大学物理 IA 期中考试 参考答案及评分标准

一、选择题 (每题 3 分)

A， B， C， D， A， B， C， D， C， D

二、填空题 (每题 3 分)

(1) $2\sqrt{x+x^3}$ (2) $R(5+4t)^2$ (3) 20（m/s） (4) $\dfrac{4F\Delta t}{3m}$ 或 $1.33\dfrac{F\Delta t}{m}$

(5) $25m/9LS$ 或 $2.78m/LS$ (6) $0.866c$ 或 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}c$ (7) $\dfrac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}$ 或 $0.5\dfrac{Q^2}{\varepsilon_0 S}$

(8) $\vec{E}=\left(-8-24xy\right)\vec{i}+\left(-12x^2+40y\right)\vec{j}$ (9) $\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r}-\dfrac{1}{R}\right)$ (10) $\dfrac{q}{6\varepsilon_0}$ 或 $\dfrac{0.167q}{\varepsilon_0}$

三、计算题 (10 分)

1、**解** 设小球运动到槽底时，小球速度为 v，槽的速度为 V, 根据小球、圆弧形槽与地球构成的系统机械能守恒得 $mgR=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}MV^2$ 2 分

根据小球和圆弧形槽构成的系统水平方向上动量守恒得

$mv+MV=0$ 2 分

有以上两式得 $v=\sqrt{\dfrac{2MgR}{M+m}}$ 1 分

$V=-m\sqrt{\dfrac{2gR}{M(M+m)}}$ 1 分

对小球进行分析，由动能定理得 $mgR+A=\frac{1}{2}mv^2$ 2 分

支撑力 N 对小球所做的功： $A=\frac{1}{2}mv^2-mgR=\dfrac{m^2gR}{M+m}$ 2 分

四、计算题 (10 分)

解: 由角动量守恒： $mv\dfrac{L}{2}+0=0+(\dfrac{1}{3}ML^2)\omega$ ———（2 分）

弹性碰撞无能量损失: $\dfrac{1}{2}mv^2=\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{3}ML^2)\omega^2$ ——————————（2 分）

机械能守恒： $\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{3}ML^2)\omega^2=Mg\dfrac{L}{2}(1-\cos\theta)$ ——————————（2 分）

解得: $v=\sqrt{\dfrac{M}{m}gL(1-\cos\theta)}$ 或 $v=\dfrac{M}{m}\sqrt{\dfrac{4}{3}gL(1-\cos\theta)}$, 或 $v=\sqrt{\dfrac{3}{4}gL(1-\cos\theta)}$

—————（4 分）

（碰撞过程系统同时满足角动量守恒和机械能守恒应有： $\dfrac{M}{m}=\dfrac{3}{4}$ ）

五、计算题 (10 分)

解：设复合质点静止质量为 M_0，运动时质量为 M．由能量守恒定律可得

$$Mc^2 = m_0c^2 + mc^2 \qquad 2\text{ 分}$$

其中 mc^2 为相撞前质点 B 的能量．

$$mc^2 = m_0c^2 + 6m_0c^2 = 7m_0c^2$$

故

$$M = 8m_0 \qquad 2\text{ 分}$$

设质点 B 的动量为 p_B，复合质点的动量为 p．由动量守恒定律

$$p = p_B \qquad 2\text{ 分}$$

利用动量与能量关系，对于质点 B 可得

$$p_B^2c^2 + m_0^2c^4 = m^2c^4 = 49m_0^2c^4 \qquad 1\text{ 分}$$

对于复合质点可得

$$p^2c^2 + M_0^2c^4 = M^2c^4 = 64m_0^2c^4 \qquad 1\text{ 分}$$

由此可求得

$$M_0^2 = 64m_0^2 - 48m_0^2 = 16m_0^2$$

$$M_0 = 4m_0 \qquad 2\text{ 分}$$

六、计算题 (10 分)

解法 1：由电势叠加原理求解

带电球内半径为 r 处的电势应为以 r 为半径的球面以内的电荷在该处产生的电势 U_1 和球面外电荷产生的电势 U_2 的叠加，即带电球内任一点电势为：$U_{内}=U_1+U_2$

半径为 r 的球面内电荷产生的电势 $U_1=\dfrac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r}=\dfrac{Qr^3/R^3}{4\pi\varepsilon_0 r}=\dfrac{Qr^2}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$ 2 分

半径为 r 的球面外电荷产生的电势．在球面外取 $r'\longrightarrow r'+\mathrm{d}r'$ 的薄层．其上电荷

$$dq=\frac{Q}{4\pi R^3/3}4\pi r'^2\,\mathrm{d}r'=\frac{3Q}{R^3}r'^2\,\mathrm{d}r'$$

它对该薄层内任一点产生的电势为

$$\mathrm{d}U_2=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r'}=\frac{3Q}{4\pi\varepsilon_0 R^3}r'\,\mathrm{d}r'$$

$$U_2=\int\mathrm{d}U_2=\frac{3Q}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\int_r^R r'\,\mathrm{d}r'=\frac{3Q\left(R^2-r^2\right)}{8\pi\varepsilon_0 R^3}$$ 2 分

$$U_{内}=U_1+U_2=\frac{Qr^2}{4\pi\varepsilon_0 R^3}+\frac{3Q\left(R^2-r^2\right)}{8\pi\varepsilon_0 R^3}=\frac{Q\left(3R^2-r^2\right)}{8\pi\varepsilon_0 R^3}\quad（r<R）$$ 3 分

带电球外任一点电势为: $U_{外}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ （$r>R$） 3 分

解法 2: 由电势的定义式 $U=\int_r^{\infty}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$ 计算:

解: 因为电荷球对称分布，由高斯定理求电场强度分布:

$$E_{内}=\frac{qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\quad(r<R)$$ 2 分

$$E_{外}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\quad(r>R)$$ 2 分

选无限远处电势为零,

则带电球内任一点电势为:

$$U_{内}=\int_r^{\infty}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\int_r^R\frac{qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}dr+\int_R^{\infty}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 R^3}(3R^2-r^2)$$ 3 分

带电球外任一点电势为:

$$U_{外}=\int_r^{\infty}\vec{E}_{外}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\int_r^{\infty}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$ 3 分