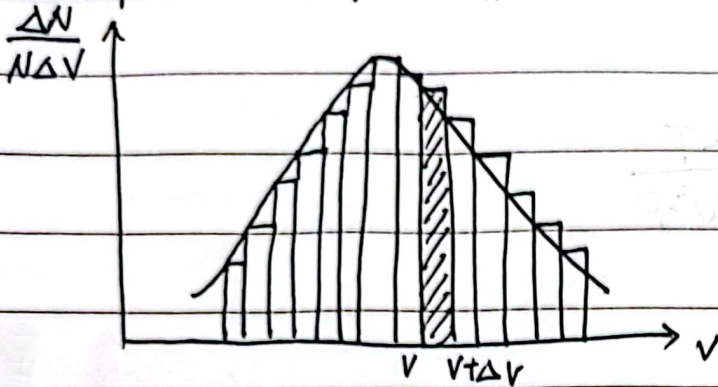
气体处于平衡态时, 分子任何一个自由度的平均能量均相等, 均为 $\frac{1}{2} kT$

$$\bar{\epsilon} = (\underbrace{t}_{\text{平动}} + \underbrace{r}_{\text{转动}} + \underbrace{v}_{\text{振动}}) \frac{1}{2} kT$$

理想气体的内能☆☆☆

$$\bar{\epsilon}_m = \nu \cdot N_A \cdot \bar{\epsilon} = \nu \cdot \frac{1}{2} RT$$

麦克斯韦气体分子速率分布定律



分子处于 $v - v + \Delta v$ 区间内的概率

$$\frac{dN}{N} = f(v) dv$$

↓
概率密度函数

三种统计速率 (背)

1. 最概然速率

$$v_p = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

2. 平均速率

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

3. 方均根速率

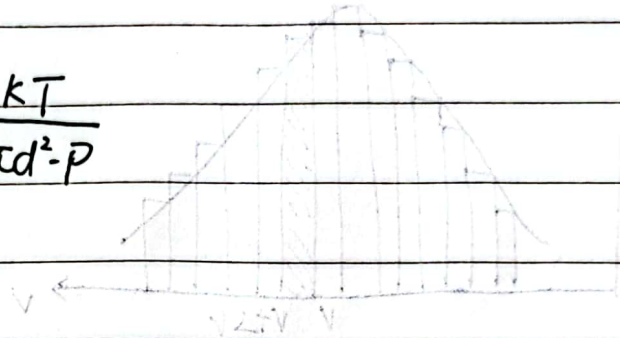
$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

分子平均碰撞频率 $\star\star\star$

$$\bar{z} = \underbrace{\sqrt{2}}_{\text{修正系数}} \pi d^2 \cdot \underbrace{n}_{\text{分子数密度}} \cdot \underbrace{\bar{v}}_{\text{平均速率}}$$

平均自由程

$$\lambda = \frac{\bar{v}}{\bar{z}} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n} = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 p}$$



$\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$v_0(v) = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \dots$$

$$\frac{T_{H_2}}{m} = \frac{T_{O_2}}{m} = v$$

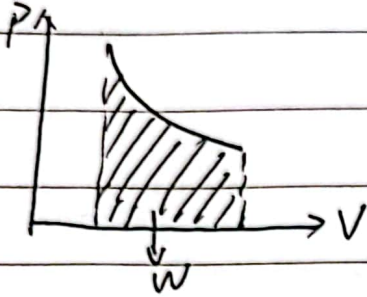
$$\frac{T_{H_2}}{m_{H_2}} = \frac{T_{O_2}}{m_{O_2}} = v$$

$$\frac{T_{H_2}}{m} = \frac{T_{O_2}}{m} = \dots$$

第十三章: (热力学基础)

$$\text{功: } \Delta W = F \cdot \Delta l = PS \cdot \Delta l = P \cdot \Delta V$$

$$\Rightarrow W = \int_{V_1}^{V_2} P dV \rightarrow \text{不只与始末状态有关, 还与过程有关的过程量}$$



热量: 系统与外界之间由于存在温度差而传递的能量 过程量

热力学第一定律 ☆

系统从外界吸收的能量, 一部分用于系统对外做功, 另一部分用来增加系统的内能

$$Q = W + \Delta E \Rightarrow dQ = dW + dE \quad \boxed{\text{核心}} \quad \star \star \star$$

- $Q > 0 \rightarrow$ 吸收热量
- $W > 0 \rightarrow$ 对外作正功
- $\Delta E > 0 \rightarrow$ 内能增加

\rightarrow 只与始末状态有关, 与过程无关 \rightarrow 单值函数

1. 四种过程 ☆☆☆

1. 等容过程 $dW = 0$

$$\begin{cases} dQ = dE \end{cases}$$

$$C_{V,m} = \frac{dQ}{dT} \quad \text{摩尔定容热容}$$

$$\Rightarrow dE = dQ = \nu \cdot C_{V,m} dT$$

$$Q = E_2 - E_1 = \nu \cdot C_{V,m} (T_2 - T_1)$$

2. 等压过程

$$\begin{cases} dQ = dW + dE = p dV + dE \end{cases}$$

$$C_{p,m} = \frac{dQ_{p,m}}{dT} \quad \text{摩尔定压热容}$$

$$Q = \nu C_{p,m} (T_2 - T_1)$$

$$W = p \cdot (V_2 - V_1)$$

另: $C_{v,m}$ 与 $C_{p,m}$ 的关系

$$C_{p,m} - C_{v,m} = R$$

$$dE = \nu \cdot \frac{i}{2} \cdot R \cdot dT = \nu \cdot C_{v,m} dT$$

$$\Rightarrow \begin{cases} C_{v,m} = \frac{i}{2} R \\ C_{p,m} = \frac{i+2}{2} R \end{cases}$$

3. 等温过程 $dE=0$

$$dQ = dW = p dV$$

$$\Rightarrow Q = W = \nu R T \ln \frac{p_1}{p_2} = \nu R T \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

4. 绝热过程 $dQ=0$

$$\text{绝热方程} \begin{cases} pV^\gamma = \text{常数} \\ V^{\gamma-1} \cdot T = \text{常数} \\ p^{\frac{1}{\gamma}} T^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \text{常数} \end{cases}$$

在此过程理想气体做功

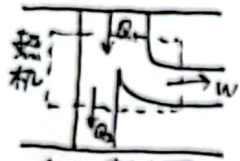
$$W = -\nu C_{v,m} (T_2 - T_1) = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\gamma - 1}$$

另: 绝热线比等温线陡峭

热机、制冷机 ☆

热机 → 正循环 (顺时针)

高温热源



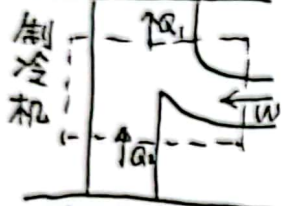
低温热源

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} \quad \text{热机效率}$$

一般求 Q_1, Q_2 求 η

制冷机 → 逆循环 (逆时针)

高温热源

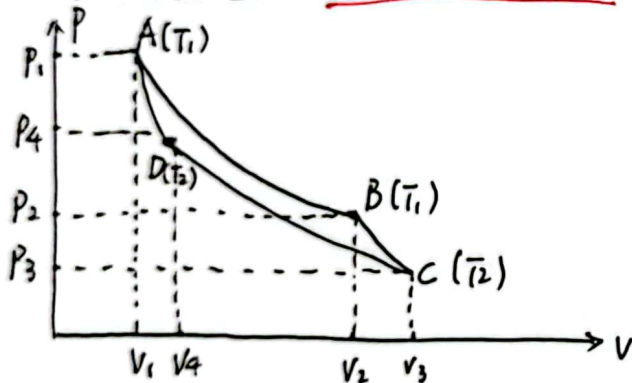


低温热源

$$e = \frac{Q_2}{|W|} = \frac{Q_2}{|Q_1 - Q_2|} \quad \text{制冷系数}$$

卡诺循环 ☆☆☆

由四个准静态过程组成 (等温 × 2, 绝热 × 2)



由(1)(2)(3)(4)可知

$$W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 = Q_1 - |Q_2|$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{W}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

(1) AB段 (等温膨胀)

$$W_1 = Q_1 = \nu \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (\text{对外做功})$$

(2) BC段 (绝热膨胀)

$$W_2 = \Delta E = E_B - E_C = \nu \cdot C_{v,m} (T_1 - T_2) \quad Q_2 = 0$$

(3) CD段 (等温压缩)

$$W_3 = Q_3 = -\nu R \cdot T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} \quad (\text{对外做功})$$

(4) DA段 (绝热压缩)

$$W_4 = -\Delta E = E_D - E_A = -\nu C_{v,m} (T_1 - T_2) \quad Q_4 = 0$$

若是卡诺逆循环, 则 $e = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$

热力学第二定律的两种表述

- 开尔文表述: 不可能制造出这样一种循环工作的热机, 它只使单一热源冷却来做功, 而不放热量给其他物体。
- 克劳修斯表述: 热量不可能从低温物体自动传到高温物体而不引起外界的变化

熵 \star

$$ds = \frac{dq}{T}$$

$$S_B - S_A = \int_A^B \frac{dq}{T}$$

玻尔兹曼关系式

$$S = k \cdot \ln W$$

熵增加原理

孤立系统内的可逆过程, 其熵不变; 孤立系统内的不可逆过程, 其熵要增加。

第十五章：(量子力学)

黑体：能将一切电磁辐射全部吸收 (不反射)

单色辐出度：在温度为 T 的黑体的单位面积下，单位时间内，在波长 λ 附近单位波长范围内 ($M_\lambda(T)$) 所辐射的电磁波能量

辐出度：所有波长的电磁波的能量总和

$$M(T) = \int_0^\infty M_\lambda(T) d\lambda$$

斯特藩-玻耳兹曼定律

$$M(T) = \int_0^\infty M_\lambda(T) d\lambda = \sigma T^4 \quad (\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4})$$

维恩位移定律

$$\lambda_m \cdot T = b = 2898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

$$\begin{cases} M_\lambda(T) d\lambda = -M_\nu(T) d\nu \\ d\lambda = -\frac{\lambda^2}{c} d\nu \end{cases}$$

$$\Rightarrow M_\nu(T) = M_\lambda(T) \frac{\lambda^2}{c}$$

普朗克假设： $\epsilon = h \cdot \nu$

普朗克常量： $6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

光电效应

1. 现象：光照射下，电子从金属表面逸出的现象

2. 规律： $\begin{cases} \nu > \nu_0 \text{ 时，电子才从金属表面逸出} \\ \text{遏止电势差与 } \nu \text{ 有线性关系} \\ \text{随加速电势差的增大，光电流趋于一个饱和值} \\ \text{只要 } \nu > \nu_0 \text{，光电子马上冒出} \end{cases}$

光电效应的爱因斯坦方程

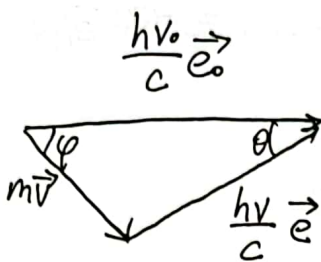
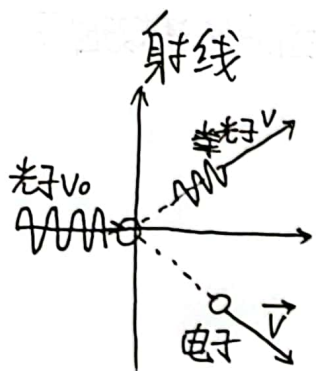
$$h\nu = \frac{1}{2} m v^2 + W \rightarrow \text{金属逸出功}$$

光的波粒二象性

$$\begin{cases} E = h\nu = pc \\ p = \frac{h}{\lambda} \end{cases}$$

康普顿效应 ☆☆☆

1. 现象: 在散射 X 射线中除有波长与入射波长相同的射线外, 还有 ^{波长} 比入射波更长的



θ 散射角
 φ 电子运动方向

$$\begin{cases} h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2 & \text{能量守恒} \\ m = m_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{cases}$$

电子动能 $E_k = m_0c^2 - m_0c^2 = h(\nu_0 - \nu)$

$$\frac{h\nu_0}{c} \vec{e}_0 = \frac{h\nu}{c} \vec{e} + m\vec{v} \quad \text{动量守恒}$$

$$\Rightarrow \frac{c}{\nu} - \frac{c}{\nu_0} = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos\theta)$$

$$\Rightarrow \lambda - \lambda_0 = \lambda_c (1 - \cos\theta)$$

$\lambda_c = 2.43 \times 10^{-12} \text{ m}$ 康普顿波长

氢原子的玻尔理论

(1) 电子在原子中可以在一些特定的圆轨道上运动而不辐射电磁波, 这时原子处于稳定状态

$$r_n = a_0 n^2 \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad a_0 = 5.29 \times 10^{-11} \text{ m} \quad \star$$

(2) 电子以速度 v 在半径为 r 的圆周上绕核运动时, 只有电子的角动量 L 等于 $\frac{h}{2\pi}$ 的整数倍的轨道才稳定

$$L = mvr = \frac{h}{2\pi} \cdot n \rightarrow \text{量子数}$$

(3) $h\nu = E_i - E_f$ (跃迁会释放 ν 频率的光子)

$$E_n = \frac{E_1}{n^2} \quad (E_1 = -13.6 \text{ eV}) \quad \text{每一轨道上的能量} \quad \star$$

德布罗意波 (实物粒子的二象性)

$$\lambda = \frac{h}{p} = \begin{cases} \frac{h}{m_0 v} & (v \ll c) \\ \frac{h}{\gamma m_0 v} & (v \text{ 与 } c \text{ 接近}) \end{cases}$$

不确定关系

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h \quad \text{不能同时确定位置与动量}$$

一维势阱问题

$$\text{势阱中粒子能量的可能值} \quad E = n^2 \cdot \frac{h^2}{8ma^2}$$

注: $n=1 \rightarrow$ 基态 \star
 $n=2 \rightarrow$ 第一激发态

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi}{a} \cdot x \quad (0 \leq x \leq a)$$

$$\text{在 } x_1, x_2 \text{ 之间出现的概率} \quad P = \int_{x_1}^{x_2} \psi^2(x) \cdot dx$$

四个量子数 $\star\star$

1. 主量子数 $n: 1, 2, 3, \dots$

2. 角量子数 $l: 0, 1, 2, 3, \dots, (n-1) \quad 0 \leq l \leq (n-1)$

3. 磁量子数 $m_l: 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$

4. 自旋量子数 $m_s: \frac{1}{2} \text{ or } -\frac{1}{2}$

泡利不相容定理

若主量子数为 n , 则量子态数为 $2n^2$ ($2n^2$ 种不同的 $\{n, l, m_l, m_s\}$ 组合)