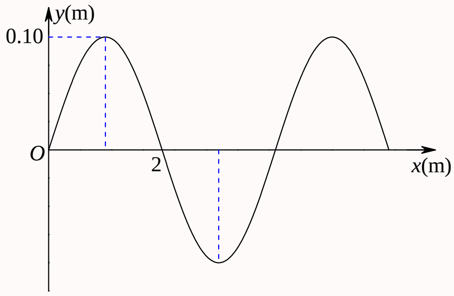
第五章 机械波

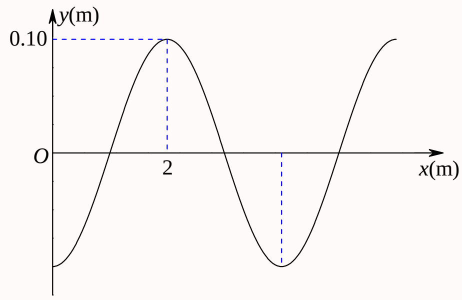
一、选择题

第 227 题

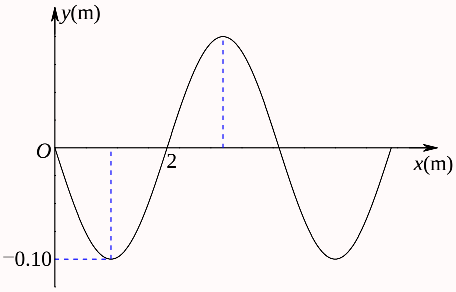
【3147】一平面简谐波沿 Ox 正方向传播，波动表达式为 $y = 0.01\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{2} - \frac{x}{4}\right) + \frac{\pi}{2}\right]$(SI)，该波在 $t = 0.5$ s 时刻的波形图是



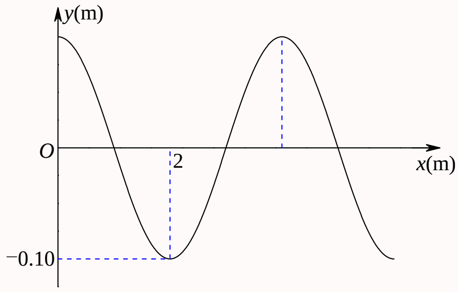
(A)



(B)



(C)



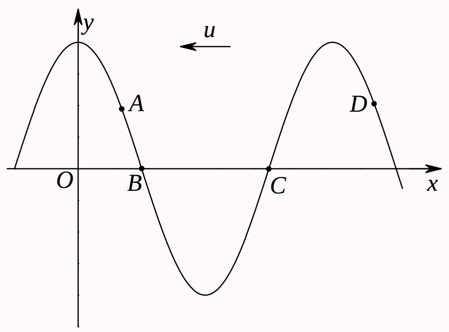
(D)

第 228 题

【3407】横波以波速 u 沿 x 轴负方向传播。t 时刻波形曲线如图。则该时刻

(A) A 点振动速度大于零 (B) B 点静止不动

(C) C 点向下运动 (D) D 点振动速度小于零



第 229 题

【3411】若一平面简谐波的表达式为 $y = A\cos(Bt - Cx)$，式中 A、B、C 为正值常量，则：

(A) 波速为 C　(B) 周期为 $1/B$　(C) 波长为 $2\pi/C$　(D) 角频率为 $2\pi/B$

第 230 题

【3413】下列函数 $f(x,t)$ 可表示弹性介质中的一维波动，式中 A、a 和 b 是正的常量。其中哪个函数表示沿 x 轴负向传播的行波？

(A) $f(x,t) = A\cos(ax + bt)$　(B) $f(x,t) = A\cos(ax - bt)$

(C) $f(x,t) = A\cos(ax)\cdot\cos(bt)$　(D) $f(x,t) = A\sin(ax)\cdot\sin(bt)$

第 231 题

【3479】在简谐波传播过程中，沿传播方向相距为 $\frac{1}{2}\lambda$（λ 为波长）的两点的振动速度必定

(A) 大小相同，而方向相反　(B) 大小和方向均相同

(C) 大小不同，方向相同　(D) 大小不同，而方向相反

第 232 题

【3483】一简谐横波沿 Ox 轴传播。若 Ox 轴上 P_1 和 P_2 两点相距 $\lambda/8$（其中 λ 为该波的波长），则在波的传播过程中，这两点振动速度的

(A) 方向总是相同　(B) 方向总是相反

(C) 方向有时相同，有时相反　(D) 大小总是不相等

第 233 题

【3841】把一根十分长的绳子拉成水平，用手握其一端。维持拉力恒定，使绳端在垂直于绳子的方向上作简谐振动，则

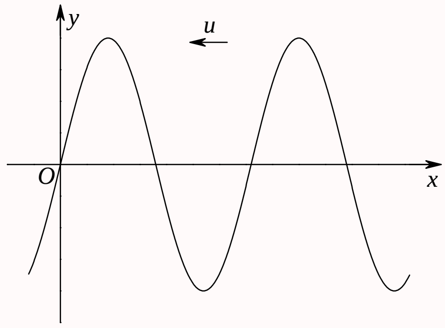
(A) 振动频率越高，波长越长　(B) 振动频率越低，波长越长

(C) 振动频率越高，波速越大　(D) 振动频率越低，波速越大

第 234 题

【3847】图为沿 x 轴负方向传播的平面简谐波在 $t=0$ 时刻的波形。若波的表达式以余弦函数表示，则 O 点处质点振动的初相为：

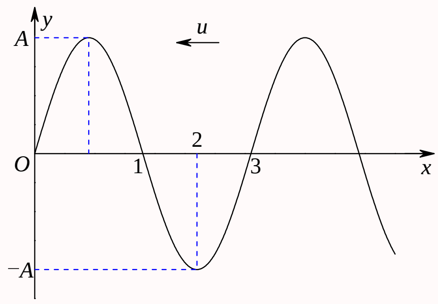
(A) 0　(B) $\frac{1}{2}\pi$　(C) π　(D) $\frac{3}{2}\pi$



第 235 题

【5193】一横波沿 x 轴负方向传播，若 t 时刻波形曲线如图所示，则在 $t+T/4$ 时刻 x 轴上的 1、2、3 三点的振动位移分别是：

(A) A，0，$-A$　(B) $-A$，0，A　(C) 0，A，0　(D) 0，$-A$，0



第 236 题

【5513】频率为 100 Hz，传播速度为 300 m/s 的平面简谐波，波线上距离小于波长的两点振动的相位差为 $\frac{1}{3}\pi$，则此两点相距

(A) 2.86 m　(B) 2.19 m　(C) 0.5 m　(D) 0.25 m

第 237 题

【3068】已知一平面简谐波的表达式为 $y=A\cos(at-bx)$（a、b 为正值常量），则

(A) 波的频率为 a　(B) 波的传播速度为 b/a

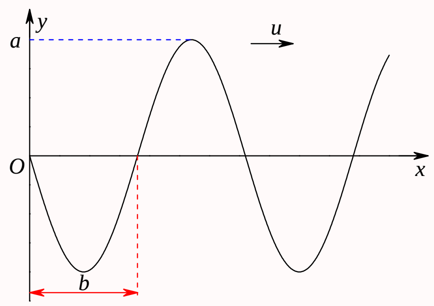
(C) 波长为 π/b　(D) 波的周期为 $2\pi/a$

第 238 题

【3071】一平面简谐波以速度 u 沿 x 轴正方向传播，在 $t=t'$ 时波形曲线如图所示。则坐标原点 O 的振动方程为

(A) $y=a\cos\left[\frac{u}{b}(t-t')+\frac{\pi}{2}\right]$ (B) $y=a\cos\left[2\pi\frac{u}{b}(t-t')-\frac{\pi}{2}\right]$

(C) $y=a\cos\left[\pi\frac{u}{b}(t+t')+\frac{\pi}{2}\right]$ (D) $y=a\cos\left[\pi\frac{u}{b}(t-t')-\frac{\pi}{2}\right]$

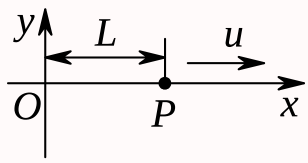


第 239 题

【3072】如图所示，一平面简谐波沿 x 轴正向传播，已知 P 点的振动方程为 $y=A\cos(\omega t+\phi_0)$，则波的表达式为

(A) $y=A\cos\{\omega[t-(x-L)/u]+\phi_0]\}$ (B) $y=A\cos\{\omega[t-(x/u)]+\phi_0]\}$

(C) $y=A\cos[\omega(t-x/u)]$ (D) $y=A\cos\{\omega[t+(x-L)/u]+\phi_0]\}$



第 240 题

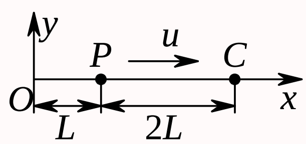
【3073】如图，一平面简谐波以波速 u 沿 x 轴正方向传播，O 为坐标原点。已知 P 点的振动方程为 $y=A\cos(\omega t)$，则：

(A) O 点的振动方程为 $y=A\cos[\omega(t-L/u)]$

(B) 波的表达式为 $y=A\cos\{\omega[t-(L/u)-(x/u)]\}$

(C) 波的表达式为 $y=A\cos\{\omega[t+(L/u)-(x/u)]\}$

(D) O 点的振动方程为 $y=A\cos[\omega(t-3L/u)]$

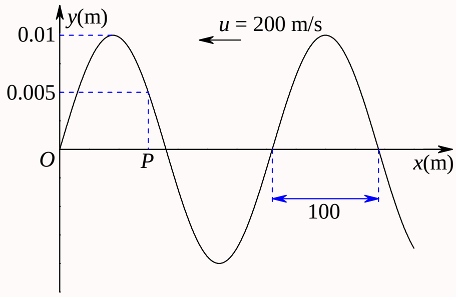


第 241 题

【3152】图中画出一平面简谐波在 $t=2$ s 时刻的波形图，则平衡位置在 P 点的质点的振动方程是

(A) $y_P = 0.01\cos\left[\pi(t-2)+\frac{1}{3}\pi\right]$　　(B) $y_P = 0.01\cos\left[\pi(t+2)+\frac{1}{3}\pi\right]$

(C) $y_P = 0.01\cos\left[2\pi(t-2)+\frac{1}{3}\pi\right]$　　(D) $y_P = 0.01\cos\left[2\pi(t-2)-\frac{1}{3}\pi\right]$

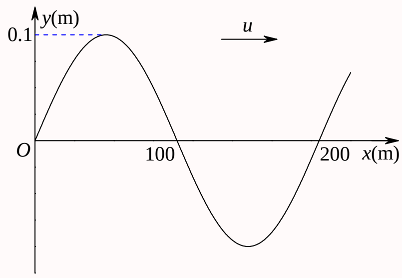


第 242 题

【3338】图示一简谐波在 $t=0$ 时刻的波形图，波速 $u=200$ m/s，则图中 O 点的振动加速度的表达式为

(A) $a=0.4\pi^2\cos\left(\pi t-\frac{1}{2}\pi\right)$(SI)　　(B) $a=0.4\pi^2\cos\left(\pi t-\frac{3}{2}\pi\right)$(SI)

(C) $a=-0.4\pi^2\cos(2\pi t-\pi)$(SI)　　(D) $a=-0.4\pi^2\cos\left(2\pi t+\frac{1}{2}\pi\right)$(SI)

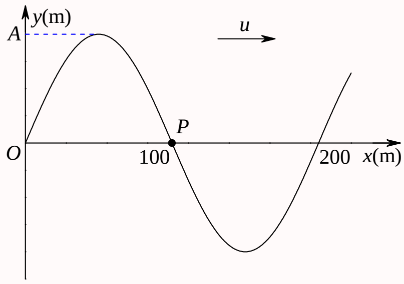


第 243 题

【3341】图示一简谐波在 $t=0$ 时刻的波形图，波速 $u=200$ m/s，则 P 处质点的振动速度的表达式为

(A) $v=-0.2\pi\cos(2\pi t-\pi)$(SI)　　(B) $v=-0.2\pi\cos(\pi t-\pi)$(SI)

(C) $v=0.2\pi\cos\left(2\pi t-\frac{1}{2}\pi\right)$(SI)　　(D) $v=0.2\pi\cos\left(\pi t-\frac{3}{2}\pi\right)$(SI)

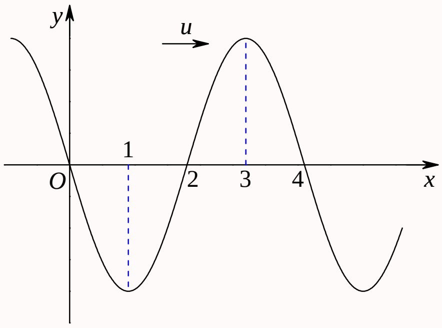


第 244 题

【3409】一简谐波沿 x 轴正方向传播，$t = T/4$ 时的波形曲线如图所示。若振动以余弦函数表示，且此题各点振动的初相取 $-\pi$ 到 π 之间的值，则：

(A) O 点的初相为 $\varphi_0 = 0$ (B) 1 点的初相为 $\varphi_1 = -\frac{1}{2}\pi$

(C) 2 点的初相为 $\varphi_2 = \pi$ (D) 3 点的初相为 $\varphi_3 = -\frac{1}{2}\pi$



第 245 题

【3412】一平面简谐波沿 x 轴负方向传播。已知 $x = x_0$ 处质点的振动方程为：$y = A\cos(\omega t + \phi_0)$，若波速为 u，则此波的表达式为

(A) $y = A\cos\{\omega[t - (x_0 - x)/u] + \phi_0\}$ (B) $y = A\cos\{\omega[t - (x - x_0)/u] + \phi_0\}$

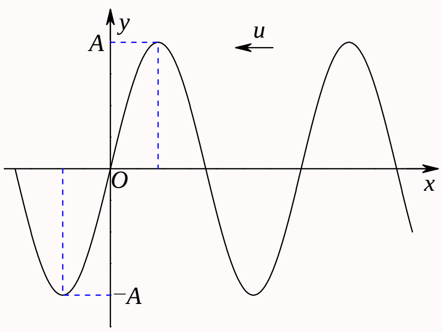
(C) $y = A\cos\{\omega t - [(x_0 - x)/u] + \phi_0\}$ (D) $y = A\cos\{\omega t + [(x_0 - x)/u] + \phi_0\}$

第 246 题

【3415】一平面简谐波，沿 x 轴负方向传播。角频率为 ω，波速为 u。设 $t = T/4$ 时刻的波形如图所示，则该波的表达式为：

(A) $y = A\cos[\omega(t - xu)]$ (B) $y = A\cos\left[\omega(t - x/u) + \frac{1}{2}\pi\right]$

(C) $y = A\cos[\omega(t + x/u)]$ (D) $y = A\cos[\omega(t + x/u) + \pi]$



第 247 题

【3573】一平面简谐波沿 x 轴负方向传播。已知 $x = b$ 处质点的振动方程为：$y = A\cos(\omega t + \phi_0)$，波速为 u，则波的表达式为：

(A) $y = A\cos\left\{\omega\left[t+\frac{b+x}{u}\right]+\phi_0\right\}$ (B) $y = A\cos\left\{\omega\left[t-\frac{b+x}{u}\right]+\phi_0\right\}$

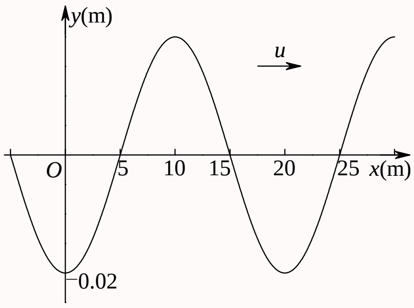
(C) $y = A\cos\left\{\omega\left[t+\frac{x-b}{u}\right]+\phi_0\right\}$ (D) $y = A\cos\left\{\omega\left[t+\frac{b-x}{u}\right]+\phi_0\right\}$

第 248 题

【3575】一平面简谐波，波速 $u=5$ m/s，$t=3$ s 时波形曲线如图，则 $x=0$ 处质点的振动方程为：

(A) $y=2\times10^{-2}\cos\left(\frac{1}{2}\pi t-\frac{1}{2}\pi\right)$(SI) (B) $y=2\times10^{-2}\cos(\pi t+\pi)$(SI)

(C) $y=2\times10^{-2}\cos\left(\frac{1}{2}\pi t+\frac{1}{2}\pi\right)$(SI) (D) $y=2\times10^{-2}\cos\left(\pi t-\frac{3}{2}\pi\right)$(SI)



第 249 题

【3088】一平面简谐波在弹性媒质中传播时，某一时刻媒质中某质元在负的最大位移处，则它的能量是

(A) 动能为零，势能最大 (B) 动能为零，势能为零

(C) 动能最大，势能最大 (D) 动能最大，势能为零

第 250 题

【3089】一平面简谐波在弹性媒质中传播，在媒质质元从最大位移处回到平衡位置的过程中：

(A) 它的势能转换成动能

(B) 它的动能转换成势能

(C) 它从相邻的一段媒质质元获得能量，其能量逐渐增加

(D) 它把自己的能量传给相邻的一段媒质质元，其能量逐渐减小

第 251 题

【3287】当一平面简谐机械波在弹性媒质中传播时，下述各结论哪个是正确的？

(A) 媒质质元的振动动能增大时，其弹性势能减小，总机械能守恒

(B) 媒质质元的振动动能和弹性势能都作周期性变化，但二者的相位不相同

(C) 媒质质元的振动动能和弹性势能的相位在任一时刻都相同，但二者的数值不相等

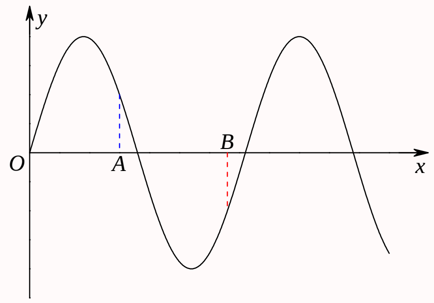
(D) 媒质质元在其平衡位置处弹性势能最大

第 252 题

【3289】图示一平面简谐机械波在 t 时刻的波形曲线。若此时 A 点处媒质质元的振动动能在增大，则：

(A) A 点处质元的弹性势能在减小 (B) 波沿 x 轴负方向传播

(C) B 点处质元的振动动能在减小 (D) 各点的波的能量密度都不随时间变化

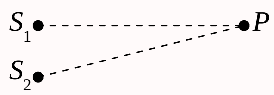


第 253 题

【3295】如图所示，S_1 和 S_2 为两相干波源，它们的振动方向均垂直于图面，发出波长为 λ 的简谐波，P 点是两列波相遇区域中的一点，已知 $\overline{S_1P}=2\lambda$，$\overline{S_2P}=2.2\lambda$，两列波在 P 点发生相消干涉。若 S_1 的振动方程为 $y_1=A\cos\left(2\pi t+\dfrac{1}{2}\pi\right)$，则 S_2 的振动方程为

(A) $y_2=A\cos\left(2\pi t-\dfrac{1}{2}\pi\right)$ (B) $y_2=A\cos(2\pi t+\pi)$

(C) $y_2=A\cos\left(2\pi t+\dfrac{1}{2}\pi\right)$ (D) $y_2=2A\cos(2\pi t-0.1\pi)$

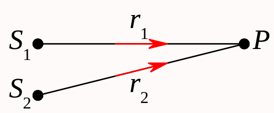


第 254 题

【3433】如图所示，两列波长为 λ 的相干波在 P 点相遇。波在 S_1 点振动的初相是 ϕ_1，S_1 到 P 点的距离是 r_1；波在 S_2 点的初相是 ϕ_2，S_2 到 P 点的距离是 r_2，以 n 代表零或正、负整数，则 P 点是干涉极大的条件为：

(A) $r_2-r_1=n\lambda$ (B) $\phi_2-\phi_1=2n\pi$

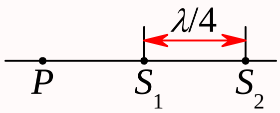
(C) $\phi_2-\phi_1+2\pi(r_2-r_1)/\lambda=2n\pi$ (D) $\phi_2-\phi_1+2\pi(r_1-r_2)/\lambda=2n\pi$



第 255 题

【3434】两相干波源 S_1 和 S_2 相距 $\lambda/4$，（λ 为波长），S_1 的相位比 S_2 的相位超前 $\dfrac{1}{2}\pi$，在 S_1，S_2 的连线上，S_1 外侧各点（例如 P 点）两波引起的两谐振动的相位差是：

(A) 0 (B) $\frac{1}{2}\pi$ (C) π (D) $\frac{3}{2}\pi$



第 256 题

【3101】在驻波中，两个相邻波节间各质点的振动

(A) 振幅相同，相位相同 (B) 振幅不同，相位相同

(C) 振幅相同，相位不同 (D) 振幅不同，相位不同

第 257 题

【3308】在波长为 λ 的驻波中，两个相邻波腹之间的距离为

(A) $\lambda/4$ (B) $\lambda/2$ (C) $3\lambda/4$ (D) λ

第 258 题

【3309】在波长为 λ 的驻波中，两个相邻波节之间的距离为

(A) λ (B) $3\lambda/4$ (C) $\lambda/2$ (D) $\lambda/4$

第 259 题

【3591】沿着相反方向传播的两列相干波，其表达式为 $y_1 = A\cos[2\pi(\nu t - x/\lambda)]$ 和 $y_2 = A\cos[2\pi(\nu t + x/\lambda)]$。在叠加后形成的驻波中，各处简谐振动的振幅是：

(A) A (B) $2A$ (C) $2A\cos(2\pi x/\lambda)$ (D) $|2A\cos(2\pi x/\lambda)|$

第 260 题

【3592】沿着相反方向传播的两列相干波，其表达式为 $y_1 = A\cos[2\pi(\nu t - x/\lambda)]$ 和 $y_2 = A\cos[2\pi(\nu t + x/\lambda)]$。叠加后形成的驻波中，波节的位置坐标为：

(A) $x = \pm k\lambda$ (B) $x = \pm\frac{1}{2}k\lambda$ (C) $x = \pm\frac{1}{2}(2k+1)\lambda$ (D) $x = \pm(2k+1)\lambda/4$

其中的 $k = 0$，1，2，3，$\cdots$。

第 261 题

【5523】设声波在媒质中的传播速度为 u，声源的频率为 ν_S。若声源 S 不动，而接收器 R 相对于媒质以速度 v_R 沿着 S、R 连线向着声源 S 运动，则位于 S、R 连线中点的质点 P 的振动频率为：

(A) ν_S (B) $\frac{u+v_R}{u}\nu_S$ (C) $\frac{u}{u+v_R}\nu_S$ (D) $\frac{u}{u-v_R}\nu_S$

第 262 题

【3112】一机车汽笛频率为 750 Hz，机车以时速 90 公里远离静止的观察者。观察者听到的声音的频率是（设空气中声速为 340 m/s）

(A) 810 Hz　　(B) 699 Hz　　(C) 805 Hz　　(D) 695 Hz

二、填空题

第 263 题

【3065】频率为 500 Hz 的波，其波速为 350 m/s，相位差为 $2\pi/3$ 的两点间距离为_____。

第 264 题

【3075】一平面简谐波的表达式为 $y = 0.025\cos(125t - 0.37x)$(SI)，其角频率 $\omega =$_____，波速 $u =$_____，波长 $\lambda =$_____。

第 265 题

【3342】一平面简谐波（机械波）沿 x 轴正方向传播，波动表达式为 $y = 0.2\cos\left(\pi t - \frac{1}{2}\pi x\right)$(SI)，则 $x = -3$ m 处媒质质点的振动加速度 a 的表达式为_____。

第 266 题

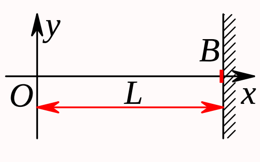
【3423】一列平面简谐波沿 x 轴正向无衰减地传播，波的振幅为 2×10^{-3} m，周期为 0.01 s，波速为 400 m/s。当 $t = 0$ 时 x 轴原点处的质元正通过平衡位置向 y 轴正方向运动，则该简谐波的表达式为_____。

第 267 题

【3426】一声纳装置向海水中发出超声波，其波的表达式为：$y = 1.2\times10^{-3}\cos(3.14\times10^5 t - 220x)$(SI)，则此波的频率 $\nu =$_____，波长 $\lambda =$_____，海水中声速 $u =$_____。

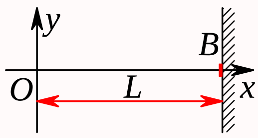
第 268 题

【3441】设沿弦线传播的一入射波的表达式为 $y_1 = A\cos\left[\omega t - 2\pi\frac{x}{\lambda}\right]$，波在 $x = L$ 处（B 点）发生反射，反射点为自由端（如图）。设波在传播和反射过程中振幅不变，则反射波的表达式是 $y_2 =$_____。



第 269 题

【3442】设沿弦线传播的一入射波的表达式为 $y_1 = A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)+\phi\right]$，波在 $x=L$ 处（B 点）发生反射，反射点为固定端（如图）。设波在传播和反射过程中振幅不变，则反射波的表达式是 $y_2 =$______。



第 270 题

【3572】已知一平面简谐波的波长 $\lambda = 1$ m，振幅 $A = 0.1$ m，周期 $T = 0.5$ s。选波的传播方向为 x 轴正方向，并以振动初相为零的点为 x 轴原点，则波动表达式为 $y =$______(SI)。

第 271 题

【3576】已知一平面简谐波的表达式为 $A\cos(at-bx)$，（a、b 均为正值常量），则波沿 x 轴传播的速度为______。

第 272 题

【3852】一横波的表达式是 $y = 0.02\sin[2\pi(100t-40x)-0.4\pi]$(SI)，则振幅是______，波长是______，频率是______，波的传播速度是______。

第 273 题

【3853】一平面简谐波。波速为 6.0 m/s，振动周期为 0.1 s，则波长为______。在波的传播方向上，有两质点（其间距离小于波长）的振动相位差为 $5\pi/6$，则此两质点相距______。

第 274 题

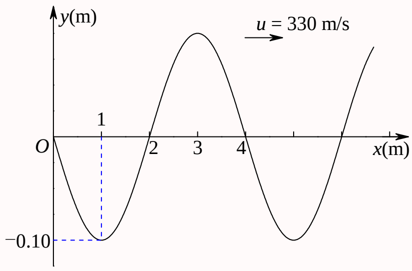
【5515】A、B 是简谐波波线上的两点。已知，B 点振动的相位比 A 点落后 $\frac{1}{3}\pi$，A、B 两点相距 0.5 m，波的频率为 100 Hz，则该波的波长 $\lambda =$______m，波速 $u =$______m/s。

第 275 题

【3062】已知波源的振动周期为 4.00×10^{-2} s，波的传播速度为 300 m/s，波沿 x 轴正方向传播，则位于 $x_1 = 10.0$ m 和 $x_2 = 16.0$ m 的两质点振动相位差为______。

第 276 题

【3076】图为 $t = T/4$ 时一平面简谐波的波形曲线，则其波的表达式为______。

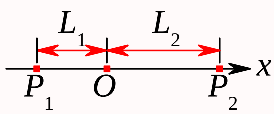


第 277 题

【3077】一平面简谐波沿 x 轴负方向传播。已知 $x = -1$ m 处质点的振动方程为：$y = A\cos(\omega t + \phi)$，若波速为 u，则此波的表达式为______。

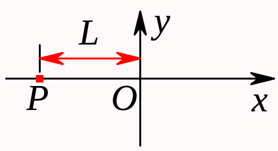
第 278 题

【3133】一平面简谐波沿 Ox 轴正方向传播，波长为 λ。若如图 P_1 点处质点的振动方程为 $y_1 = A\cos(2\pi\nu t + \phi)$，则 P_2 点处质点的振动方程为______；与 P_1 点处质点振动状态相同的那些点的位置是______。



第 279 题

【3134】如图所示，一平面简谐波沿 Ox 轴负方向传播，波长为 λ，若 P 处质点的振动方程是 $y_P = A\cos\left(2\pi\nu t + \frac{1}{2}\pi\right)$，则该波的表达式是______；$P$ 处质点______时刻的振动状态与 O 处质点 t_1 时刻的振动状态相同。

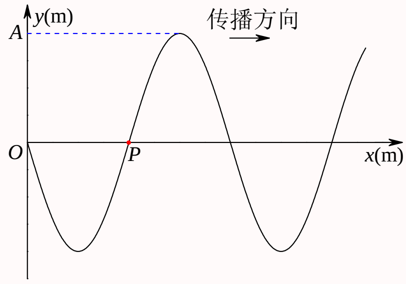


第 280 题

【3136】一平面余弦波沿 Ox 轴正方向传播，波动表达式为 $y = A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \phi\right]$，则 $x = -\lambda$ 处质点的振动方程是______；若以 $x = \lambda$ 处为新的坐标轴原点，且此坐标轴指向与波的传播方向相反，则对此新的坐标轴，该波的波动表达式是______。

第 281 题

【3330】图示一平面简谐波在 $t=2$ s 时刻的波形图，波的振幅为 0.2 m，周期为 4 s，则图中 P 点处质点的振动方程为______。

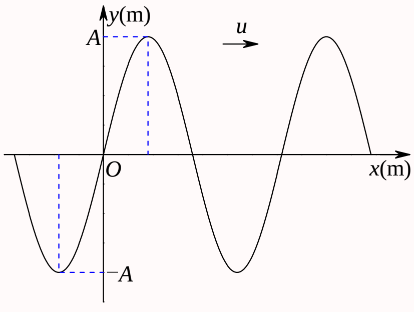


第 282 题

【3344】一简谐波沿 Ox 轴负方向传播，x 轴上 P_1 点处的振动方程为 $y_{P_1}=0.04\cos\left(\pi t-\dfrac{1}{2}\pi\right)$(SI)。$x$ 轴上 P_2 点的坐标减去 P_1 点的坐标等于 $3\lambda/4$（λ 为波长），则 P_2 点的振动方程为______。

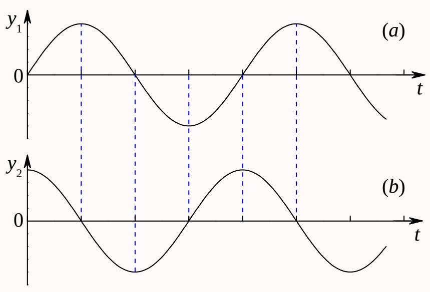
第 283 题

【3424】一沿 x 轴正方向传播的平面简谐波，频率为 ν，振幅为 A，已知 $t=t_0$ 时刻的波形曲线如图所示，则 $x=0$ 点的振动方程为______。



第 284 题

【3608】一简谐波沿 x 轴正方向传播。x_1 和 x_2 两点处的振动曲线分别如图 (a) 和 (b) 所示。已知 $x_2>x_1$ 且 $x_2-x_1<\lambda$（λ 为波长），则 x_2 点的相位比 x_1 点的相位滞后______。

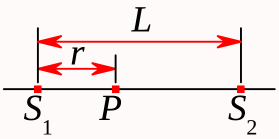


第 285 题

【3294】在截面积为 S 的圆管中，有一列平面简谐波在传播，其波的表达式为 $y = A\cos[\omega t - 2\pi(x/\lambda)]$，管中波的平均能量密度是 w，则通过截面积 S 的平均能流是_____。

第 286 题

【3301】如图所示，S_1 和 S_2 为同相位的两相干波源，相距为 L，P 点距 S_1 为 r；波源 S_1 在 P 点引起的振动振幅为 A_1，波源 S_2 在 P 点引起的振动振幅为 A_2，两波波长都是 λ，则 P 点的振幅 $A =$_____。



第 287 题

【3587】两个相干点波源 S_1 和 S_2，它们的振动方程分别是 $y_1 = A\cos\left(\omega t + \frac{1}{2}\pi\right)$ 和 $y_2 = A\cos\left(\omega t - \frac{1}{2}\pi\right)$。波从 S_1 传到 P 点经过的路程等于 2 个波长，波从 S_2 传到 P 点的路程等于 7/2 个波长。设两波波速相同，在传播过程中振幅不衰减，则两波传到 P 点的振动的合振幅为_____。

第 288 题

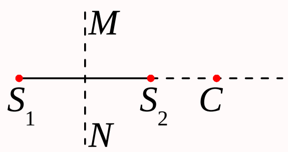
【3588】两相干波源 S_1 和 S_2 的振动方程分别是 $y_1 = A\cos(\omega t + \phi)$ 和 $y_2 = A\cos(\omega t + \phi)$，$S_1$ 距 P 点 3 个波长，S_2 距 P 点 4.5 个波长。设波传播过程中振幅不变，则两波同时传到 P 点时的合振幅是_____。

第 289 题

【3589】两相干波源 S_1 和 S_2 的振动方程分别是 $y_1 = A\cos\omega t$ 和 $y_2 = A\cos\left(\omega t + \frac{1}{2}\pi\right)$。$S_1$ 距 P 点 3 个波长，S_2 距 P 点 21/4 个波长。两波在 P 点引起的两个振动的相位差是_____。

第 290 题

【5517】S_1、S_2 为振动频率、振动方向均相同的两个点波源，振动方向垂直纸面，两者相距 $\frac{3}{2}\lambda$（λ 为波长）如图。已知 S_1 的初相为 $\frac{1}{2}\pi$。(1) 若使射线 S_2C 上各点由两列波引起的振动均干涉相消，则 S_2 的初相应为_____。(2) 若使 S_1S_2 连线的中垂线 MN 上各点由两列波引起的振动均干涉相消，则 S_2 的初位相应为_____。



第 291 题

【3154】一驻波表达式为 $y = 2A\cos(2\pi x/\lambda)\cos\omega t$，则 $x = -\dfrac{1}{2}\lambda$ 处质点的振动方程是_____；该质点的振动速度表达式是_____。

第 292 题

【3313】设入射波的表达式为 $y_1 = A\cos 2\pi\left(\nu t + \dfrac{x}{\lambda}\right)$。波在 $x = 0$ 处发生反射，反射点为固定端，则形成的驻波表达式为_____。

第 293 题

【3315】设平面简谐波沿 x 轴传播时在 $x = 0$ 处发生反射，反射波的表达式为 $y_2 = A\cos[2\pi(\nu t - x/\lambda) + \pi/2]$，已知反射点为一自由端，则由入射波和反射波形成的驻波的波节位置的坐标为_____。

第 294 题

【3487】一驻波表达式为 $y = A\cos 2\pi x\cos 100\pi t(\mathrm{SI})$。位于 $x_1 = (1/8)$ m 处的质元 P_1 与位于 $x_2 = (3/8)$ m 处的质元 P_2 的振动相位差为_____。

第 295 题

【3597】在弦线上有一驻波，其表达式为 $y = 2A\cos(2\pi x/\lambda)\cos(2\pi\nu t)$，两个相邻波节之间的距离是_____。

第 296 题

【3115】一列火车以 20 m/s 的速度行驶，若机车汽笛的频率为 600 Hz，一静止观测者在机车前和机车后所听到的声音频率分别为_____ 和_____（设空气中声速为 340 m/s）。

三、计算题

第 297 题

【3410】一横波沿绳子传播，其波的表达式为 $y=0.05\cos(100\pi t-2\pi x)$(SI)。(1) 求此波的振幅、波速、频率和波长；(2) 求绳子上各质点的最大振动速度和最大振动加速度；(3) 求 $x_1=0.2$ m 处和 $x_2=0.7$ m 处二质点振动的相位差。

第 298 题

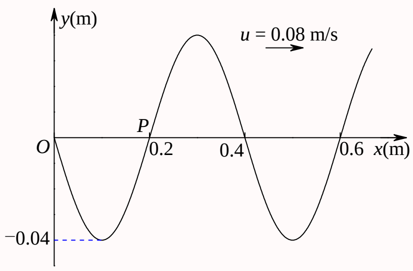
【5319】已知一平面简谐波的表达式为 $y=A\cos[\pi(4t+2x)]$(SI)。(1) 求该波的波长 λ，频率 ν 和波速 u 的值；(2) 写出 $t=4.2$ s 时刻各波峰位置的坐标表达式，并求出此时离坐标原点最近的那个波峰的位置；(3) 求 $t=4.2$ s 时离坐标原点最近的那个波峰通过坐标原点的时刻 t。

第 299 题

【3086】一平面简谐波沿 x 轴正向传播，波的振幅 $A=10$ cm，波的角频率 $\omega=7\pi$ rad/s。当 $t=1.0$ s 时，$x=10$ cm 处的 a 质点正通过其平衡位置向 y 轴负方向运动，而 $x=20$ cm 处的 b 质点正通过 $y=5.0$ cm 点向 y 轴正方向运动。设该波波长 $\lambda>10$ cm，求该平面波的表达式。

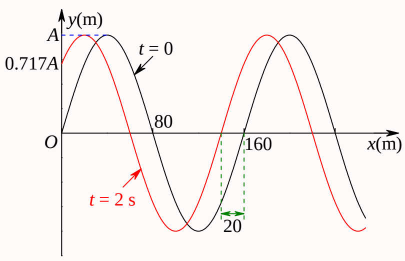
第 300 题

【3141】图示一平面简谐波在 $t=0$ 时刻的波形图，求：(1) 该波的波动表达式；(2) P 处质点的振动方程。



第 301 题

【3142】图示一平面余弦波在 $t=0$ 时刻与 $t=2$ s 时刻的波形图。已知波速为 u，求：(1) 坐标原点处介质质点的振动方程；(2) 该波的波动表达式。

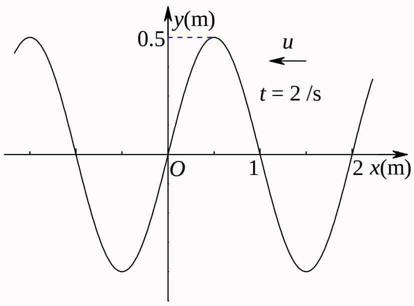


第 302 题

【5200】已知波长为 λ 的平面简谐波沿 x 轴负方向传播。$x=\lambda/4$ 处质点的振动方程为 $y=A\cos\dfrac{2\pi}{\lambda}ut$(SI)。(1) 写出该平面简谐波的表达式；(2) 画出 $t=T$ 时刻的波形图。

第 303 题

【5206】沿 x 轴负方向传播的平面简谐波在 $t=2$ s 时刻的波形曲线如图所示，设波速 $u=0.5$ m/s。求：原点 O 的振动方程。

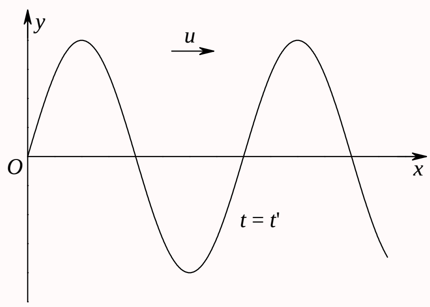


第 304 题

【5516】平面简谐波沿 x 轴正方向传播，振幅为 2 cm，频率为 50 Hz，波速为 200 m/s。在 $t=0$ 时，$x=0$ 处的质点正在平衡位置向 y 轴正方向运动，求 $x=4$ m 处媒质质点振动的表达式及该点在 $t=2$ s 时的振动速度。

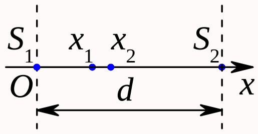
第 305 题

【3078】一平面简谐波沿 x 轴正向传播，其振幅为 A，频率为 ν，波速为 u。设 $t=t'$ 时刻的波形曲线如图所示。求：(1) $x=0$ 处质点振动方程；(2) 该波的表达式。



第 306 题

【3099】如图所示，两相干波源在 x 轴上的位置为 S_1 和 S_2，其间距离为 $d=30$ m，S_1 位于坐标原点 O。设波只沿 x 轴正负方向传播，单独传播时强度保持不变。$x_1=9$ m 和 $x_2=12$ m 处的两点是相邻的两个因干涉而静止的点。求两波的波长和两波源间最小相位差。

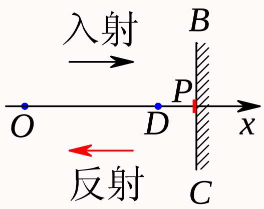


第 307 题

【3476】一平面简谐波沿 Ox 轴正方向传播，波的表达式为 $y = A\cos[2\pi(\nu t - x/\lambda)]$，而另一平面简谐波沿 Ox 轴负方向传播，波的表达式为 $y = 2A\cos[2\pi(\nu t + x/\lambda)]$，求：(1) $x = \lambda/4$ 处介质质点的合振动方程；(2) $x = \lambda/4$ 处介质质点的速度表达式。

第 308 题

【3111】如图所示，一平面简谐波沿 x 轴正方向传播，BC 为波密媒质的反射面。波由 P 点反射，$\overline{OP} = 3\lambda/4$，$\overline{DP} = \lambda/6$。在 $t = 0$ 时，O 处质点的合振动是经过平衡位置向负方向运动。求 D 点处入射波与反射波的合振动方程。（设入射波和反射波的振幅皆为 A，频率为 ν。）

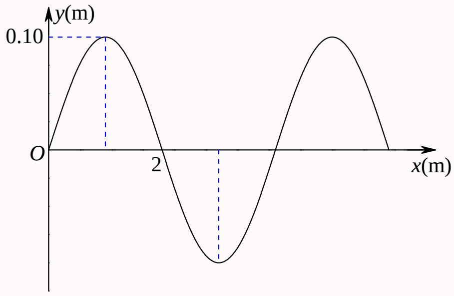


第五章 机械波

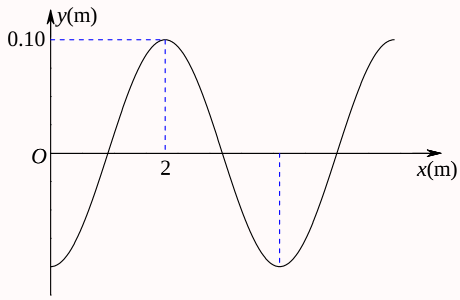
一、选择题

第 227 题

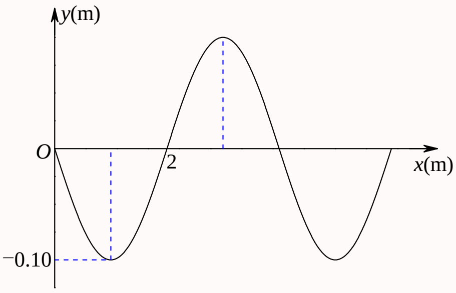
【3147】一平面简谐波沿 Ox 正方向传播，波动表达式为 $y=0.01\cos\left[2\pi\left(\dfrac{t}{2}-\dfrac{x}{4}\right)+\dfrac{\pi}{2}\right]$(SI)，该波在 $t=0.5$ s 时刻的波形图是



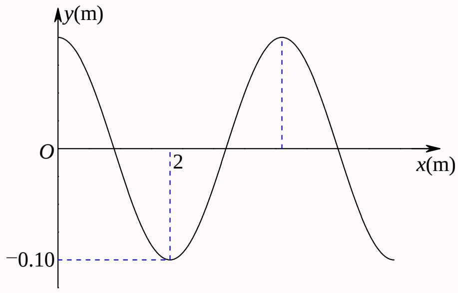
(A)



(B)



(C)



(D)

解析

【答案】B

【解析】波形图。

依题意，该波在 $t=0.5$ s 时刻的波形图表达式为

$$y(x,0.5)=0.01\cos\left[2\pi\left(\frac{0.5}{2}-\frac{x}{4}\right)+\frac{\pi}{2}\right]=0.01\cos\left(\pi-\frac{\pi}{2}x\right)$$

所以 $x=0$ 处

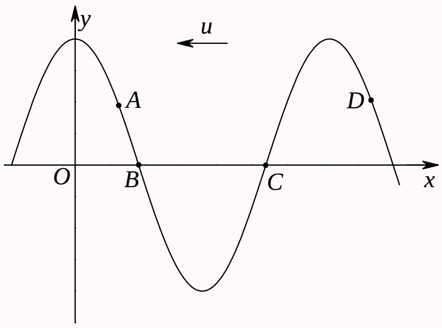
$$y(0,0.5)=0.01\cos\pi=-0.01$$

第 228 题

【3407】横波以波速 u 沿 x 轴负方向传播。t 时刻波形曲线如图。则该时刻

(A) A 点振动速度大于零 (B) B 点静止不动

(C) C 点向下运动 (D) D 点振动速度小于零



解析

【答案】D

【解析】波形图。

波形图中某个位置的质点下一时刻的位置由该时刻波前进的后方的质点位置所决定。所以图中 A、B、D 三点下一时刻都往下运动，速度小于零，C 点下一时刻都往上运动，速度大于零。

第 229 题

【3411】若一平面简谐波的表达式为 $y = A\cos(Bt - Cx)$，式中 A、B、C 为正值常量，则：

(A) 波速为 C (B) 周期为 $1/B$ (C) 波长为 $2\pi/C$ (D) 角频率为 $2\pi/B$

解析

【答案】C

【解析】简谐波的特征量。

平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

其中

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k}$$
$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\frac{2\pi}{T}}{\frac{2\pi}{\lambda}} = \frac{\omega}{k}$$

所以，依题意，有 $\omega = B$，$k = C$，所以 $T = 2\pi/B$，$\lambda = 2\pi/C$，$v = B/C$。

第 230 题

【3413】下列函数 $f(x,t)$ 可表示弹性介质中的一维波动，式中 A、a 和 b 是正的常量。其中哪个函数表示沿 x 轴负向传播的行波？

(A) $f(x,t)=A\cos(ax+bt)$

(B) $f(x,t)=A\cos(ax-bt)$

(C) $f(x,t)=A\cos(ax)\cdot\cos(bt)$

(D) $f(x,t)=A\sin(ax)\cdot\sin(bt)$

解析

【答案】A

【解析】简谐波的特征量。

沿 x 正方向传播的平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$

沿 x 负方向传播的平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t+kx+\varphi_0)$$

第 231 题

【3479】在简谐波传播过程中，沿传播方向相距为 $\frac{1}{2}\lambda$（λ 为波长）的两点的振动速度必定

(A) 大小相同，而方向相反

(B) 大小和方向均相同

(C) 大小不同，方向相同

(D) 大小不同，而方向相反

解析

【答案】A

【解析】简谐波的特征量。

平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$

所以任意 t 时刻 x 处质点的振动速度为

$$v(x,t)=\frac{\partial y(x,t)}{\partial t}=-A\omega\sin(\omega t-kx+\varphi_0)$$

考虑到 $k=2\pi/\lambda$，所以有

$$\begin{aligned}
v\left(x+\frac{1}{2}\lambda,t\right)&=-A\omega\sin\left[\omega t-k\left(x+\frac{1}{2}\lambda\right)+\varphi_0\right]\\
&=-A\omega\sin\left[\omega t-kx-\frac{2\pi}{\lambda}\times\frac{1}{2}\lambda+\varphi_0\right]\\
&=-A\omega\sin\left[\omega t-kx-\pi+\varphi_0\right]\\
&=A\omega\sin(\omega t-kx+\varphi_0)\\
&=-v(x,t)
\end{aligned}$$

第 232 题

【3483】一简谐横波沿 Ox 轴传播。若 Ox 轴上 P_1 和 P_2 两点相距 $\lambda/8$（其中 λ 为该波的波长），则在波的传播过程中，这两点振动速度的

(A) 方向总是相同 (B) 方向总是相反

(C) 方向有时相同，有时相反 (D) 大小总是不相等

解析

【答案】C

【解析】简谐波的特征量。

平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$

所以任意 t 时刻 x 处质点的振动速度为

$$v(x,t)=\frac{\partial y(x,t)}{\partial t}=-A\omega\sin(\omega t-kx+\varphi_0)$$

考虑到 $k=2\pi/\lambda$，所以有

$$\begin{aligned}v\left(x+\frac{1}{8}\lambda,t\right)&=-A\omega\sin\left[\omega t-k\left(x+\frac{1}{8}\lambda\right)+\varphi_0\right]\\&=-A\omega\sin\left[\omega t-kx-\frac{2\pi}{\lambda}\times\frac{1}{8}\lambda+\varphi_0\right]\\&=-A\omega\sin\left[\omega t-kx-\frac{1}{4}\pi+\varphi_0\right]\end{aligned}$$

所以这两点的速度有时方向相同，有时方向相反，偶而大小相等。

第 233 题

【3841】把一根十分长的绳子拉成水平，用手握其一端。维持拉力恒定，使绳端在垂直于绳子的方向上作简谐振动，则

(A) 振动频率越高，波长越长 (B) 振动频率越低，波长越长

(C) 振动频率越高，波速越大 (D) 振动频率越低，波速越大

解析

【答案】B

【解析】介质中的波速，简谐波的特征量。本题考察内容太偏。

在柔软细绳中传播的是横波，其波速为

$$u=\sqrt{\frac{F}{\rho}}$$

式中，F 是绳中张力；ρ 为细绳的质量线密度。所以当拉力恒定时，波传播的速度保持不变。

又根据波速与频率和波长之间的关系

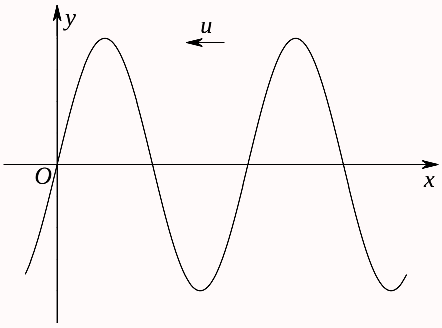
$$u=\frac{\lambda}{T}=\lambda\nu$$

波速恒定，所以频率越高，波长越短，频率越低，波长越长。

第 234 题

【3847】图为沿 x 轴负方向传播的平面简谐波在 $t=0$ 时刻的波形。若波的表达式以余弦函数表示，则 O 点处质点振动的初相为：

(A) 0　(B) $\frac{1}{2}\pi$　(C) π　(D) $\frac{3}{2}\pi$



解析

【答案】D

【解析】简谐波的特征量，波形图。

图示简谐波的表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t+kx+\varphi_0)$$

所以 O 点处质点的振动表达式为

$$y(0,t)=A\cos(\omega t+\varphi_0)$$

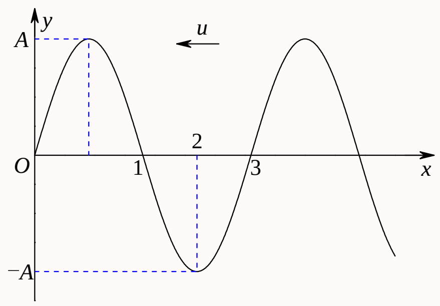
所以 φ_0 就是它的初相。由波形图可以看出，O 点处质点在 $t=0$ 时刻的位置为 $y_0=0$，速度的方向向 y 轴正方向（因为图中波沿 x 轴负方向传播，下一时刻，O 点处质点的位置 $y>0$），所以有

$$y(0,0)=A\cos\varphi_0=0\Rightarrow\cos\varphi_0=0\Rightarrow\varphi_0=\pm\frac{1}{2}\pi$$
$$v(0,0)=-A\omega\sin\varphi_0>0\Rightarrow\sin\varphi_0<0\Rightarrow\varphi_0=-\frac{1}{2}\pi$$

第 235 题

【5193】一横波沿 x 轴负方向传播，若 t 时刻波形曲线如图所示，则在 $t+T/4$ 时刻 x 轴上的 1、2、3 三点的振动位移分别是：

(A) A，0，$-A$　(B) $-A$，0，A　(C) 0，A，0　(D) 0，$-A$，0

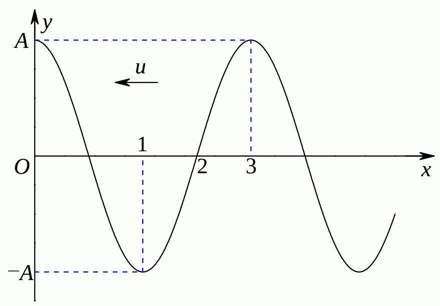


解析

【答案】B

【解析】简谐波的特征量，波形图。

$t+T/4$ 时刻的波形图如下所示



第 236 题

【5513】频率为 100 Hz，传播速度为 300 m/s 的平面简谐波，波线上距离小于波长的两点振动的相位差为 $\frac{1}{3}\pi$，则此两点相距

(A) 2.86 m (B) 2.19 m (C) 0.5 m (D) 0.25 m

解析

【答案】C

【解析】简谐波的特征量，相位差。

简谐波的一般表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$

t 时刻 x 处质点的相位为 $\varphi=\omega t-kx+\varphi_0$，所以波线上相距 Δx 的两点的相位差为

$$\Delta\varphi=k\Delta x$$

而其中

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi\nu, u=\frac{\lambda}{T}=\lambda\nu$$

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi\nu}{\lambda\nu}=\frac{2\pi\nu}{u}$$

所以

$$\Delta x=\frac{\Delta\varphi}{k}=\frac{\Delta\varphi}{\frac{2\pi\nu}{u}}=\frac{u\Delta\varphi}{2\pi\nu}=\frac{300\times\frac{1}{3}\pi}{2\pi\times 100}=\frac{1}{2}\ \mathrm{m}$$

第 237 题

【3068】已知一平面简谐波的表达式为 $y=A\cos(at-bx)$（a、b 为正值常量），则

(A) 波的频率为 a

(B) 波的传播速度为 b/a

(C) 波长为 π/b

(D) 波的周期为 $2\pi/a$

解析

【答案】D

【解析】简谐波的特征量。

平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$

其中

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{2\pi}{\omega}\Rightarrow\nu=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi}$$
$$k=\frac{2\pi}{\lambda}\Rightarrow\lambda=\frac{2\pi}{k}$$
$$v=\frac{\lambda}{T}=\frac{\frac{2\pi}{T}}{\frac{2\pi}{\lambda}}=\frac{\omega}{k}$$

所以，依题意，有 $\omega=a$，$k=b$，所以 $\nu=a/(2\pi)$，$T=2\pi/a$，$\lambda=2\pi/b$，$v=a/b$。

第 238 题

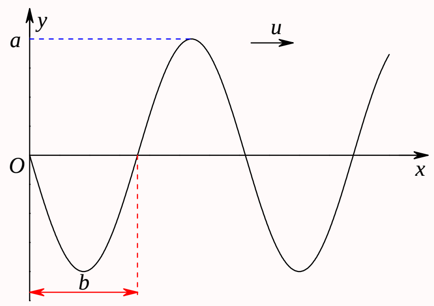
【3071】一平面简谐波以速度 u 沿 x 轴正方向传播，在 $t=t'$ 时波形曲线如图所示。则坐标原点 O 的振动方程为

(A) $y=a\cos\left[\frac{u}{b}(t-t')+\frac{\pi}{2}\right]$

(B) $y=a\cos\left[2\pi\frac{u}{b}(t-t')-\frac{\pi}{2}\right]$

(C) $y=a\cos\left[\pi\frac{u}{b}(t+t')+\frac{\pi}{2}\right]$

(D) $y=a\cos\left[\pi\frac{u}{b}(t-t')-\frac{\pi}{2}\right]$



解析

【答案】D

【解析】简谐波的特征量，波形图。

由题目所给波形图可以看出，振幅 $A=a$，波长 $\lambda=2b$，波速为 $v=u$，$t=t'$ 时坐标原点 O 的位置为 $y(0,t')=0$，振动的速度 $v(0,t')>0$。

沿 x 轴正方向传播的平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$

所以坐标原点 O 的振动方程为

$$y(0,t)=A\cos(\omega t+\varphi_0)$$

依题意，

$$\begin{gathered}
A=a\\
k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{2b}=\frac{\pi}{b}\\
v=\frac{\lambda}{T}=\frac{\frac{2\pi}{T}}{\frac{2\pi}{\lambda}}=\frac{\omega}{k}\\
\omega=vk=u\frac{\pi}{b}\\
y(0,t')=0=a\cos\left(u\frac{\pi}{b}t'+\varphi_0\right)\Rightarrow u\frac{\pi}{b}t'+\varphi_0=\pm\frac{1}{2}\pi\\
v(0,t')=-au\frac{\pi}{b}\sin\left(u\frac{\pi}{b}t'+\varphi_0\right)>0\Rightarrow\sin\left(u\frac{\pi}{b}t'+\varphi_0\right)<0\Rightarrow u\frac{\pi}{b}t'+\varphi_0=-\frac{1}{2}\pi\\
\varphi_0=-\frac{1}{2}\pi-u\frac{\pi}{b}t'
\end{gathered}$$

所以坐标原点 O 的振动方程为

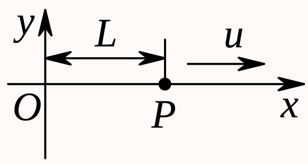
$$y(0,t)=a\cos\left[u\frac{\pi}{b}t-\frac{1}{2}\pi-u\frac{\pi}{b}t'\right]=a\cos\left[\pi\frac{u}{b}(t-t')-\frac{1}{2}\pi\right]$$

第 239 题

【3072】如图所示，一平面简谐波沿 x 轴正向传播，已知 P 点的振动方程为 $y = A\cos(\omega t + \phi_0)$，则波的表达式为

(A) $y = A\cos\{\omega[t - (x-L)/u] + \phi_0]\}$ (B) $y = A\cos\{\omega[t - (x/u)] + \phi_0]\}$

(C) $y = A\cos[\omega(t - x/u)]$ (D) $y = A\cos\{\omega[t + (x-L)/u] + \phi_0]\}$



解析

【答案】A

【解析】简谐波的特征量。

沿 x 轴正方向传播的平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

所以 P 点的振动方程为

$$y(L,t) = A\cos(\omega t - kL + \varphi_0)$$

依题意，

$$\begin{gathered}-kL + \varphi_0 = \phi_0 \\ \varphi_0 = \phi_0 + kL \\ u = \frac{\lambda}{T} = \frac{\frac{2\pi}{T}}{\frac{2\pi}{\lambda}} = \frac{\omega}{k} \\ k = \frac{\omega}{u} \\ \varphi_0 = \phi_0 + \frac{\omega}{u}L\end{gathered}$$

所以波的表达式为

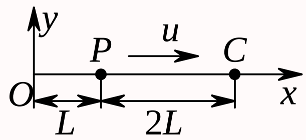
$$\begin{aligned}y(x,t) &= A\cos\left(\omega t - \frac{\omega}{u}x + \phi_0 + \frac{\omega}{u}L\right) \\ &= A\cos\left[\omega t - \frac{\omega}{u}(x-L) + \phi_0\right] \\ &= A\cos\left\{\omega\left[t - \frac{(x-L)}{u}\right] + \phi_0\right\}\end{aligned}$$

第 240 题

【3073】如图，一平面简谐波以波速 u 沿 x 轴正方向传播，O 为坐标原点。已知 P 点的振动方程为 $y = A\cos(\omega t)$，则：

(A) O 点的振动方程为 $y = A\cos[\omega(t - L/u)]$

(B) 波的表达式为 $y=A\cos\{\omega[t-(L/u)-(x/u)]\}$
(C) 波的表达式为 $y=A\cos\{\omega[t+(L/u)-(x/u)]\}$
(D) O 点的振动方程为 $y=A\cos[\omega(t-3L/u)]$



解析

【答案】C
【解析】简谐波的特征量。
沿 x 轴正方向传播的平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$

所以 P 点的振动方程为

$$y(L,t)=A\cos(\omega t-kL+\varphi_0)$$

依题意，

$$\begin{gathered}-kL+\varphi_0=0\\ \varphi_0=kL\\ u=\frac{\lambda}{T}=\frac{\frac{2\pi}{T}}{\frac{2\pi}{\lambda}}=\frac{\omega}{k}\\ k=\frac{\omega}{u}\\ \varphi_0=\frac{\omega}{u}L\end{gathered}$$

所以波的表达式为

$$y(x,t)=A\cos\left(\omega t-\frac{\omega}{u}x+\frac{\omega}{u}L\right)=A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}+\frac{L}{u}\right)\right]$$

所以 O 点的振动方程为

$$y(0,t)=A\cos\left[\omega\left(t-\frac{0}{u}+\frac{L}{u}\right)\right]=A\cos\left[\omega\left(t+\frac{L}{u}\right)\right]$$

C 点的振动方程为

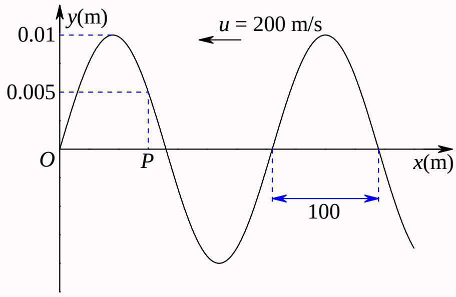
$$y(3L,t)=A\cos\left[\omega\left(t-\frac{3L}{u}+\frac{L}{u}\right)\right]=A\cos\left[\omega\left(t-\frac{2L}{u}\right)\right]$$

第 241 题

【3152】图中画出一平面简谐波在 $t=2$ s 时刻的波形图，则平衡位置在 P 点的质点的振动方程是

(A) $y_P=0.01\cos\left[\pi(t-2)+\dfrac{1}{3}\pi\right]$ (B) $y_P=0.01\cos\left[\pi(t+2)+\dfrac{1}{3}\pi\right]$

(C) $y_P=0.01\cos\left[2\pi(t-2)+\dfrac{1}{3}\pi\right]$ (D) $y_P=0.01\cos\left[2\pi(t-2)-\dfrac{1}{3}\pi\right]$



解析

【答案】C

【解析】简谐波的特征量，波形图。

沿 x 轴负方向传播的平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t+kx+\varphi_0)$$

依题意，$t=2$ s 时刻的波形图表达式为

$$y(x,2)=A\cos(2\omega+kx+\varphi_0)$$

P 点的振动方程为

$$y(x_P,t)=A\cos(\omega t+kx_P+\varphi_0)$$

由图中可以看出，振幅 $A=0.01$ m，波长 $\lambda=200$ m，波速 $u=200$ m/s，$t=2$ s 时刻 P 点的离开平衡位置的距离为 $y(x_P,2)=0.05\text{ m}=\dfrac{1}{2}A$，且 P 点的速度小于零，所以有

$$y(x_P,2)=A\cos(2\omega+kx_P+\varphi_0)=\frac{1}{2}A\Rightarrow\cos(2\omega+kx_P+\varphi_0)=\frac{1}{2}$$

$$v(x_P,2)=-A\omega\sin(2\omega+kx_P+\varphi_0)<0\Rightarrow\sin(2\omega+kx_P+\varphi_0)>0$$

$$2\omega+kx_P+\varphi_0=\frac{1}{3}\pi$$

$$kx_P+\varphi_0=\frac{1}{3}\pi-2\omega$$

又因为

$$u=\frac{\lambda}{T}\Rightarrow T=\frac{\lambda}{u}$$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi\frac{u}{\lambda}=2\pi\frac{200}{200}=2\pi\text{ rad/s}$$

所以 P 点的振动方程为

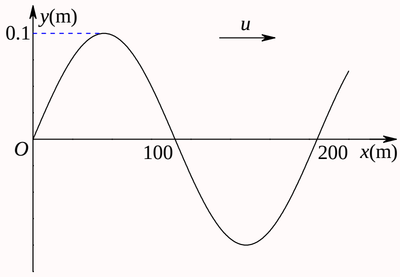
$$y(x_P,t)=A\cos\left[\omega t+\frac{1}{3}\pi-2\omega\right]=A\cos\left[\omega(t-2)+\frac{1}{3}\pi\right]=0.01\cos\left[2\pi(t-2)+\frac{1}{3}\pi\right]$$

第 242 题

【3338】图示一简谐波在 $t=0$ 时刻的波形图，波速 $u=200\ \mathrm{m/s}$，则图中 O 点的振动加速度的表达式为

(A) $a=0.4\pi^2\cos\left(\pi t-\frac{1}{2}\pi\right)(\mathrm{SI})$ (B) $a=0.4\pi^2\cos\left(\pi t-\frac{3}{2}\pi\right)(\mathrm{SI})$

(C) $a=-0.4\pi^2\cos(2\pi t-\pi)(\mathrm{SI})$ (D) $a=-0.4\pi^2\cos\left(2\pi t+\frac{1}{2}\pi\right)(\mathrm{SI})$



解析

【答案】D

【解析】简谐波的特征量，波形图。

沿 x 轴正方向传播的平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$

依题意，$t=0$ 时刻的波形图表达式为

$$y(x,0)=A\cos(-kx+\varphi_0)$$

由图中可以看出，振幅 $A=0.1$ m，波长 $\lambda=200$ m，波速 $u=200$ m/s，$t=0$ 时刻 O 点的离开平衡位置的距离为 $y(0,0)=0$，且 O 点的速度小于零，所以有

$$y(0,0)=A\cos\varphi_0=0\Rightarrow\cos\varphi_0=0$$
$$v(0,0)=-A\omega\sin\varphi_0<0\Rightarrow\sin\varphi_0>0$$
$$\varphi_0=\frac{1}{2}\pi$$

又因为

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{200}=0.01\pi\ \mathrm{rad/m}$$
$$u=\frac{\lambda}{T}\Rightarrow T=\frac{\lambda}{u}$$
$$\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi\frac{u}{\lambda}=2\pi\frac{200}{200}=2\pi\ \mathrm{rad/s}$$

所以波的表达式为

$$y(x,t)=0.1\cos\left(2\pi t-0.01\pi x+\frac{1}{2}\pi\right)$$

所以 O 点的振动表达式为

$$y(0,t)=0.1\cos\left(2\pi t+\frac{1}{2}\pi\right)$$

其振动的速度和加速度分别为

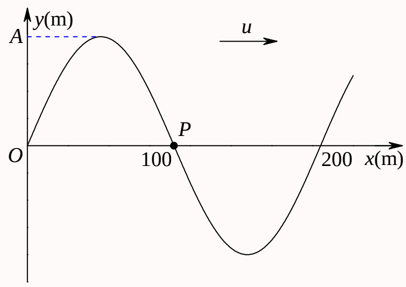
$$v(0,t)=-0.2\pi\sin\left(2\pi t+\frac{1}{2}\pi\right)$$
$$a(0,t)=-0.4\pi^2\cos\left(2\pi t+\frac{1}{2}\pi\right)$$

第 243 题

【3341】图示一简谐波在 $t=0$ 时刻的波形图，波速 $u=200$ m/s，则 P 处质点的振动速度的表达式为

(A) $v=-0.2\pi\cos(2\pi t-\pi)$(SI)　　(B) $v=-0.2\pi\cos(\pi t-\pi)$(SI)

(C) $v=0.2\pi\cos\left(2\pi t-\frac{1}{2}\pi\right)$(SI)　　(D) $v=0.2\pi\cos\left(\pi t-\frac{3}{2}\pi\right)$(SI)



解析

【答案】A

【解析】简谐波的特征量，波形图。

沿 x 轴正方向传播的平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$

依题意，$t=0$ 时刻的波形图表达式为

$$y(x,0)=A\cos(-kx+\varphi_0)$$

由图中可以看出，振幅 $A=0.1$ m，波长 $\lambda=200$ m，波速 $u=200$ m/s，$t=0$ 时刻 O 点的离开平衡位置的距离为 $y(0,0)=0$，且 O 点的速度小于零，所以有

$$y(0,0)=A\cos\varphi_0=0\Rightarrow\cos\varphi_0=0$$
$$v(0,0)=-A\omega\sin\varphi_0<0\Rightarrow\sin\varphi_0>0$$
$$\varphi_0=\frac{1}{2}\pi$$

又因为

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{200}=0.01\pi\ \text{rad/m}$$
$$u=\frac{\lambda}{T}\Rightarrow T=\frac{\lambda}{u}$$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi\frac{u}{\lambda}=2\pi\frac{200}{200}=2\pi\ \mathrm{rad/s}$$

所以波的表达式为

$$y(x,t)=0.1\cos\left(2\pi t-0.01\pi x+\frac{1}{2}\pi\right)$$

所以 P 点的振动表达式为

$$y(100,t)=0.1\cos\left(2\pi t-\pi+\frac{1}{2}\pi\right)=0.1\cos\left(2\pi t-\frac{1}{2}\pi\right)$$

其振动的速度为

$$v(100,t)=-0.2\pi\sin\left(2\pi t-\frac{1}{2}\pi\right)=-0.2\pi\cos(2\pi t-\pi)$$

第 244 题

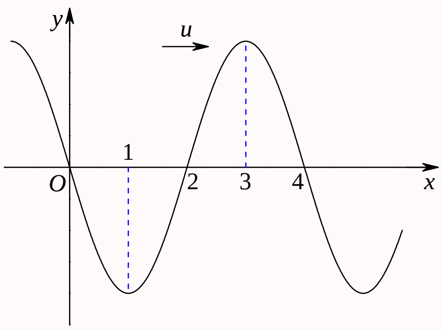
【3409】一简谐波沿 x 轴正方向传播，$t=T/4$ 时的波形曲线如图所示。若振动以余弦函数表示，且此题各点振动的初相取 $-\pi$ 到 π 之间的值，则：

(A) O 点的初相为 $\varphi_0=0$

(B) 1 点的初相为 $\varphi_1=-\frac{1}{2}\pi$

(C) 2 点的初相为 $\varphi_2=\pi$

(D) 3 点的初相为 $\varphi_3=-\frac{1}{2}\pi$



解析

【答案】D

【解析】简谐波的特征量，波形图，初相。

沿 x 轴正方向传播的平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$

依题意，$t=T/4$ 时刻的波形图表达式为

$$y(x,T/4)=A\cos\left(\frac{1}{2}\pi-kx+\varphi_0\right)$$

由图中可以看出，$t=T/4$ 时刻 O 点的离开平衡位置的距离为 $y(0,T/4)=0$，且 O 点的速度大于

零，所以有

$$y(0,T/4)=A\cos\left(\frac{1}{2}\pi+\varphi_0\right)=0\Rightarrow\cos\left(\frac{1}{2}\pi+\varphi_0\right)=0$$
$$v(0,T/4)=-A\omega\sin\left(\frac{1}{2}\pi+\varphi_0\right)>0\Rightarrow\sin\left(\frac{1}{2}\pi+\varphi_0\right)<0$$
$$\frac{1}{2}\pi+\varphi_0=-\frac{1}{2}\pi$$
$$\varphi_0=-\pi$$

所以波的表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx-\pi)$$

所以 x 处质点的初相为

$$\varphi_{x0}=-kx-\pi$$

所以 O 处质点的初相为

$$\varphi_{00}=-\pi$$

1 处质点的初相为

$$\varphi_{\lambda/4,0}=-\frac{1}{2}\pi-\pi=-\frac{3}{2}\pi$$

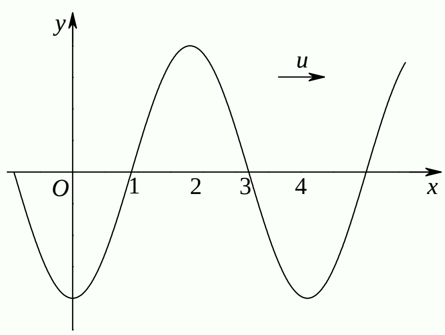
2 处质点的初相为

$$\varphi_{\lambda/2,0}=-\pi-\pi=-2\pi$$

3 处质点的初相为

$$\varphi_{3\lambda/4,0}=-\frac{3}{2}\pi-\pi=-\frac{5}{2}\pi$$

当然，依题意，还可以画出 $t=0$ 时刻的波形图如下



由此图也可以得到各处质点的初相。
注意，沿着波传播方向，质点的相位依次滞后。

第 245 题

【3412】一平面简谐波沿 x 轴负方向传播。已知 $x=x_0$ 处质点的振动方程为：$y=A\cos(\omega t+\phi_0)$，若波速为 u，则此波的表达式为

(A) $y=A\cos\{\omega[t-(x_0-x)/u]+\phi_0\}$

(B) $y=A\cos\{\omega[t-(x-x_0)/u]+\phi_0\}$

(C) $y=A\cos\{\omega t-[(x_0-x)/u]+\phi_0\}$

(D) $y=A\cos\{\omega t+[(x_0-x)/u]+\phi_0\}$

解析

【答案】A

【解析】简谐波的特征量，初相。

沿 x 轴负方向传播的平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t+kx+\varphi_0)=A\cos[\omega(t+x/u)+\varphi_0]$$

依题意，$x=x_0$ 处质点的振动方程为

$$y(x_0,t)=A\cos[\omega(t+x_0/u)+\varphi_0]=A\cos(\omega t+\phi_0)$$

所以

$$\omega(t+x_0/u)+\varphi_0=\omega t+\phi_0$$
$$\varphi_0=\phi_0-\omega x_0/u$$

所以波的表达式为

$$y(x,t)=A\cos[\omega(t+x/u)+\phi_0-\omega x_0/u]=A\cos\{\omega[t+(x-x_0)/u]+\phi_0\}$$

第 246 题

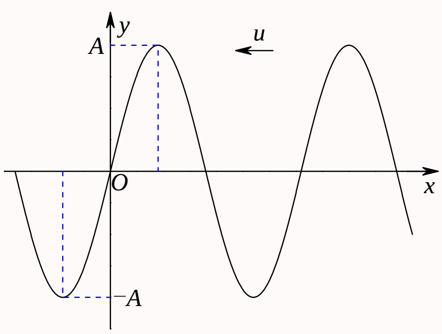
【3415】一平面简谐波，沿 x 轴负方向传播。角频率为 ω，波速为 u。设 $t=T/4$ 时刻的波形如图所示，则该波的表达式为：

(A) $y=A\cos[\omega(t-xu)]$

(B) $y=A\cos\left[\omega(t-x/u)+\frac{1}{2}\pi\right]$

(C) $y=A\cos[\omega(t+x/u)]$

(D) $y=A\cos[\omega(t+x/u)+\pi]$



解析

【答案】D

【解析】简谐波的特征量，波形图，初相。

沿 x 轴负方向传播的平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t+kx+\varphi_0)=A\cos[\omega(t+x/u)+\varphi_0]$$

依题意，$t=T/4$ 时刻的波形表达式为

$$y(x,T/4)=A\cos[\omega(T/4+x/u)+\varphi_0]=A\cos[\omega(x/u)+\varphi_0+\pi/2]$$

而由图可以看出，$t=T/4$ 时刻，$x=0$ 处的质点离开平衡位置的距离为 $y(0,T/4)=0$，且 O 点的速度大于零，所以有

$$\begin{gathered}
y(0,T/4)=A\cos[\varphi_0+\pi/2]=0\Rightarrow\cos[\varphi_0+\pi/2]=0\\
v(0,T/4)=-A\omega\sin[\varphi_0+\pi/2]>0\Rightarrow\sin[\varphi_0+\pi/2]<0\\
\varphi_0+\pi/2=-\pi/2\\
\varphi_0=-\pi
\end{gathered}$$

所以波的表达式为

$$y(x,t)=A\cos[\omega(t+x/u)-\pi]$$

第 247 题

【3573】一平面简谐波沿 x 轴负方向传播。已知 $x=b$ 处质点的振动方程为：$y=A\cos(\omega t+\phi_0)$，波速为 u，则波的表达式为：

(A) $y=A\cos\left\{\omega\left[t+\dfrac{b+x}{u}\right]+\phi_0\right\}$ (B) $y=A\cos\left\{\omega\left[t-\dfrac{b+x}{u}\right]+\phi_0\right\}$

(C) $y=A\cos\left\{\omega\left[t+\dfrac{x-b}{u}\right]+\phi_0\right\}$ (D) $y=A\cos\left\{\omega\left[t+\dfrac{b-x}{u}\right]+\phi_0\right\}$

解析

【答案】C

【解析】简谐波的特征量，初相。

沿 x 轴负方向传播的平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t+kx+\varphi_0)=A\cos[\omega(t+x/u)+\varphi_0]$$

依题意，$x=b$ 处质点的振动方程为

$$\begin{gathered}
y(b,t)=A\cos[\omega(t+b/u)+\varphi_0]=A\cos(\omega t+\phi_0)\\
\omega(t+b/u)+\varphi_0=\omega t+\phi_0\\
\varphi_0=\phi_0-\omega(b/u)
\end{gathered}$$

所以波的表达式为

$$y(x,t) = A\cos[\omega(t + x/u) + \phi_0 - \omega(b/u)] = A\cos\{\omega[t + (x-b)/u] + \phi_0\}$$

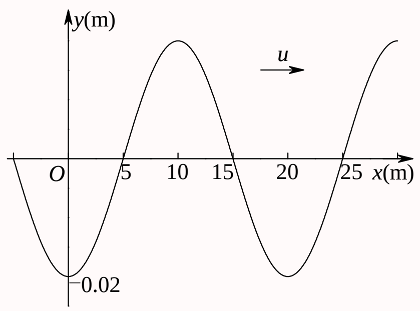
另外，本题中，由于波沿 x 轴负方向传播，所以相位中的 x 前一定为加号，(B)、(D) 可排除，再将 $x = b$ 代入 (A)、(C)，只有 (C) 能回到题目中的 $y = A\cos(\omega t + \phi_0)$。

第 248 题

【3575】一平面简谐波，波速 $u = 5$ m/s，$t = 3$ s 时波形曲线如图，则 $x = 0$ 处质点的振动方程为：

(A) $y = 2\times10^{-2}\cos\left(\frac{1}{2}\pi t - \frac{1}{2}\pi\right)$(SI)　　(B) $y = 2\times10^{-2}\cos(\pi t + \pi)$(SI)

(C) $y = 2\times10^{-2}\cos\left(\frac{1}{2}\pi t + \frac{1}{2}\pi\right)$(SI)　　(D) $y = 2\times10^{-2}\cos\left(\pi t - \frac{3}{2}\pi\right)$(SI)



解析

【答案】A

【解析】简谐波的特征量，波形图，初相。

沿 x 轴正方向传播的平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

依题意，$t = 3$ s 时刻的波形图表达式为

$$y(x,3) = A\cos(3\omega - kx + \varphi_0)$$

由图中可以看出，$A = 0.02$ m，$\lambda = 20$ m，$t = 3$ s 时刻 O 点的离开平衡位置的距离为 $y(0,3) = -A$，所以有

$$y(0,3) = A\cos(3\omega + \varphi_0) = -A \Rightarrow \cos(3\omega + \varphi_0) = -1 \Rightarrow 3\omega + \varphi_0 = \pi \Rightarrow \varphi_0 = \pi - 3\omega$$
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\lambda/u} = \frac{2u\pi}{\lambda} = \frac{10\pi}{20} = \frac{\pi}{2}$$
$$\varphi_0 = \pi - \frac{3}{2}\pi = -\frac{1}{2}\pi$$
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{20} = \frac{\pi}{10}$$

所以波的表达式为

$$y(x,t)=0.02\cos\left(\frac{\pi}{2}t-\frac{\pi}{10}x-\frac{1}{2}\pi\right)$$

所以 $x=0$ 处质点的振动方程为

$$y(0,t)=0.02\cos\left(\frac{\pi}{2}t-\frac{1}{2}\pi\right)$$

第 249 题

【3088】一平面简谐波在弹性媒质中传播时，某一时刻媒质中某质元在负的最大位移处，则它的能量是

(A) 动能为零，势能最大 (B) 动能为零，势能为零

(C) 动能最大，势能最大 (D) 动能最大，势能为零

解析

【答案】B

【解析】简谐波的能量。

简谐波中任意一个质元在任意时刻的动能等于势能，在位移最大处，质点的运动速度为零，所以动能和势能均为零；在平衡位置，质点的速度最大，所以动能和势能均最大。

第 250 题

【3089】一平面简谐波在弹性媒质中传播，在媒质质元从最大位移处回到平衡位置的过程中：

(A) 它的势能转换成动能

(B) 它的动能转换成势能

(C) 它从相邻的一段媒质质元获得能量，其能量逐渐增加

(D) 它把自己的能量传给相邻的一段媒质质元，其能量逐渐减小

解析

【答案】C

【解析】简谐波的能量。

简谐波中任意一个质元在任意时刻的动能等于势能，在位移最大处，质点的运动速度为零，所以动能和势能均为零；在平衡位置，质点的速度最大，所以动能和势能均最大。所以质元从平衡位置向最大位移处运动的过程中，能量逐渐减小；从最大位移处向平衡位置运动时，能量逐渐增加。

第 251 题

【3287】当一平面简谐机械波在弹性媒质中传播时，下述各结论哪个是正确的？

(A) 媒质质元的振动动能增大时，其弹性势能减小，总机械能守恒

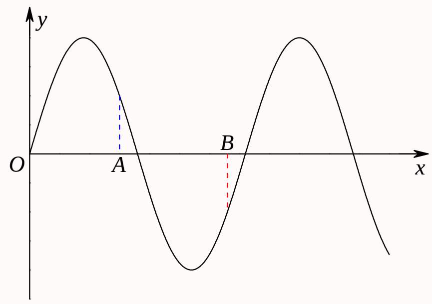
(B) 媒质质元的振动动能和弹性势能都作周期性变化，但二者的相位不相同
(C) 媒质质元的振动动能和弹性势能的相位在任一时刻都相同，但二者的数值不相等
(D) 媒质质元在其平衡位置处弹性势能最大

解析

【答案】D
【解析】简谐波的能量。
简谐波中任意一个质元在任意时刻的动能等于势能，在位移最大处，质点的运动速度为零，所以动能和势能均为零；在平衡位置，质点的速度最大，所以动能和势能均最大。所以质元从平衡位置向最大位移处运动的过程中，能量逐渐减小；从最大位移处向平衡位置运动时，能量逐渐增加。由简谐波的一般表达式可知，任意一个质元都做简谐振动，其速度也做简谐振动，所以其动能与做简谐振动，但动能振动的频率是质元的两倍。

第 252 题

【3289】图示一平面简谐机械波在 t 时刻的波形曲线。若此时 A 点处媒质质元的振动动能在增大，则：
(A) A 点处质元的弹性势能在减小
(B) 波沿 x 轴负方向传播
(C) B 点处质元的振动动能在减小
(D) 各点的波的能量密度都不随时间变化



解析

【答案】B
【解析】简谐波的能量。能量密度的知识点较偏。
简谐波中任意一个质元在任意时刻的动能等于势能。在位移最大处，质点的运动速度为零，所以动能和势能均为零；在平衡位置，质点的速度最大，所以动能和势能均最大。所以质元从平衡位置向最大位移处运动的过程中，能量逐渐减小；从最大位移处向平衡位置运动时，能量逐渐增加。
依题意，此时 A 点处媒质质元的振动动能在增大，所以质元在向平衡位置运动，所以波沿 x 轴负方向传播，所以 B 处质元也向平衡位置运动，因此 B 处质元的动能也在增大。
对于某个质元，体积不变，能量越大，能量密度也越大，所以能量密度的变化趋势与能量的变化趋势相同，即质元从平衡位置向最大位移处运动的过程中，能量逐渐减小，能量密度也逐渐减小；从最大位移处向平衡位置运动时，能量逐渐增加，能量密度也逐渐增加。能量在做周期性变化，能量密度也在做周期性变化，不同位置的能量密度在某个时刻是不一样的。

第 253 题

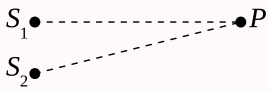
【3295】如图所示，S_1 和 S_2 为两相干波源，它们的振动方向均垂直于图面，发出波长为 λ 的简谐波，P 点是两列波相遇区域中的一点，已知 $\overline{S_1P}=2\lambda$，$\overline{S_2P}=2.2\lambda$，两列波在 P 点发生相消干涉。若 S_1 的振动方程为 $y_1=A\cos\left(2\pi t+\dfrac{1}{2}\pi\right)$，则 S_2 的振动方程为

(A) $y_2=A\cos\left(2\pi t-\dfrac{1}{2}\pi\right)$

(B) $y_2=A\cos\left(2\pi t+\pi\right)$

(C) $y_2=A\cos\left(2\pi t+\dfrac{1}{2}\pi\right)$

(D) $y_2=2A\cos(2\pi t-0.1\pi)$



解析

【答案】D

【解析】简谐波的干涉。

依题意，已知 S_1 的振动方程为 $y_1=A\cos\left(2\pi t+\dfrac{1}{2}\pi\right)$，且 $\overline{S_1P}=2\lambda$，则 S_1 传到 P 处时引起 P 处质点的振动方程为

$$y_{1P}=A\cos\left(2\pi t+\frac{1}{2}\pi-k\overline{S_1P}\right)$$

因此 S_1 和 S_2 为两相干波源，所以二者的频率相同，假定 S_2 的振动方程为 $y_2=A_2\cos\left(2\pi t+\varphi_0\right)$，又因为 $\overline{S_2P}=2.2\lambda$，则 S_2 传到 P 处时引起 P 处质点的振动方程为

$$y_{2P}=A_2\cos\left(2\pi t+\varphi_0-k\overline{S_2P}\right)$$

又因为二者的波长均为 λ，所以 $k=2\pi/\lambda$，而二者在 P 点发生相消干涉，所以二者在 P 点的相位差为 $\Delta\varphi=(2n+1)\pi$，所以

$$\begin{aligned}\Delta\varphi=(2n+1)\pi&=\left[2\pi t+\frac{1}{2}\pi-k\overline{S_1P}\right]-\left[2\pi t+\varphi_0-k\overline{S_2P}\right]=\frac{1}{2}\pi-k(\overline{S_1P}-\overline{S_2P})-\varphi_0\\ \varphi_0&=\frac{1}{2}\pi-k(\overline{S_1P}-\overline{S_2P})-(2n+1)\pi=\frac{1}{2}\pi-k(2\lambda-2.2\lambda)-(2n+1)\pi\\ &=\frac{1}{2}\pi+0.2k\lambda-(2n+1)\pi=[0.9-(2n+1)]\pi\end{aligned}$$

当 $n=0$ 时，$\varphi_0=-0.1\pi$。

第 254 题

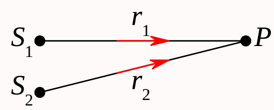
【3433】如图所示，两列波长为 λ 的相干波在 P 点相遇。波在 S_1 点振动的初相是 ϕ_1，S_1 到 P 点的距离是 r_1；波在 S_2 点的初相是 ϕ_2，S_2 到 P 点的距离是 r_2，以 n 代表零或正、负整数，则 P 点是干涉极大的条件为：

(A) $r_2-r_1=n\lambda$

(B) $\phi_2-\phi_1=2n\pi$

(C) $\phi_2-\phi_1+2\pi(r_2-r_1)/\lambda=2n\pi$

(D) $\phi_2-\phi_1+2\pi(r_1-r_2)/\lambda=2n\pi$



解析

【答案】D

【解析】简谐波的干涉。

依题意，波长为 λ，所以波数 $k=2\pi/\lambda$，已知 S_1 点振动的初相为 ϕ_1，S_1 到 P 点的距离是 r_1，所以由 S_1 传到 P 点引起 P 点振动的初相为

$$\varphi_1=\phi_1-kr_1=\phi_1-2\pi r_1/\lambda$$

波在 S_2 点的初相是 ϕ_2，S_2 到 P 点的距离是 r_2，所以由 S_2 传到 P 点引起 P 点振动的初相为

$$\varphi_2=\phi_2-kr_2=\phi_2-2\pi r_2/\lambda$$

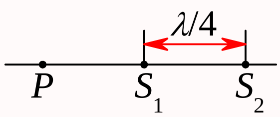
而 P 点干涉极大，要求二者在 P 点的相位差为 $\Delta\varphi=2n\pi$，所以

$$\Delta\varphi=2n\pi=\varphi_2-\varphi_1=[\phi_2-2\pi r_2/\lambda]-[\phi_1-2\pi r_1/\lambda]=(\phi_2-\phi_1)-2\pi(r_2-r_1)/\lambda$$

第 255 题

【3434】两相干波源 S_1 和 S_2 相距 $\lambda/4$，（λ 为波长），S_1 的相位比 S_2 的相位超前 $\dfrac{1}{2}\pi$，在 S_1，S_2 的连线上，S_1 外侧各点（例如 P 点）两波引起的两谐振动的相位差是：

(A) 0 (B) $\dfrac{1}{2}\pi$ (C) π (D) $\dfrac{3}{2}\pi$



解析

【答案】C

【解析】简谐波的干涉。

依题意，波长为 λ，所以波数 $k=2\pi/\lambda$，假定 S_1 点振动的初相为 ϕ_1，因为 S_1 的相位比 S_2 的相位超前 $\dfrac{1}{2}\pi$，所以 S_2 点振动的初相为 $\phi_2=\phi_1-\dfrac{1}{2}\pi$，再假定 $\overline{S_1P}=r$，则 $\overline{S_2P}=r+\lambda/4$，所以两波传到 P 点时引起 P 点振动的初相分别为

$$\varphi_1=\phi_1-kr$$
$$\varphi_2=\phi_2-k(r+\lambda/4)$$

所以二者在 P 点的相位差为

$$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=[\phi_2-k(r+\lambda/4)]-[\phi_1-kr]=(\phi_2-\phi_1)-2\pi/\lambda\times\lambda/4=-\frac{1}{2}\pi-\frac{1}{2}\pi=-\pi$$

第 256 题

【3101】在驻波中，两个相邻波节间各质点的振动

(A) 振幅相同，相位相同 (B) 振幅不同，相位相同

(C) 振幅相同，相位不同 (D) 振幅不同，相位不同

解析

【答案】B

【解析】驻波的特点。

由两列同振幅的相向传播的行波

$$y_1=A\cos(\omega t-kx+\varphi_1)$$
$$y_2=A\cos(\omega t+kx+\varphi_2)$$

合成的驻波的一般表达式为

$$y=y_1+y_2=2A\cos\left(kx+\frac{\varphi_2-\varphi_1}{2}\right)\cos\left(\omega t+\frac{\varphi_2+\varphi_1}{2}\right)$$

其中 x 处的振幅为

$$A_x=\left|2A\cos\left(kx+\frac{\varphi_2-\varphi_1}{2}\right)\right|$$

所以不同处质点的振幅是不一样的。而相邻两个节点之间的相位为

$$\varphi=\omega t+\frac{\varphi_2+\varphi_1}{2}+n\pi$$

所以相邻两个节点之间的相位是一样的，节点两侧的相位是反相的。

第 257 题

【3308】在波长为 λ 的驻波中，两个相邻波腹之间的距离为

(A) $\lambda/4$ (B) $\lambda/2$ (C) $3\lambda/4$ (D) λ

解析

【答案】B

【解析】驻波的特点。驻波的波长概念较为奇特。

驻波的波长是指合成驻波的行波的波长。因此两个相邻波腹或波节之间的距离都是半个波长。

由两列同振幅的相向传播的行波

$$y_1 = A\cos(\omega t - kx + \varphi_1)$$
$$y_2 = A\cos(\omega t + kx + \varphi_2)$$

合成的驻波的一般表达式为

$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos\left(kx + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right)\cos\left(\omega t + \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2}\right)$$

其中 x 处的振幅为

$$A_x = \left|2A\cos\left(kx + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right)\right|$$

振幅为零【最小】的点称为波节，振幅为 $2A$ 【最大】的点称为波腹。所以波节处

$$\cos\left(kx + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right) = 0$$
$$kx + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi$$
$$x_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{k} - \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2k}$$
$$\Delta x = x_{n+1} - x_n = \frac{\pi}{k} = \frac{\lambda}{2}$$

波腹处

$$\cos\left(kx + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right) = \pm 1$$
$$kx + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} = n\pi$$
$$x_n = n\frac{\pi}{k} - \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2k}$$
$$\Delta x = x_{n+1} - x_n = \frac{\pi}{k} = \frac{\lambda}{2}$$

第 258 题

【3309】在波长为 λ 的驻波中，两个相邻波节之间的距离为

(A) λ (B) $3\lambda/4$ (C) $\lambda/2$ (D) $\lambda/4$

解析

【答案】C

【解析】驻波的特点。驻波的波长概念较为奇特。本题同【3308】

驻波的波长是指合成驻波的行波的波长。因此两个相邻波腹或波节之间的距离都是半个波长。

由两列同振幅的相向传播的行波

$$y_1 = A\cos(\omega t - kx + \varphi_1)$$

$$y_2 = A\cos(\omega t + kx + \varphi_2)$$

合成的驻波的一般表达式为

$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos\left(kx + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right)\cos\left(\omega t + \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2}\right)$$

其中 x 处的振幅为

$$A_x = \left|2A\cos\left(kx + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right)\right|$$

振幅为零【最小】的点称为波节，振幅为 $2A$ 【最大】的点称为波腹。所以波节处

$$\cos\left(kx + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right) = 0$$
$$kx + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi$$
$$x_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{k} - \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2k}$$
$$\Delta x = x_{n+1} - x_n = \frac{\pi}{k} = \frac{\lambda}{2}$$

波腹处

$$\cos\left(kx + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right) = \pm 1$$
$$kx + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} = n\pi$$
$$x_n = n\frac{\pi}{k} - \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2k}$$
$$\Delta x = x_{n+1} - x_n = \frac{\pi}{k} = \frac{\lambda}{2}$$

第 259 题

【3591】沿着相反方向传播的两列相干波，其表达式为 $y_1 = A\cos[2\pi(\nu t - x/\lambda)]$ 和 $y_2 = A\cos[2\pi(\nu t + x/\lambda)]$。在叠加后形成的驻波中，各处简谐振动的振幅是：

(A) A (B) $2A$ (C) $2A\cos(2\pi x/\lambda)$ (D) $|2A\cos(2\pi x/\lambda)|$

解析

【答案】D

【解析】驻波的特点。

由沿着相反方向传播的两列相干波

$$y_1 = A\cos[2\pi(\nu t - x/\lambda)]$$
$$y_2 = A\cos[2\pi(\nu t + x/\lambda)]$$

合成的驻波的表达式为

$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos(2\pi x/\lambda)\cos(2\pi\nu t)$$

其中 x 处的振幅为

$$A_x = |2A\cos(2\pi x/\lambda)|$$

第 260 题

【3592】沿着相反方向传播的两列相干波，其表达式为 $y_1 = A\cos[2\pi(\nu t - x/\lambda)]$ 和 $y_2 = A\cos[2\pi(\nu t + x/\lambda)]$。叠加后形成的驻波中，波节的位置坐标为：

(A) $x = \pm k\lambda$ (B) $x = \pm\frac{1}{2}k\lambda$ (C) $x = \pm\frac{1}{2}(2k+1)\lambda$ (D) $x = \pm(2k+1)\lambda/4$

其中的 $k = 0$，1，2，3，$\cdots$。

解析

【答案】D

【解析】驻波的特点。

由沿着相反方向传播的两列相干波

$$y_1 = A\cos[2\pi(\nu t - x/\lambda)]$$
$$y_2 = A\cos[2\pi(\nu t + x/\lambda)]$$

合成的驻波的表达式为

$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos(2\pi x/\lambda)\cos(2\pi\nu t)$$

其中 x 处的振幅为

$$A_x = |2A\cos(2\pi x/\lambda)|$$

振幅为零【最小】的点称为波节，振幅为 $2A$ 【最大】的点称为波腹。所以波节处

$$\cos(2\pi x/\lambda) = 0$$
$$2\pi x/\lambda = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi$$
$$x_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2\pi/\lambda} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$$

第 261 题

【5523】设声波在媒质中的传播速度为 u，声源的频率为 ν_S。若声源 S 不动，而接收器 R 相对于媒质以速度 v_R 沿着 S、R 连线向着声源 S 运动，则位于 S、R 连线中点的质点 P 的振动频率为：

(A) ν_S (B) $\dfrac{u+v_R}{u}\nu_S$ (C) $\dfrac{u}{u+v_R}\nu_S$ (D) $\dfrac{u}{u-v_R}\nu_S$

解析

【答案】A
【解析】多普勒效应。
接收器探测到的频率为

$$\nu' = \frac{v'}{\lambda'} = \frac{v \pm v_R}{\lambda \pm v_S T} = \frac{v \pm v_R}{v \pm v_S}\nu_0$$

- ☞ 当波源向着观察者以 v_S 运动时，$\lambda' = \lambda - v_S T = (v - v_S)/\nu_0$；
- ☞ 当波源背离观察者以 v_S 运动时，$\lambda' = \lambda + v_S T = (v + v_S)/\nu_0$；
- ☞ 当观察者向着波源以 v_R 运动时，$v' = v + v_R$；
- ☞ 当观察者背离波源以 v_R 运动时，$v' = v - v_R$。

但这个题目中间的并不是接收器探测到的频率，而是媒质中质点的运动频率，那就仅仅是波源发出的波传播到媒质中时引起质点的振动，因此其频率仍然是波源的频率。

第 262 题

【3112】一机车汽笛频率为 750 Hz，机车以时速 90 公里远离静止的观察者。观察者听到的声音的频率是（设空气中声速为 340 m/s）
(A) 810 Hz (B) 699 Hz (C) 805 Hz (D) 695 Hz

解析

【答案】B
【解析】多普勒效应。
接收器探测到的频率为

$$\nu' = \frac{v'}{\lambda'} = \frac{v \pm v_R}{\lambda \pm v_S T} = \frac{v \pm v_R}{v \pm v_S}\nu_0$$

- ☞ 当波源向着观察者以 v_S 运动时，$\lambda' = \lambda - v_S T = (v - v_S)/\nu_0$；
- ☞ 当波源背离观察者以 v_S 运动时，$\lambda' = \lambda + v_S T = (v + v_S)/\nu_0$；
- ☞ 当观察者向着波源以 v_R 运动时，$v' = v + v_R$；
- ☞ 当观察者背离波源以 v_R 运动时，$v' = v - v_R$。

依题意，$\nu_0 = 750$ Hz，$v_R = 0$，$v_S = 90$ km/h $= 25$ m/s，$v = 340$ m/s，所以，观察者听到的频率为

$$\nu' = \frac{v}{v + v_S}\nu_0 = \frac{340}{340 + 25} \times 750 \approx 699 \text{ Hz}$$

二、填空题

第 263 题

【3065】频率为 500 Hz 的波，其波速为 350 m/s，相位差为 $2\pi/3$ 的两点间距离为_____。

解析

【答案】$\dfrac{7}{30}$ m
【解析】简谐波的特征量，相位。
平面简谐波的一般表达式为

$$y = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

其中 x 处质点 t 时刻简谐振动的相位为

$$\varphi = \omega t - kx + \varphi_0$$

式中

$$\omega = 2\pi\nu, k = \frac{2\pi}{\lambda}, u = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu$$
$$\lambda = \frac{u}{\nu}, k = 2\pi\frac{\nu}{u}$$

所以任意两点之间的相位差为

$$\Delta\varphi = -k\Delta x$$
$$\Delta x = -\frac{\Delta\varphi}{k} = -\frac{u\Delta\varphi}{2\pi\nu} = -\frac{350\times 2\pi/3}{2\pi\times 500} = -\frac{7}{30}\ \mathrm{m}$$

第 264 题

【3075】一平面简谐波的表达式为 $y = 0.025\cos(125t - 0.37x)(\mathrm{SI})$，其角频率 $\omega =$_____，波速 $u =$_____，波长 $\lambda =$_____。

解析

【答案】125 rad/s；338 m/s；16.98 m
【解析】简谐波的特征量。
平面简谐波的一般表达式为

$$y = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

其中圆频率为 ω，物理量之间存在以下关系

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k}$$
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$u=\frac{\lambda}{T}=\frac{2\pi/k}{2\pi/\omega}=\frac{\omega}{k}$$

依题意，$\omega=125\ \mathrm{rad/s}$，$k=0.37\ \mathrm{rad/m}$，$u=\omega/k=125/0.37\approx 338\ \mathrm{m/s}$，$\lambda=2\pi/k=2\pi/0.37\approx 16.98\ \mathrm{m}$。

第 265 题

【3342】一平面简谐波（机械波）沿 x 轴正方向传播，波动表达式为 $y=0.2\cos\left(\pi t-\frac{1}{2}\pi x\right)$(SI)，则 $x=-3$ m 处媒质质点的振动加速度 a 的表达式为______。

解析

【答案】$-0.2\pi^2\cos\left(\pi t+\frac{3}{2}\pi\right)$(SI)

【解析】简谐波的特征量。

根据平面简谐波的表达式

$$y(x,t)=0.2\cos\left(\pi t-\frac{1}{2}\pi x\right)$$

可得，质点的速度表达式为

$$v(x,t)=\frac{\partial y}{\partial t}=-0.2\pi\sin\left(\pi t-\frac{1}{2}\pi x\right)$$

质点的加速度表达式为

$$a(x,t)=\frac{\partial v}{\partial t}=-0.2\pi^2\cos\left(\pi t-\frac{1}{2}\pi x\right)$$

所以 $x=-3$ m 处媒质质点的振动加速度 a 的表达式为

$$a(-3,t)=-0.2\pi^2\cos\left[\pi t-\frac{1}{2}\pi\times(-3)\right]=-0.2\pi^2\cos\left(\pi t+\frac{3}{2}\pi\right)$$

第 266 题

【3423】一列平面简谐波沿 x 轴正向无衰减地传播，波的振幅为 2×10^{-3} m，周期为 0.01 s，波速为 400 m/s。当 $t=0$ 时 x 轴原点处的质元正通过平衡位置向 y 轴正方向运动，则该简谐波的表达式为______。

解析

【答案】$2\times10^{-3}\cos\left(200\pi t-\frac{\pi}{2}x-\frac{1}{2}\pi\right)$(SI)

【解析】简谐波的特征量。

沿 x 轴正向传播的平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$

所以媒质中质点的速度表达式为

$$v(x,t)=\frac{\partial y}{\partial t}=-A\omega\sin(\omega t-kx+\varphi_0)$$

依题意，$A=2\times10^{-3}$ m，$T=0.01$ s，$u=400$ m/s，$t=0$ 时，$y(0,0)=0$，$v(0,0)>0$，所以有

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=200\pi\ \text{rad/s}$$
$$u=\frac{\lambda}{T}=\frac{\omega}{k}$$
$$k=\frac{\omega}{u}=\frac{200\pi}{400}=\frac{\pi}{2}$$
$$y(0,0)=A\cos\varphi_0=0$$
$$v(0,0)=-A\omega\sin\varphi_0>0$$
$$\varphi_0=-\frac{1}{2}\pi$$

所以简谐波的一般表达式为

$$y(x,t)=2\times10^{-3}\cos\left(200\pi t-\frac{\pi}{2}x-\frac{1}{2}\pi\right)$$

第 267 题

【3426】一声纳装置向海水中发出超声波，其波的表达式为：$y=1.2\times10^{-3}\cos(3.14\times10^5t-220x)$(SI)，则此波的频率 $\nu=$_____，波长 $\lambda=$_____，海水中声速 $u=$_____。

解析

【答案】5×10^4 Hz；$\frac{\pi}{110}$ m；1.43×10^3 m/s
【解析】简谐波的特征量。
沿 x 轴正向传播的平面简谐波的一般表达式为

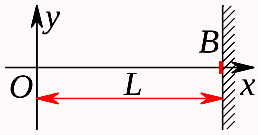
$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$

依题意，$A=1.2\times10^{-3}$ m，$\omega=3.14\times10^5$ rad/s，$k=220$ rad/m，所以有

$$\nu=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{3.14\times10^5}{2\pi}=5\times10^4\ \text{Hz}$$
$$\lambda=\frac{2\pi}{k}=\frac{2\pi}{220}=\frac{\pi}{110}\ \text{m}$$
$$u=\frac{\lambda}{T}=\frac{\omega}{k}=\frac{3.14\times10^5}{220}\approx1.43\times10^3\ \text{m/s}$$

第 268 题

【3441】设沿弦线传播的一入射波的表达式为 $y_1 = A\cos\left[\omega t - 2\pi\dfrac{x}{\lambda}\right]$，波在 $x = L$ 处（B 点）发生反射，反射点为自由端（如图）。设波在传播和反射过程中振幅不变，则反射波的表达式是 $y_2 =$______。



解析

【答案】$A\cos\left[\omega t + 2\pi\dfrac{x}{\lambda} - 4\pi\dfrac{L}{\lambda}\right]$

【解析】简谐波的特征量，自由端反射。

自由端反射，反射波的相位等于入射波的相位，而波传播方向相反，所以，入射波在反射点的相位为

$$\varphi = \omega t - 2\pi\frac{L}{\lambda}$$

假设反射波的表达式为

$$y_2 = A\cos\left[\omega t + 2\pi\frac{x}{\lambda} + \varphi_0\right]$$

则有

$$\omega t + 2\pi\frac{L}{\lambda} + \varphi_0 = \omega t - 2\pi\frac{L}{\lambda}$$

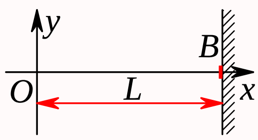
$$\varphi_0 = -4\pi\frac{L}{\lambda}$$

所以反射波的表达式为

$$y_2 = A\cos\left[\omega t + 2\pi\frac{x}{\lambda} - 4\pi\frac{L}{\lambda}\right]$$

第 269 题

【3442】设沿弦线传播的一入射波的表达式为 $y_1 = A\cos\left[2\pi\left(\dfrac{t}{T} - \dfrac{x}{\lambda}\right) + \phi\right]$，波在 $x = L$ 处（B 点）发生反射，反射点为固定端（如图）。设波在传播和反射过程中振幅不变，则反射波的表达式是 $y_2 =$______。



解析

【答案】$A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)+\left(\phi-\pi-4\pi\frac{L}{\lambda}\right)\right]$
【解析】简谐波的特征量，固定端反射。
固定端反射，反射波的相位有半波损失，即与入射波的相位相差 π，而波传播方向相反，所以，入射波在反射点的相位为

$$\varphi=2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{L}{\lambda}\right)+\phi$$

假设反射波的表达式为

$$y_2=A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)+\varphi_0\right]$$

则有

$$2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{L}{\lambda}\right)+\varphi_0=2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{L}{\lambda}\right)+\phi-\pi$$
$$\varphi_0=\phi-\pi-4\pi\frac{L}{\lambda}$$

所以反射波的表达式为

$$y_2=A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)+\left(\phi-\pi-4\pi\frac{L}{\lambda}\right)\right]$$

第 270 题

【3572】已知一平面简谐波的波长 $\lambda=1$ m，振幅 $A=0.1$ m，周期 $T=0.5$ s。选波的传播方向为 x 轴正方向，并以振动初相为零的点为 x 轴原点，则波动表达式为 $y=$______(SI)。

解析

【答案】$0.1\cos(4\pi t-2\pi x)$
【解析】简谐波的特征量。
依题意，周期 $T=0.5$ s，所以圆频率为

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=4\pi\ \mathrm{rad/s}$$

波长 $\lambda=1$ m，所以波数为

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=2\pi\ \mathrm{rad/m}$$

初相为零，因此，平面简谐波的表达式为

$$y=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)=0.1\cos(4\pi t-2\pi x)$$

第 271 题

【3576】已知一平面简谐波的表达式为 $A\cos(at-bx)$，（a、b 均为正值常量），则波沿 x 轴传播的速度为______。

解析

【答案】$\dfrac{a}{b}$

【解析】简谐波的特征量。

依题意，圆频率 $\omega=a$，波数 $k=b$，所以波传播的速度为

$$u=\frac{\lambda}{T}=\frac{2\pi/T}{2\pi/\lambda}=\frac{\omega}{k}=\frac{a}{b}$$

第 272 题

【3852】一横波的表达式是 $y=0.02\sin[2\pi(100t-40x)-0.4\pi](\mathrm{SI})$，则振幅是______，波长是______，频率是______，波的传播速度是______。

解析

【答案】0.02 m；0.025 m；100 Hz；2.5 m/s

【解析】简谐波的特征量。

依题意，振幅 $A=0.02\ \mathrm{m}$，圆频率 $\omega=200\pi\ \mathrm{rad/s}$，波数 $k=80\pi\ \mathrm{rad/m}$，所以波长为

$$\lambda=\frac{2\pi}{k}=0.025\ \mathrm{m}$$

频率为

$$\nu=\frac{\omega}{2\pi}=100\ \mathrm{Hz}$$

波的传播速度是

$$u=\frac{\lambda}{T}=\frac{2\pi/T}{2\pi/\lambda}=\frac{\omega}{k}=2.5\ \mathrm{m/s}$$

注：本题网络上原文件的横波表达式有问题，这里的表达式是根据答案凑出来的。另简谐波既可以用余弦函数表示，也可以用正弦函数表示，只是习惯上用余弦函数表示而已，两种表示的差别仅在相位有个常数差。

第 273 题

【3853】一平面简谐波。波速为 6.0 m/s，振动周期为 0.1 s，则波长为______。在波的传播方向上，有两质点（其间距离小于波长）的振动相位差为 $5\pi/6$，则此两质点相距______。

解析

【答案】0.6 m；0.25 m
【解析】简谐波的特征量。
依题意，波速为 $u = 6.0$ m/s，振动周期为 $T = 0.1$ s，所以波长为

$$\lambda = uT = 0.6 \text{ m}$$

而任意一点 x 处在 t 时刻的相位为

$$\varphi = \omega t - kx + \varphi_0$$

所以任意两点 x_1、x_2 的相位差为

$$\Delta\varphi = -k\Delta x$$
$$\Delta x = -\frac{\Delta\varphi}{k} = -\frac{\Delta\varphi}{2\pi/\lambda} = -\frac{5\pi/6}{2\pi/0.6} = -0.25 \text{ m}$$

第 274 题

【5515】A、B 是简谐波波线上的两点。已知，B 点振动的相位比 A 点落后 $\frac{1}{3}\pi$，A、B 两点相距 0.5 m，波的频率为 100 Hz，则该波的波长 $\lambda =$______m，波速 $u =$______m/s。

解析

【答案】3；300
【解析】简谐波的特征量。
平面简谐波中任意一点 x 处在 t 时刻的相位为

$$\varphi = \omega t - kx + \varphi_0$$

所以任意两点 x_1、x_2 的相位差为

$$\Delta\varphi = -k\Delta x$$
$$k = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta x} = -\frac{-\pi/3}{0.5} = \frac{2\pi}{3} \text{ rad/m}$$

所以波长为

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = 3 \text{ m}$$

而波的频率为 $\nu = 100$ Hz，所以波传播的速度为

$$u = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu = 300 \text{ m/s}$$

第 275 题

【3062】已知波源的振动周期为 4.00×10^{-2} s，波的传播速度为 300 m/s，波沿 x 轴正方向传播，则位于 $x_1=10.0$ m 和 $x_2=16.0$ m 的两质点振动相位差为______。

解析

【答案】π

【解析】简谐波的特征量。

已知周期 $T=4.00\times10^{-2}$ s，传播速度 $u=300$ m/s，所以波长为

$$\lambda=uT=12\ \mathrm{m}$$

所以波数为

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{1}{6}\pi\ \mathrm{rad/m}$$

沿 x 轴正方向传播的平面简谐波中任意一点 x 处在 t 时刻的相位为

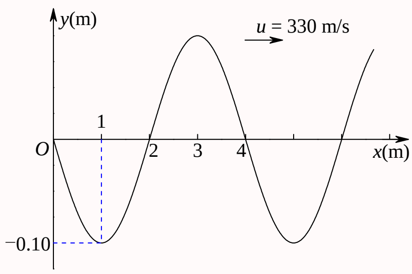
$$\varphi=\omega t-kx+\varphi_0$$

所以任意两点 x_1、x_2 的相位差为

$$\Delta\varphi=-k\Delta x=-\frac{1}{6}\pi\times(16-10)=-\pi$$

第 276 题

【3076】图为 $t=T/4$ 时一平面简谐波的波形曲线，则其波的表达式为______。



解析

【答案】$y=0.1\cos\left(165\pi t-\frac{1}{2}\pi x+\pi\right)$

【解析】简谐波的特征量，波形图。

沿 x 轴正方向传播的平面简谐波的一般表达式为

$$y=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$

从题目所给波形图可以看出，振幅 $A=0.1$ m，波长 $\lambda=4$ m，所以波数为

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{1}{2}\pi\ \mathrm{rad/m}$$

而波传播速度为 $u=330\ \mathrm{m/s}$，所以圆频率为

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{\lambda/u}=\frac{2\pi u}{\lambda}=\frac{2\pi\times 330}{4}=165\pi\ \mathrm{rad/s}$$

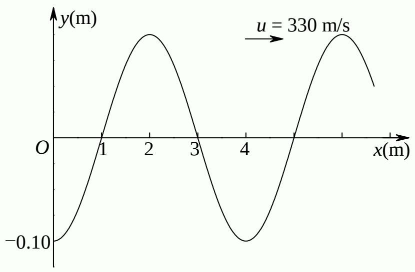
又如图中可以看出，$t=T/4$ 时 $x=1$ s 处的质点离开平衡位置的距离为 $y(1,T/4)=-A$，所以

$$\begin{gathered}y=A\cos(\omega T/4-k+\varphi_0)=-A\\ \cos(\omega T/4-k+\varphi_0)=-1\\ \omega T/4-k+\varphi_0=\pi\\ \varphi_0=\pi-\omega T/4+k=\pi-\frac{1}{2}\pi+\frac{1}{2}\pi=\pi\end{gathered}$$

所以波的表达式为

$$y=0.1\cos\left(165\pi t-\frac{1}{2}\pi x+\pi\right)$$

另外，由题目所给波形图可以得到 $t=0$ 时的波形图如下



由此也可以得到初相 $\varphi_0=\pi$。

第 277 题

【3077】一平面简谐波沿 x 轴负方向传播。已知 $x=-1$ m 处质点的振动方程为：$y=A\cos(\omega t+\phi)$，若波速为 u，则此波的表达式为______。

解析

【答案】$y=A\cos\left[\omega\left(t+\dfrac{x+1}{u}\right)+\phi\right]$

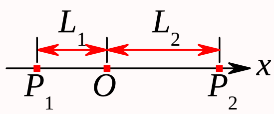
【解析】简谐波的特征量。

沿波传播方向，相位依次滞后，换言之，在 x_1 处质点 t_1 时刻的振动状态，传到 x_2 时需要使用的时间为 $\Delta t=(\Delta x)/u$，所以，在 x_2 处质点 $t_1+\Delta t$ 时刻的振动状态就是在 x_1 处质点 t_1 时刻的振动状态，换言之，在 x_2 处质点 t 时刻的振动状态就是在 x_1 处质点 $t-\Delta t$ 时刻的振动状态，即

$$y(x,t)=A\cos[\omega(t-\Delta t)+\phi]=A\cos\left[\omega\left(t-\frac{-1-x}{u}\right)+\phi\right]=A\cos\left[\omega\left(t+\frac{x+1}{u}\right)+\phi\right]$$

第 278 题

【3133】一平面简谐波沿 Ox 轴正方向传播，波长为 λ。若如图 P_1 点处质点的振动方程为 $y_1 = A\cos(2\pi\nu t+\phi)$，则 P_2 点处质点的振动方程为______；与 P_1 点处质点振动状态相同的那些点的位置是______。



解析

【答案】$y_2 = A\cos\left(2\pi\nu t - 2\pi\dfrac{L_2+L_1}{\lambda}+\phi\right)$；$x=-L_1-n\lambda, n=0,\pm1,\pm2,\cdots$

【解析】简谐波的特征量。

沿 x 轴正方向传播的平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0) = A\cos\left(2\pi\nu t - 2\pi\frac{x}{\lambda}+\varphi_0\right)$$

依题意，P_1 点处质点的振动方程为

$$y(-L_1,t) = A\cos\left(2\pi\nu t - 2\pi\frac{-L_1}{\lambda}+\varphi_0\right) = A\cos(2\pi\nu t+\phi)$$

$$-2\pi\frac{-L_1}{\lambda}+\varphi_0=\phi$$

$$\varphi_0 = \phi + 2\pi\frac{-L_1}{\lambda} = \phi - 2\pi\frac{L_1}{\lambda}$$

所以波的表达式为

$$y(x,t) = A\cos\left(2\pi\nu t - 2\pi\frac{x}{\lambda}+\phi-2\pi\frac{L_1}{\lambda}\right)$$

所以 P_2 点处质点的振动方程为

$$y(L_2,t) = A\cos\left(2\pi\nu t - 2\pi\frac{L_2}{\lambda}+\phi-2\pi\frac{L_1}{\lambda}\right) = A\cos\left(2\pi\nu t - 2\pi\frac{L_2+L_1}{\lambda}+\phi\right)$$

而与 P_1 点处质点振动状态相同的那些点就是振动相位相差 2π 整数倍的点，即

$$2\pi\nu t - 2\pi\frac{x}{\lambda}+\phi-2\pi\frac{L_1}{\lambda} = 2\pi\nu t+\phi+2n\pi$$

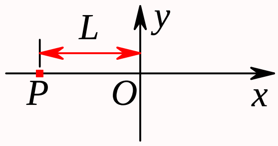
$$-\frac{x}{\lambda}-\frac{L_1}{\lambda}=n$$

$$-x-L_1=n\lambda$$

$$x=-L_1-n\lambda, n=0,\pm1,\pm2,\cdots$$

第 279 题

【3134】如图所示，一平面简谐波沿 Ox 轴负方向传播，波长为 λ，若 P 处质点的振动方程是 $y_P = A\cos\left(2\pi\nu t+\dfrac{1}{2}\pi\right)$，则该波的表达式是______；$P$ 处质点______时刻的振动状态与 O 处质点 t_1 时刻的振动状态相同。



解析

【答案】$y = A\cos\left(2\pi\nu t+2\pi\dfrac{x+L}{\lambda}+\dfrac{1}{2}\pi\right)$；$t = t_1+\dfrac{L}{\lambda\nu}+\dfrac{n}{\nu}, n = 0,\pm1,\pm2,\cdots$

【解析】简谐波的特征量。

沿 x 轴负方向传播的平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t) = A\cos(\omega t+kx+\varphi_0) = A\cos\left(2\pi\nu t+2\pi\frac{x}{\lambda}+\varphi_0\right)$$

依题意，P 点处质点的振动方程为

$$y(-L,t) = A\cos\left(2\pi\nu t+2\pi\frac{-L}{\lambda}+\varphi_0\right) = A\cos\left(2\pi\nu t+\frac{1}{2}\pi\right)$$

$$2\pi\nu t+2\pi\frac{-L}{\lambda}+\varphi_0 = 2\pi\nu t+\frac{1}{2}\pi$$

$$\varphi_0 = \frac{1}{2}\pi+2\pi\frac{L}{\lambda}$$

所以波的表达式为

$$y(x,t) = A\cos\left(2\pi\nu t+2\pi\frac{x}{\lambda}+\frac{1}{2}\pi+2\pi\frac{L}{\lambda}\right) = A\cos\left(2\pi\nu t+2\pi\frac{x+L}{\lambda}+\frac{1}{2}\pi\right)$$

所以 O 处质点 t_1 时刻的振动状态

$$y(0,t_1) = A\cos\left(2\pi\nu t_1+2\pi\frac{L}{\lambda}+\frac{1}{2}\pi\right)$$

所以设 P 处质点 t 时刻的振动状态与 O 处质点 t_1 时刻的振动状态相同，即

$$2\pi\nu t+\frac{1}{2}\pi = 2\pi\nu t_1+2\pi\frac{L}{\lambda}+\frac{1}{2}\pi+2n\pi$$

$$\nu t = \nu t_1+\frac{L}{\lambda}+n$$

$$t = t_1+\frac{L}{\lambda\nu}+\frac{n}{\nu}, n = 0,\pm1,\pm2,\cdots$$

第 280 题

【3136】一平面余弦波沿 Ox 轴正方向传播，波动表达式为 $y = A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)+\phi\right]$，则 $x = -\lambda$ 处质点的振动方程是______；若以 $x=\lambda$ 处为新的坐标轴原点，且此坐标轴指向与波的传播方向相反，则对此新的坐标轴，该波的波动表达式是______。

解析

【答案】$y = A\cos\left[2\pi\frac{t}{T}+\phi\right]$；$y = A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x'}{\lambda}\right)+\phi\right]$

【解析】简谐波的特征量。

已知沿 x 轴正方向传播的平面简谐波的表达式为

$$y(x,t) = A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)+\phi\right]$$

则 $x=-\lambda$ 处质点的振动方程为

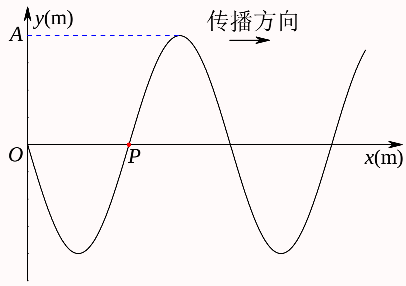
$$y(-\lambda,t) = A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{-\lambda}{\lambda}\right)+\phi\right] = A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}+1\right)+\phi\right] = A\cos\left[2\pi\frac{t}{T}+\phi\right]$$

若以 $x=\lambda$ 处为新的坐标轴 x' 原点，且此坐标轴指向与波的传播方向相反，则新旧坐标之间的关系为 $x'=\lambda-x$，或 $x=\lambda-x'$，所以在新坐标轴下波的表达式为

$$y(x',t) = A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{\lambda-x'}{\lambda}\right)+\phi\right] = A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-1+\frac{x'}{\lambda}\right)+\phi\right] = A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x'}{\lambda}\right)+\phi\right]$$

第 281 题

【3330】图示一平面简谐波在 $t = 2$ s 时刻的波形图，波的振幅为 0.2 m，周期为 4 s，则图中 P 点处质点的振动方程为______。



解析

【答案】$y = 0.2\cos\left(\frac{\pi}{2}t-\frac{1}{2}\pi\right)$ (SI)

【解析】简谐波的特征量，波形图。

沿 x 轴正方向传播的平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

依题意，$A=0.2$ m，$T=4$ s，$t=2$ s 时，$y(0,2)=0$，$v(0,2)>0$，而 P 点与 O 相距半个波长，所以二者反相，或相位相差 π，因此有

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{\pi}{2}\ \mathrm{rad/s}$$
$$y(0,2)=A\cos(2\omega+\varphi_0)=0\Rightarrow\cos(2\omega+\varphi_0)=0\Rightarrow 2\omega+\varphi_0=\pm\frac{1}{2}\pi$$
$$v(0,2)=-A\omega\sin(2\omega+\varphi_0)>0\Rightarrow\sin(2\omega+\varphi_0)<0\Rightarrow 2\omega+\varphi_0=-\frac{1}{2}\pi$$
$$\varphi_0=-\frac{1}{2}\pi-2\omega=-\frac{3}{2}\pi$$

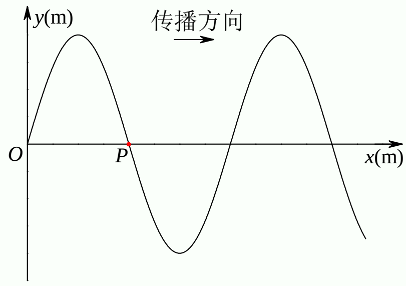
所以波的表达式为

$$y(x,t)=0.2\cos\left(\frac{\pi}{2}t-kx-\frac{3}{2}\pi\right)$$

假定波长为 λ，则 $k=\dfrac{2\pi}{\lambda}$，P 点位置为 $x_P=\dfrac{1}{2}\lambda$，因此 P 点处质点的振动方程为

$$y(\frac{1}{2}\lambda,t)=0.2\cos\left(\frac{\pi}{2}t-\frac{2\pi}{\lambda}\times\frac{1}{2}\lambda-\frac{3}{2}\pi\right)=0.2\cos\left(\frac{\pi}{2}t-\pi-\frac{3}{2}\pi\right)=0.2\cos\left(\frac{\pi}{2}t-\frac{1}{2}\pi\right)$$

由题意还可得 $t=0$ 时刻的波形图如下



由此图也可得

$$\varphi_0=-\frac{3}{2}\pi$$

第 282 题

【3344】一简谐波沿 Ox 轴负方向传播，x 轴上 P_1 点处的振动方程为 $y_{P_1}=0.04\cos\left(\pi t-\dfrac{1}{2}\pi\right)$(SI)。$x$ 轴上 P_2 点的坐标减去 P_1 点的坐标等于 $3\lambda/4$（λ 为波长），则 P_2 点的振动方程为______。

解析

【答案】$y=0.04\cos(\pi t+\pi)$(SI)

【解析】简谐波的特征量，波形图。

沿 x 轴负方向传播的平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t+kx+\varphi_0)$$

假定 P_1 点处的坐标为 x_1，P_2 点处的坐标为 x_2，则依题意，P_1 点处的振动方程为

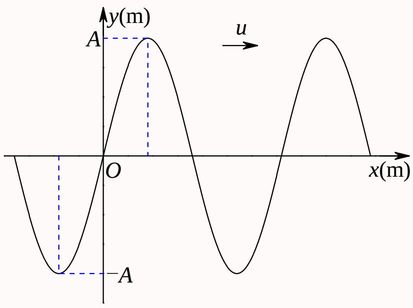
$$y(x_1,t)=A\cos(\omega t+kx_1+\varphi_0)=0.04\cos\left(\pi t-\frac{1}{2}\pi\right)$$
$$A=0.04,\omega=\pi,kx_1+\varphi_0=-\frac{1}{2}\pi,\varphi_0=-\frac{1}{2}\pi-kx_1$$

而

$$x_2-x_1=\frac{3}{4}\lambda\Rightarrow x_2=x_1+\frac{3}{4}\lambda$$
$$y(x_2,t)=A\cos(\omega t+kx_2+\varphi_0)=0.04\cos\left[\pi t+k\left(x_1+\frac{3}{4}\lambda\right)-\frac{1}{2}\pi-kx_1\right]$$
$$=0.04\cos\left[\pi t+\frac{3}{4}k\lambda-\frac{1}{2}\pi\right]=0.04\cos\left[\pi t+\frac{3}{2}\pi-\frac{1}{2}\pi\right]=0.04\cos(\pi t+\pi)$$

第 283 题

【3424】一沿 x 轴正方向传播的平面简谐波，频率为 ν，振幅为 A，已知 $t=t_0$ 时刻的波形曲线如图所示，则 $x=0$ 点的振动方程为______。



解析

【答案】$y=A\cos\left[2\pi\nu(t-t_0)+\frac{1}{2}\pi\right]$
【解析】简谐波的特征量，波形图。
沿 x 轴正方向传播的平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$

$t=t_0$ 时刻的波形表达式为

$$y(x,t_0)=A\cos(\omega t_0-kx+\varphi_0)$$

依题意，频率为 ν，所以圆频率为 $\omega=2\pi\nu$，又 $t=t_0$ 时，$y(0,t_0)=0$，$v(0,t_0)<0$，所以

$$y(0,t_0)=A\cos(\omega t_0+\varphi_0)=0\Rightarrow\cos(\omega t_0+\varphi_0)=0$$
$$v(0,t_0)=-A\omega\sin(\omega t_0+\varphi_0)<0\Rightarrow\sin(\omega t_0+\varphi_0)>0$$
$$\omega t_0+\varphi_0=\frac{1}{2}\pi$$

$$\varphi_0=\frac{1}{2}\pi-\omega t_0=\frac{1}{2}\pi-2\pi\nu t_0$$

所以波的表达式为

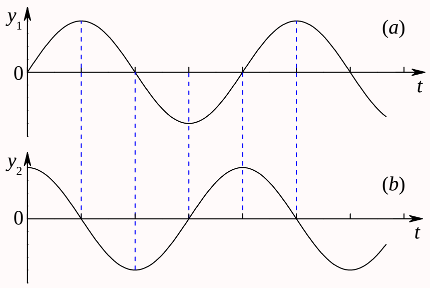
$$y(x,t)=A\cos\left(2\pi\nu t-kx+\frac{1}{2}\pi-2\pi\nu t_0\right)$$

所以 $x=0$ 点的振动方程为

$$y(0,t)=A\cos\left(2\pi\nu t+\frac{1}{2}\pi-2\pi\nu t_0\right)=A\cos\left[2\pi\nu(t-t_0)+\frac{1}{2}\pi\right]$$

第 284 题

【3608】一简谐波沿 x 轴正方向传播。x_1 和 x_2 两点处的振动曲线分别如图 (a) 和 (b) 所示。已知 $x_2>x_1$ 且 $x_2-x_1<\lambda$（λ 为波长），则 x_2 点的相位比 x_1 点的相位滞后______。



解析

【答案】$\frac{3}{2}\pi$
【解析】简谐波的特征量，振动曲线。
沿 x 轴正方向传播的平面简谐波的一般表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$

$x=x_1$ 点的振动表达式为

$$y(x_1,t)=A\cos(\omega t-kx_1+\varphi_0)$$

$x=x_2$ 点的振动表达式为

$$y(x_2,t)=A\cos(\omega t-kx_2+\varphi_0)$$

从图中可以看出，$t=0$ 时，$y(x_1,0)=0$，$v(x_1,0)>0$，$y(x_2,0)=A$，所以

$$y(x_1,0)=A\cos(-kx_1+\varphi_0)=0\Rightarrow\cos(-kx_1+\varphi_0)=0$$
$$v(x_1,0)=-A\omega\sin(-kx_1+\varphi_0)>0\Rightarrow\sin(-kx_1+\varphi_0)<0$$
$$-kx_1+\varphi_0=-\frac{1}{2}\pi$$

$$\varphi_0 = -\frac{1}{2}\pi + kx_1$$

$$y(x_2, 0) = A\cos(-kx_2 + \varphi_0) = A \Rightarrow \cos(-kx_2 + \varphi_0) = 1 \Rightarrow -kx_2 + \varphi_0 = 0$$

$$-\frac{1}{2}\pi + kx_1 - kx_2 = 0 \Rightarrow k(x_1 - x_2) = \frac{1}{2}\pi$$

所以 x_1 点的相位为

$$\varphi_1 = \omega t - kx_1 - \frac{1}{2}\pi + kx_1 = \omega t - \frac{1}{2}\pi$$

x_2 点的相位为

$$\varphi_2 = \omega t - kx_2 - \frac{1}{2}\pi + kx_1 = \omega t - k(x_2 - x_1) - \frac{1}{2}\pi$$

所以二者的相位差为

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -k(x_2 - x_1) = \frac{1}{2}\pi$$

即 2 比 1 超前 $\frac{1}{2}\pi$，或称滞后 $\frac{3}{2}\pi$。

第 285 题

【3294】在截面积为 S 的圆管中，有一列平面简谐波在传播，其波的表达式为 $y = A\cos[\omega t - 2\pi(x/\lambda)]$，管中波的平均能量密度是 w，则通过截面积 S 的平均能流是______。

解析

【答案】$\frac{wS\omega\lambda}{2\pi}$

【解析】能量密度，能流。

平均能量密度 $\bar{w}$ 与平均能流 $\bar{P}$ 之间的关系为

$$\bar{P} = \bar{w}uS$$

依题意，$\bar{w} = w$，圆频率为 ω，波数为 $k = 2\pi/\lambda$，所以波传播的速度为

$$u = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega\lambda}{2\pi}$$

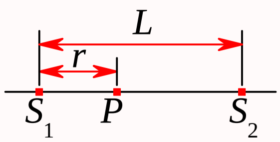
所以平均能流为

$$\bar{P} = w \times \frac{\omega\lambda}{2\pi} \times S = \frac{wS\omega\lambda}{2\pi}$$

第 286 题

【3301】如图所示，S_1 和 S_2 为同相位的两相干波源，相距为 L，P 点距 S_1 为 r；波源 S_1 在 P 点引起的振动振幅为 A_1，波源 S_2 在 P 点引起的振动振幅为 A_2，两波波长都是 λ，则 P 点的振

幅 $A=$______。



解析

【答案】$\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos[2\pi(L-2r)/\lambda]}$

【解析】波的干涉。

以 S_1 为坐标原点，S_1S_2 方向为 x 轴正方向，由 S_1 发出的沿 x 正方向传播的波的表达式为

$$y_1(x,t)=A_1\cos(\omega t-kx+\varphi_1)$$

由 S_2 发出的沿 x 负方向传播的波的表达式为

$$y_2(x,t)=A_2\cos(\omega t+kx+\varphi_2)$$

依题意，S_1 和 S_2 为同相位的两相干波源，相距为 L，所以有

$$\omega t+\varphi_1=\omega t+kL+\varphi_2$$
$$\varphi_1=kL+\varphi_2$$

波源 S_1 在 P 点引起的振动表达式为

$$y_1(r,t)=A_1\cos(\omega t-kr+kL+\varphi_2)=A_1\cos[\omega t+k(L-r)+\varphi_2]$$

波源 S_2 在 P 点引起的振动表达式为

$$y_2(r,t)=A_2\cos(\omega t+kr+\varphi_2)$$

所以 P 点的合振动为

$$y=y_1(r,t)+y_2(r,t)=A_1\cos[\omega t+k(L-r)+\varphi_2]+A_2\cos(\omega t+kr+\varphi_2)=A\cos(\omega t+\varphi_0)$$
$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\{[\omega t+k(L-r)+\varphi_2]-(\omega t+kr+\varphi_2)\}}$$
$$=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos[k(L-2r)]}=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos[2\pi(L-2r)/\lambda]}$$

第 287 题

【3587】两个相干点波源 S_1 和 S_2，它们的振动方程分别是 $y_1=A\cos\left(\omega t+\dfrac{1}{2}\pi\right)$ 和 $y_2=A\cos\left(\omega t-\dfrac{1}{2}\pi\right)$。波从 S_1 传到 P 点经过的路程等于 2 个波长，波从 S_2 传到 P 点的路程等于 7/2 个波长。设两波波速相同，在传播过程中振幅不衰减，则两波传到 P 点的振动的合振幅

为______。

解析

【答案】$2A$
【解析】波的干涉。
波源 S_1 在 P 点引起的振动表达式为

$$y_{1P}=A\cos\left[\omega t-k(2\lambda)+\frac{1}{2}\pi\right]=A\cos\left(\omega t-4\pi+\frac{1}{2}\pi\right)=A\cos\left(\omega t+\frac{1}{2}\pi\right)$$

波源 S_2 在 P 点引起的振动表达式为

$$\begin{aligned}y_{2P}=A\cos\left[\omega t-k(7\lambda/2)-\frac{1}{2}\pi\right]&=A\cos\left[\omega t-7\pi-\frac{1}{2}\pi\right]\\&=A\cos\left(\omega t-\frac{3}{2}\pi\right)=A\cos\left(\omega t+\frac{1}{2}\pi\right)\end{aligned}$$

所以 P 点的合振动为

$$y=y_{1P}+y_{2P}=A\cos\left(\omega t+\frac{1}{2}\pi\right)+A\cos\left(\omega t+\frac{1}{2}\pi\right)=2A\cos\left(\omega t+\frac{1}{2}\pi\right)$$

第 288 题

【3588】两相干波源 S_1 和 S_2 的振动方程分别是 $y_1=A\cos(\omega t+\phi)$ 和 $y_2=A\cos(\omega t+\phi)$，S_1 距 P 点 3 个波长，S_2 距 P 点 4.5 个波长。设波传播过程中振幅不变，则两波同时传到 P 点时的合振幅是______。

解析

【答案】0
【解析】波的干涉。
波源 S_1 在 P 点引起的振动表达式为

$$y_{1P}=A\cos\left[\omega t-k(3\lambda)+\phi\right]=A\cos\left[\omega t-6\pi+\phi\right]=A\cos\left[\omega t+\phi\right]$$

波源 S_2 在 P 点引起的振动表达式为

$$y_{2P}=A\cos\left[\omega t-k(4.5\lambda)+\phi\right]=A\cos\left[\omega t-9\pi+\phi\right]=A\cos\left[\omega t+\phi-\pi\right]=-A\cos\left[\omega t+\phi\right]$$

所以 P 点的合振动为

$$y=y_{1P}+y_{2P}=A\cos\left[\omega t+\phi\right]-A\cos\left[\omega t+\phi\right]=0$$

第 289 题

【3589】两相干波源 S_1 和 S_2 的振动方程分别是 $y_1 = A\cos\omega t$ 和 $y_2 = A\cos\left(\omega t+\frac{1}{2}\pi\right)$。$S_1$ 距 P 点 3 个波长，S_2 距 P 点 21/4 个波长。两波在 P 点引起的两个振动的相位差是______。

解析

【答案】0

【解析】波的干涉。

波源 S_1 在 P 点引起的振动表达式为

$$y_{1P} = A\cos[\omega t - k(3\lambda)] = A\cos(\omega t - 6\pi) = A\cos\omega t$$

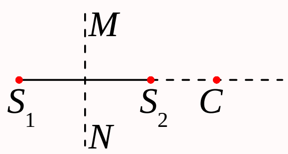
波源 S_2 在 P 点引起的振动表达式为

$$y_{2P} = A\cos\left[\omega t - k(21\lambda/4)+\frac{1}{2}\pi\right] = A\cos\left(\omega t - \frac{21}{2}\pi+\frac{1}{2}\pi\right) = A\cos(\omega t - 10\pi) = A\cos\omega t$$

所以两波在 P 点引起的两个振动的相位差是 0。

第 290 题

【5517】S_1、S_2 为振动频率、振动方向均相同的两个点波源，振动方向垂直纸面，两者相距 $\frac{3}{2}\lambda$（λ 为波长）如图。已知 S_1 的初相为 $\frac{1}{2}\pi$。(1) 若使射线 S_2C 上各点由两列波引起的振动均干涉相消，则 S_2 的初相应为______。(2) 若使 S_1S_2 连线的中垂线 MN 上各点由两列波引起的振动均干涉相消，则 S_2 的初位相应为______。



解析

【答案】$\frac{4n+1}{2}\pi, n=0,\pm1,\pm2,\pm3,\cdots$；$\frac{4n+3}{2}\pi, n=0,\pm1,\pm2,\pm3,\cdots$

【解析】波的干涉。

(1) 设 S_2 到 C 点的距离为 l，则波源 S_1 在 C 点引起的振动相位为

$$\varphi_{1C} = \omega t - k\left(\frac{3}{2}\lambda + l\right)+\frac{1}{2}\pi = \omega t - kl - 3\pi + \frac{1}{2}\pi = \omega t - kl - \frac{1}{2}\pi$$

波源 S_2 在 C 点引起的振动相位为

$$\varphi_{2C} = \omega t - kl + \varphi_0$$

若 C 点要发生干涉相消，则要求

$$\Delta\varphi = (2n+1)\pi = \varphi_{2P} - \varphi_{1P} = (\omega t - kl + \varphi_0) - \left(\omega t - kl - \frac{1}{2}\pi\right) = \varphi_0 + \frac{1}{2}\pi$$

$$\varphi_0=(2n+1)\pi-\frac{1}{2}\pi=\frac{4n+1}{2}\pi,n=0,\pm1,\pm2,\pm3,\cdots$$

(2) 设 S_1 到 MN 上某点的距离为 l，则波源 S_1 在该点引起的振动相位为

$$\varphi_1=\omega t-kl+\frac{1}{2}\pi$$

波源 S_2 在该点引起的振动相位为

$$\varphi_2=\omega t-kl+\varphi_0$$

若该点要发生干涉相消，则要求

$$\Delta\varphi=(2n+1)\pi=\varphi_2-\varphi_1=(\omega t-kl+\varphi_0)-\left(\omega t-kl+\frac{1}{2}\pi\right)=\varphi_0-\frac{1}{2}\pi$$
$$\varphi_0=(2n+1)\pi+\frac{1}{2}\pi=\frac{4n+3}{2}\pi,n=0,\pm1,\pm2,\pm3,\cdots$$

第 291 题

【3154】一驻波表达式为 $y=2A\cos(2\pi x/\lambda)\cos\omega t$，则 $x=-\frac{1}{2}\lambda$ 处质点的振动方程是______；该质点的振动速度表达式是______。

解析

【答案】$y=2A\cos(\omega t+\pi)$；$v=2A\omega\sin\omega t$
【解析】驻波。
已知驻波表达式为

$$y=2A\cos(2\pi x/\lambda)\cos\omega t$$

所以 $x=-\frac{1}{2}\lambda$ 处质点的振动方程是

$$y=2A\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\times\left(-\frac{1}{2}\lambda\right)\right]\cos\omega t=2A\cos(-\pi)\cos\omega t=-2A\cos\omega t=2A\cos(\omega t+\pi)$$

所以该质点的振动速度表达式是

$$v=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=-2A\omega\sin(\omega t+\pi)=2A\omega\sin\omega t$$

第 292 题

【3313】设入射波的表达式为 $y_1=A\cos2\pi\left(\nu t+\frac{x}{\lambda}\right)$。波在 $x=0$ 处发生反射，反射点为固定端，则形成的驻波表达式为______。

解析

【答案】$y=2A\cos\left(2\pi\dfrac{x}{\lambda}+\dfrac{1}{2}\pi\right)\cos\left(2\pi\nu t-\dfrac{1}{2}\pi\right)$
【解析】驻波，固定端反射，半波损失。
由入射波的表达式

$$y_1=A\cos\left[2\pi\left(\nu t+\frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

可知入射波在反射点 $x=0$ 的相位为

$$\varphi_{10}=2\pi\nu t$$

由于反射点为固定端，所以反射波有半波损失，即反射波在反射点的相位为

$$\varphi_{20}=\varphi_{10}-\pi=2\pi\nu t-\pi$$

所以反射波的表达式为

$$y_2=A\cos\left[2\pi\left(\nu t-\frac{x}{\lambda}\right)-\pi\right]$$

所以形成的驻波的表达式为

$$\begin{aligned}y=y_1+y_2&=A\cos\left[2\pi\left(\nu t+\frac{x}{\lambda}\right)\right]+A\cos\left[2\pi\left(\nu t-\frac{x}{\lambda}\right)-\pi\right]\\&=2A\cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}+\frac{1}{2}\pi\right)\cos\left(2\pi\nu t-\frac{1}{2}\pi\right)\end{aligned}$$

这里，半波损失可以用 $-\pi$，也可以用 $+\pi$，所以最后得到的驻波表达式中 $\dfrac{1}{2}\pi$ 前的正负号可以互换，其实就是两个项同时加一个负号负负得正而已，即

$$\begin{aligned}y&=2A\cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}+\frac{1}{2}\pi\right)\cos\left(2\pi\nu t-\frac{1}{2}\pi\right)\\&=2A\left[-\cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}-\frac{1}{2}\pi\right)\right]\left[-\cos\left(2\pi\nu t+\frac{1}{2}\pi\right)\right]\\&=2A\cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}-\frac{1}{2}\pi\right)\cos\left(2\pi\nu t+\frac{1}{2}\pi\right)\end{aligned}$$

第 293 题

【3315】设平面简谐波沿 x 轴传播时在 $x=0$ 处发生反射，反射波的表达式为 $y_2=A\cos[2\pi(\nu t-x/\lambda)+\pi/2]$，已知反射点为一自由端，则由入射波和反射波形成的驻波的波节位置的坐标为______。

解析

【答案】$x=\dfrac{2n+1}{4}\lambda,n=0,1,2,3,\cdots$
【解析】驻波，自由端反射。

由反射波的表达式

$$y_2 = A\cos\left[2\pi\left(\nu t - \frac{x}{\lambda}\right) + \frac{1}{2}\pi\right]$$

可知反射波在反射点 $x=0$ 的相位为

$$\varphi_{20} = 2\pi\nu t + \frac{1}{2}\pi$$

由于反射点为自由端，所以反射波无半波损失，所以入射波在反射点的相位为

$$\varphi_{10} = \varphi_{20} = 2\pi\nu t + \frac{1}{2}\pi$$

所以入射波的表达式为

$$y_1 = A\cos\left[2\pi\left(\nu t + \frac{x}{\lambda}\right) + \frac{1}{2}\pi\right]$$

所以形成的驻波的表达式为

$$\begin{aligned} y = y_1 + y_2 &= A\cos\left[2\pi\left(\nu t + \frac{x}{\lambda}\right) + \frac{1}{2}\pi\right] + A\cos\left[2\pi\left(\nu t - \frac{x}{\lambda}\right) + \frac{1}{2}\pi\right] \\ &= 2A\cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\cos\left(2\pi\nu t + \frac{1}{2}\pi\right) \end{aligned}$$

波节处

$$\begin{aligned} \cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right) &= 0 \\ 2\pi\frac{x}{\lambda} &= \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi, n = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \cdots \\ x &= \frac{2n+1}{4}\lambda, n = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \cdots \end{aligned}$$

考虑到入射波和反射波都在 $x \geqslant 0$ 空间中传播，所以波节的位置为 $x = \dfrac{2n+1}{4}\lambda, n = 0, 1, 2, 3, \cdots$。

第 294 题

【3487】一驻波表达式为 $y = A\cos 2\pi x \cos 100\pi t$(SI)。位于 $x_1 = (1/8)$ m 处的质元 P_1 与位于 $x_2 = (3/8)$ m 处的质元 P_2 的振动相位差为______。

解析

【答案】π

【解析】驻波。

由驻波的表达式

$$y = A\cos 2\pi x \cos 100\pi t$$

可知位于 $x_1=(1/8)$ m 处的质元 P_1 的振动方程为

$$y_1=A\cos 2\pi\times\frac{1}{8}\cos 100\pi t=A\cos\frac{1}{4}\pi\cos 100\pi t=\frac{\sqrt{2}}{2}A\cos 100\pi t$$

其相位为

$$\varphi_1=100\pi t$$

位于 $x_2=(3/8)$ m 处的质元 P_2 的振动方程为

$$y_2=A\cos 2\pi\times\frac{3}{8}\cos 100\pi t=A\cos\frac{3}{4}\pi\cos 100\pi t=-\frac{\sqrt{2}}{2}A\cos 100\pi t=\frac{\sqrt{2}}{2}A\cos(100\pi t+\pi)$$

其相位为

$$\varphi_2=100\pi t+\pi$$

所以二者的相位差为 π。

第 295 题

【3597】在弦线上有一驻波，其表达式为 $y=2A\cos(2\pi x/\lambda)\cos(2\pi\nu t)$，两个相邻波节之间的距离是______。

解析

【答案】$\frac{1}{2}\lambda$
【解析】驻波。
由驻波的表达式

$$y=2A\cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\cos(2\pi\nu t)$$

可知波节处振幅为零，即

$$\cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)=0$$
$$2\pi\frac{x}{\lambda}=\left(n+\frac{1}{2}\right)\pi, n=0,\pm1,\pm2,\pm3,\cdots$$
$$x_n=\frac{2n+1}{4}\lambda, n=0,\pm1,\pm2,\pm3,\cdots$$

所以相邻波节之间的距离为

$$\Delta x=x_n-x_{n-1}=\frac{1}{2}\lambda$$

第 296 题

【3115】一列火车以 20 m/s 的速度行驶，若机车汽笛的频率为 600 Hz，一静止观测者在机车前和机车后所听到的声音频率分别为______ 和______（设空气中声速为 340 m/s）。

解析

【答案】637.5 Hz；566.7 Hz
【解析】多普勒效应。
多普勒效应公式

$$\nu'=\frac{v'}{\lambda'}=\frac{v\pm v_R}{\lambda\pm v_ST}=\frac{v\pm v_R}{v\pm v_S}\nu$$

这里，观察者静止，所以 $v_R=0$，$v_S=20$ m/s，$v=340$ m/s，$\nu=600$ Hz，在机车前方，波源向着观察者运动，

$$\nu'=\frac{v}{v-v_S}\nu=\frac{340}{340-20}\times 600=637.5\text{ Hz}$$

在机车后方，波源背离观察者运动，

$$\nu'=\frac{v}{v+v_S}\nu=\frac{340}{340+20}\times 600\approx 566.7\text{ Hz}$$

三、计算题

第 297 题

【3410】一横波沿绳子传播，其波的表达式为 $y=0.05\cos(100\pi t-2\pi x)$(SI)。(1) 求此波的振幅、波速、频率和波长；(2) 求绳子上各质点的最大振动速度和最大振动加速度；(3) 求 $x_1=0.2$ m 处和 $x_2=0.7$ m 处二质点振动的相位差。

解析

【解析】简谐波的特征量。
(1) 由简谐波的表达式为

$$y=0.05\cos(100\pi t-2\pi x)$$

可得，此波的振幅为 $A=0.05$ m，圆频率为 $\omega=100\pi$ rad/s，波数为 $k=2\pi$ rad/m，所以频率为

$$\nu=\frac{\omega}{2\pi}=50\text{ Hz}$$

波长为

$$\lambda=\frac{2\pi}{k}=1\text{ m}$$

波速为

$$u=\frac{\lambda}{T}=\frac{2\pi/T}{2\pi/\lambda}=\frac{\omega}{k}=50\text{ m/s}=\lambda\nu$$

(2) 由简谐波的表达式为

$$y = 0.05\cos(100\pi t - 2\pi x)$$

可得绳子上各质点的振动速度和振动加速度的表达式分别为

$$v = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -5\pi\sin(100\pi t - 2\pi x)$$
$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -500\pi^2\cos(100\pi t - 2\pi x)$$

所以最大的振动速度为

$$v_{\max} = 5\pi\ \mathrm{m/s}$$

最大的振动加速度为

$$a_{\max} = 500\pi^2\ \mathrm{m/s^2}$$

(3) 由简谐波的表达式为

$$y = 0.05\cos(100\pi t - 2\pi x)$$

可得，$x_1 = 0.2$ m 处质点振动的相位为

$$\varphi_1 = 100\pi t - 2\pi x_1 = 100\pi t - 0.4\pi$$

$x_2 = 0.7$ m 处质点振动的相位为

$$\varphi_2 = 100\pi t - 2\pi x_2 = 100\pi t - 1.4\pi$$

所以两处质点的振动的相位差为

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\pi$$

第 298 题

【5319】已知一平面简谐波的表达式为 $y = A\cos[\pi(4t + 2x)]$(SI)。(1) 求该波的波长 λ，频率 ν 和波速 u 的值；(2) 写出 $t = 4.2$ s 时刻各波峰位置的坐标表达式，并求出此时离坐标原点最近的那个波峰的位置；(3) 求 $t = 4.2$ s 时离坐标原点最近的那个波峰通过坐标原点的时刻 t。

解析

【解析】简谐波的特征量。
(1) 由简谐波的表达式为

$$y = A\cos[\pi(4t + 2x)]$$

可得，此波的振幅为 A，圆频率为 $\omega = 4\pi$ rad/s，波数为 $k = 2\pi$ rad/m，所以波长为

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = 1\text{ m}$$

频率为

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = 2\text{ Hz}$$

波速为

$$u = \frac{\lambda}{T} = \frac{2\pi/T}{2\pi/\lambda} = \frac{\omega}{k} = 2\text{ m/s} = \lambda\nu$$

(2) 由简谐波的表达式为

$$y = A\cos[\pi(4t + 2x)]$$

可得 $t = 4.2$ s 时刻的波形表达式为

$$y = A\cos[\pi(4\times 4.2 + 2x)] = A\cos[\pi(16.8 + 2x)]$$

波峰处，$y = A$，即

$$y = A\cos[\pi(16.8 + 2x)] = A$$
$$\cos[\pi(16.8 + 2x)] = 0$$
$$\pi(16.8 + 2x) = 2n\pi, n = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \cdots$$
$$x_n = n - 8.4\text{ m}, n = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \cdots$$

此时离坐标原点最近的那个波峰的位置为

$$x_8 = -0.4\text{ m}$$

(3) 由简谐波的表达式为

$$y = A\cos[\pi(4t + 2x)]$$

可得波沿 x 轴负方向传播，传播速度为 $u = 2$ m/s，在 $t = 4.2$ s 时刻该波峰位于 $x = -0.4$ m 处，所以它从原点到该位置所花的时间为 $\Delta t = \Delta x/u = (-0.4 - 0)/2 = -0.2$ s，因此，它通过坐标原点的时刻为 $t = 4$ s 时刻。

第 299 题

【3086】一平面简谐波沿 x 轴正向传播，波的振幅 $A = 10$ cm，波的角频率 $\omega = 7\pi$ rad/s。当 $t = 1.0$ s 时，$x = 10$ cm 处的 a 质点正通过其平衡位置向 y 轴负方向运动，而 $x = 20$ cm 处的 b 质点正通过 $y = 5.0$ cm 点向 y 轴正方向运动。设该波波长 $\lambda > 10$ cm，求该平面波的表达式。

解析

【解析】简谐波的特征量。

设该平面简谐波的表达式为

$$y = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

依题意，有振幅 $A = 10\ \text{cm} = 0.1\ \text{m}$，波的角频率 $\omega = 7\pi\ \text{rad/s}$，$t = 1.0\ \text{s}$ 时，$x = 10\ \text{cm} = 0.1\ \text{m}$ 处的 a 质点正通过其平衡位置向 y 轴负方向运动，所以有

$$\begin{gathered} y_a = 0.1\cos(7\pi \times 1.0 - k \times 0.1 + \varphi_0) = 0 \\ v_a = -0.7\pi\sin(7\pi \times 1.0 - k \times 0.1 + \varphi_0) < 0 \\ 7\pi \times 1.0 - k \times 0.1 + \varphi_0 = \left(2n + \frac{1}{2}\right)\pi, n = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \cdots \end{gathered}$$

而 $t = 1.0\ \text{s}$ 时，$x = 20\ \text{cm} = 0.2\ \text{m}$ 处的 b 质点正通过 $y = 5.0\ \text{cm} = 0.05\ \text{m}$ 点向 y 轴正方向运动，所以有

$$\begin{gathered} y_b = 0.1\cos(7\pi \times 1.0 - k \times 0.2 + \varphi_0) = 0.05 \\ v_b = -0.7\pi\sin(7\pi \times 1.0 - k \times 0.2 + \varphi_0) > 0 \\ 7\pi \times 1.0 - k \times 0.2 + \varphi_0 = \left(2m - \frac{1}{3}\right)\pi, m = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \cdots \end{gathered}$$

所以由上两式可得

$$\begin{gathered} \Delta\varphi = (7\pi \times 1.0 - k \times 0.1 + \varphi_0) - (7\pi \times 1.0 - k \times 0.2 + \varphi_0) = 0.1k \\ = \left(2n + \frac{1}{2}\right)\pi - \left(2m - \frac{1}{3}\right)\pi = \left[2(n-m) + \frac{5}{6}\right]\pi \\ k = \left[20(n-m) + \frac{25}{3}\right]\pi = \left[20l + \frac{25}{3}\right]\pi, l = 0, 1, 2, 3, \cdots \end{gathered}$$

而波长 $\lambda > 10\ \text{cm} = 0.1\ \text{m}$，所以波数

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} < 20\pi\ \text{rad/m}$$

所以只能取 $l = 0$，因此波数为

$$k = \frac{25}{3}\pi$$

因此初相为

$$\varphi_0 = \left(2n + \frac{1}{2}\right)\pi - 7\pi + \frac{5}{6}\pi, n = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \cdots$$

一般可以在 0 到 2π 之间取值，所以令 $n = 3$，所以

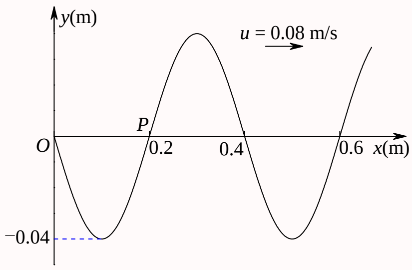
$$\varphi_0 = \frac{1}{3}\pi$$

所以该平面波的表达式为

$$y = 0.1\cos\left(7\pi t - \frac{25}{3}\pi x + \frac{1}{3}\pi\right)$$

第 300 题

【3141】图示一平面简谐波在 $t=0$ 时刻的波形图，求：(1) 该波的波动表达式；(2) P 处质点的振动方程。



解析

【解析】简谐波的特征量，波形图。

(1) 设该平面简谐波的表达式为

$$y=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$

由波形图可以看出，振幅 $A=0.04$ m，波长 $\lambda=0.4$ m，波传播的速度 $u=0.08$ m/s，且 $t=0$ 时，$x=0$ 处的质点正通过其平衡位置向 y 轴正方向运动，所以有

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=5\pi\ \mathrm{rad/m}$$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi u}{uT}=\frac{2\pi u}{\lambda}=\frac{2}{5}\pi\ \mathrm{rad/s}$$

$$y_0=A\cos\varphi_0=0$$

$$v_0=-A\omega\sin\varphi_0>0$$

$$\varphi_0=-\frac{1}{2}\pi$$

所以该波的表达式为

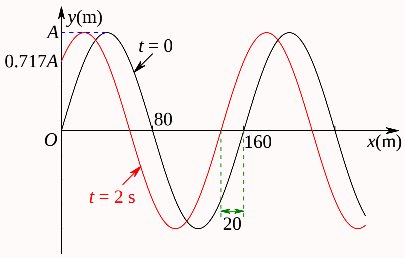
$$y=0.04\cos\left(\frac{2}{5}\pi t-5\pi x-\frac{1}{2}\pi\right)\ (\mathrm{SI})$$

所以 P 处 ($x=0.2$ m) 质点的振动方程为

$$y_P=0.04\cos\left(\frac{2}{5}\pi t-5\pi\times 0.2-\frac{1}{2}\pi\right)=0.04\cos\left(\frac{2}{5}\pi t-\frac{3}{2}\pi\right)\ (\mathrm{SI})$$

第 301 题

【3142】图示一平面余弦波在 $t=0$ 时刻与 $t=2$ s 时刻的波形图。已知波速为 u，求：(1) 坐标原点处介质质点的振动方程；(2) 该波的波动表达式。



解析

【解析】简谐波的特征量，波形图。

此题有诸多不明确的地方，第一，波向哪个方向传播？第二，波在 2 s 之内传播的距离是否超过了一个波长？题目中并没有明确地给出这两个信息！

由题目所给的波形图可以看出以下信息：振幅为 A，具体数值不明；波长为 $\lambda = 160$ m，$t = 0$ 时坐标原点处介质质点通过平衡位置，$t = 2$ s 时坐标原点处介质质点的位置在 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}A$。在 2 s 时间内波传播的距离为 $d = n\lambda + 140 = 160n + 140$ m，当 $n \geqslant 0$ 时，表示波沿 x 轴正方向传播，当 $n < 0$ 时，表示波沿 x 轴负方向传播。所以波速 $u = d/2 = 80n + 70$ m/s，$u > 0$ 表示波沿 x 轴正方向传播，$u < 0$ 表示波沿 x 轴负方向传播，

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{1}{80}\pi \text{ rad/m}$$
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\lambda/|u|} = ku = \frac{|80n+70|}{80}\pi = \frac{|8n+7|}{8}\pi$$

设坐标原点处介质质点的振动方程为

$$y = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

则依题意有

$$y_0 = A\cos\varphi_0 = 0 \Rightarrow \varphi_0 = \pm\frac{1}{2}\pi$$
$$y_2 = A\cos(2\omega + \varphi_0) = \frac{\sqrt{2}}{2}A \Rightarrow 2\omega + \varphi_0 = 2m\pi \pm \frac{1}{4}\pi \Rightarrow \varphi_0 = 2m\pi \pm \frac{1}{4}\pi - 2\omega = 2m\pi \pm \frac{1}{4}\pi - \frac{|8n+7|}{4}\pi$$

上述表达式较麻烦，其实只分两种情况：如果波沿 x 轴正方向传播，则 $\varphi_0 = \dfrac{1}{2}\pi$；如果波沿 x 轴负方向传播，则 $\varphi_0 = -\dfrac{1}{2}\pi$。所以坐标原点处介质质点的振动方程为

$$y = A\cos\left(\frac{|8n+7|}{8}\pi t \pm \frac{1}{2}\pi\right) \text{ (SI)}$$

所以该波的波动表达式为

$$y = A\cos\left(\frac{|8n+7|}{8}\pi t \pm \frac{1}{80}\pi x \pm \frac{1}{2}\pi\right) \text{ (SI)}$$

若波沿 x 轴正方向传播，$n \geqslant 0$，坐标原点处介质质点的振动方程为

$$y = A\cos\left(\frac{8n+7}{8}\pi t + \frac{1}{2}\pi\right) \text{ (SI)}$$

该波的波动表达式为

$$y = A\cos\left(\frac{8n+7}{8}\pi t - \frac{1}{80}\pi x + \frac{1}{2}\pi\right) \ \text{(SI)}$$

当波在 2 s 内沿 x 轴正方向传播不超过一个波长时，$n=0$，坐标原点处介质质点的振动方程为

$$y = A\cos\left(\frac{7}{8}\pi t + \frac{1}{2}\pi\right) \ \text{(SI)}$$

该波的波动表达式为

$$y = A\cos\left(\frac{7}{8}\pi t - \frac{1}{80}\pi x + \frac{1}{2}\pi\right) \ \text{(SI)}$$

若波沿 x 轴负方向传播，$n<0$，坐标原点处介质质点的振动方程为

$$y = A\cos\left(\frac{-8n-7}{8}\pi t - \frac{1}{2}\pi\right) \ \text{(SI)}$$

该波的波动表达式为

$$y = A\cos\left(\frac{-8n-7}{8}\pi t + \frac{1}{80}\pi x - \frac{1}{2}\pi\right) \ \text{(SI)}$$

当波在 2 s 内沿 x 轴负方向传播不超过一个波长时，$n=-1$，坐标原点处介质质点的振动方程为

$$y = A\cos\left(\frac{1}{8}\pi t - \frac{1}{2}\pi\right) \ \text{(SI)}$$

该波的波动表达式为

$$y = A\cos\left(\frac{1}{8}\pi t + \frac{1}{80}\pi x - \frac{1}{2}\pi\right) \ \text{(SI)}$$

第 302 题

【5200】已知波长为 λ 的平面简谐波沿 x 轴负方向传播。$x=\lambda/4$ 处质点的振动方程为 $y = A\cos\dfrac{2\pi}{\lambda}ut$(SI)。(1) 写出该平面简谐波的表达式；(2) 画出 $t=T$ 时刻的波形图。

解析

【解析】简谐波的特征量，波形图。

(1) 设该平面简谐波的表达式为

$$y(x,t) = A\cos(\omega t + kx + \varphi_0)$$

则 $x=\lambda/4$ 处质点的振动方程为

$$y(\lambda/4,t) = A\cos(\omega t + k\lambda/4 + \varphi_0) = A\cos(\omega t + \pi/2 + \varphi_0)$$

与题目中所给的表达式 $y = A\cos\frac{2\pi}{\lambda}ut$ 相比较可得

$$\omega = \frac{2\pi}{\lambda}u$$

$$\pi/2 + \varphi_0 = 0 \Rightarrow \varphi_0 = -\frac{1}{2}\pi$$

而依题意，波长为 λ，所以波数为

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

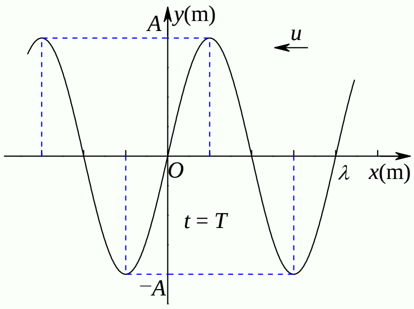
所以波的表达式为

$$y(x,t) = A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}ut + \frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{1}{2}\pi\right) \text{ (SI)}$$

(2) $t = T$ 时刻的波形表达式为

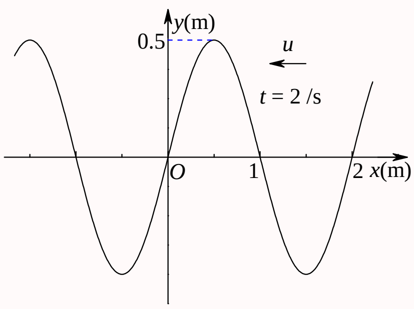
$$y(x,t) = A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}uT + \frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{1}{2}\pi\right) = A\cos\left(2\pi + \frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{1}{2}\pi\right) = A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{1}{2}\pi\right) \text{ (SI)}$$

波形图如下所示：



第 303 题

【5206】沿 x 轴负方向传播的平面简谐波在 $t = 2$ s 时刻的波形曲线如图所示，设波速 $u = 0.5$ m/s。求：原点 O 的振动方程。



解析

【解析】简谐波的特征量，波形图。
设该平面简谐波的表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t+kx+\varphi_0)$$

则 $t=2$ s 时刻的波形表达式为

$$y(x,2)=A\cos(2\omega+kx+\varphi_0)$$

原点 O 的振动方程为

$$y(0,t)=A\cos(\omega t+\varphi_0)$$

依题意，振幅 $A=0.5$ m，波长 $\lambda=2$ m，波速 $u=0.5$ m/s，所以圆频率

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{\lambda/u}=\frac{2\pi u}{\lambda}=0.5\pi\ \mathrm{rad/s}$$

由题目中所给波形图可以看出，$t=2$ s 时，原点处质点的位置为 $y(0,2)=0$，速度 $v(0,2)>0$，所以有

$$y(0,2)=0.5\cos(\pi+\varphi_0)=0$$
$$v(0,2)=-0.25\pi\sin(\pi+\varphi_0)>0$$
$$\pi+\varphi_0=-\frac{1}{2}\pi\Rightarrow\varphi_0=-\frac{3}{2}\pi$$

所以原点 O 的振动方程为

$$y(0,t)=0.5\cos\left(\frac{1}{2}\pi t-\frac{3}{2}\pi\right)\quad(\mathrm{SI})$$

第 304 题

【5516】平面简谐波沿 x 轴正方向传播，振幅为 2 cm，频率为 50 Hz，波速为 200 m/s。在 $t=0$ 时，$x=0$ 处的质点正在平衡位置向 y 轴正方向运动，求 $x=4$ m 处媒质质点振动的表达式及该点在 $t=2$ s 时的振动速度。

解析

【解析】简谐波的特征量。
设该平面简谐波的表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$

依题意，振幅 $A=0.02$ m，频率 $\nu=50$ Hz，波速 $u=200$ m/s，所以圆频率

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi\nu=100\pi\ \mathrm{rad/s}$$

波数为

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{uT}=\frac{\omega}{u}=\frac{1}{2}\pi\ \mathrm{rad/m}$$

又 $t=0$ 时，原点处质点的位置为 $y(0,0)=0$，速度 $v(0,2)>0$，所以有

$$y(0,0)=0.02\cos\varphi_0=0$$
$$v(0,0)=-2\pi\sin\varphi_0>0$$
$$\varphi_0=-\frac{1}{2}\pi$$

所以波的表达式为

$$y(x,t)=0.02\cos\left(100\pi t-\frac{1}{2}\pi x-\frac{1}{2}\pi\right)\ \ (\mathrm{SI})$$

所以 $x=4$ m 处媒质质点振动的表达式为

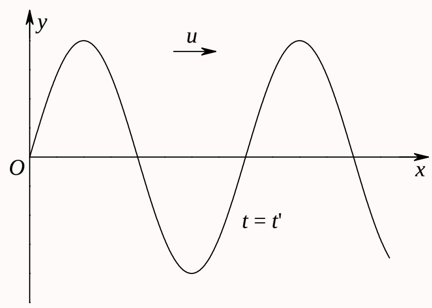
$$\begin{aligned}y(4,t)&=0.02\cos\left(100\pi t-\frac{1}{2}\pi\times 4-\frac{1}{2}\pi\right)\\&=0.02\cos\left(100\pi t-2\pi-\frac{1}{2}\pi\right)=0.02\cos\left(100\pi t-\frac{1}{2}\pi\right)\ \ (\mathrm{SI})\end{aligned}$$

该点在 $t=2$ s 时的振动速度为

$$v(4,2)=-2\pi\sin\left(100\pi\times 2-\frac{1}{2}\pi\right)=2\pi\ \mathrm{m/s}$$

第 305 题

【3078】一平面简谐波沿 x 轴正向传播，其振幅为 A，频率为 ν，波速为 u。设 $t=t'$ 时刻的波形曲线如图所示。求：(1) $x=0$ 处质点振动方程；(2) 该波的表达式。



解析

【解析】简谐波的特征量，波形图。
设该平面简谐波的表达式为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$$

依题意，振幅为 A，频率为 ν，波速为 u，所以圆频率

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi\nu$$

波数为

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{uT}=\frac{2\pi\nu}{u}$$

又 $t=t'$ 时，原点处质点的位置为 $y(0,t')=0$，速度 $v(0,t')<0$，所以有

$$\begin{aligned}y(0,t')&=A\cos(\omega t'+\varphi_0)=0\\v(0,t')&=-A\omega\sin(\omega t'+\varphi_0)<0\\\omega t'+\varphi_0&=\frac{1}{2}\pi\\\varphi_0&=\frac{1}{2}\pi-\omega t'\end{aligned}$$

所以波的表达式为

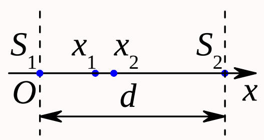
$$y(x,t)=A\cos\left[2\pi\nu(t-t')-\frac{2\pi\nu}{u}x+\frac{1}{2}\pi\right]$$

所以 $x=0$ 处质点振动方程为

$$y(0,t)=A\cos\left[2\pi\nu(t-t')+\frac{1}{2}\pi\right]$$

第 306 题

【3099】如图所示，两相干波源在 x 轴上的位置为 S_1 和 S_2，其间距离为 $d=30$ m，S_1 位于坐标原点 O。设波只沿 x 轴正负方向传播，单独传播时强度保持不变。$x_1=9$ m 和 $x_2=12$ m 处的两点是相邻的两个因干涉而静止的点。求两波的波长和两波源间最小相位差。



解析

【解析】波的干涉。
设两个波源的振动方程分别为

$$\begin{aligned}y_1&=A\cos(\omega t+\varphi_1)\\y_2&=A\cos(\omega t+\varphi_2)\end{aligned}$$

则二者传到 $x_1=9$ m 处引起质点的振动方程分别为

$$\begin{aligned}y_{11}&=A\cos(\omega t-9k+\varphi_1)\\y_{21}&=A\cos(\omega t-21k+\varphi_2)\end{aligned}$$

二者传到 $x_2 = 12$ m 处引起质点的振动方程分别为

$$
\begin{aligned}
y_{12} &= A\cos(\omega t - 12k + \varphi_1) \\
y_{22} &= A\cos(\omega t - 18k + \varphi_2)
\end{aligned}
$$

依题意有

$$
\begin{gathered}
(\omega t - 9k + \varphi_1) = (\omega t - 21k + \varphi_2) + (2n+1)\pi \Rightarrow 12k + (\varphi_1 - \varphi_2) = (2n+1)\pi \\
(\omega t - 12k + \varphi_1) = (\omega t - 18k + \varphi_2) + (2m+1)\pi \Rightarrow 6k + (\varphi_1 - \varphi_2) = (2m+1)\pi \\
6k = 2(n-m)\pi \Rightarrow k = \frac{n-m}{3}\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{\frac{n-m}{3}\pi} = \frac{6}{n-m}
\end{gathered}
$$

由于 $x_1 = 9$ m 和 $x_2 = 12$ m 处的两点是相邻的两个因干涉而静止的点，所以 $n - m = 1$，因此波长 $\lambda = 6$ m。所以两波源之间的相位差为

$$
\begin{gathered}
\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_1) - (\omega t + \varphi_2) = \varphi_1 - \varphi_2 \\
= (2m+1)\pi - 6k = (2m+1)\pi - 2(n-m)\pi = (2m+1)\pi - 2\pi = (2m-1)\pi
\end{gathered}
$$

所以最小相位差为 π。

本题也可以使用驻波的概念和性质来求解。依题意，$x_1 = 9$ m 和 $x_2 = 12$ m 处的两点是两个相邻的波节，而两个相邻波节之间的距离是半个波长，因此很容易得到两波的波长为 6 m。所以波数 $k = \dfrac{1}{3}\pi$ rad/m。而假定两波的表达式分别为

$$
\begin{aligned}
y_1 &= A\cos(\omega t - kx + \varphi_{01}) \\
y_2 &= A\cos(\omega t + kx + \varphi_{02})
\end{aligned}
$$

二者合成的驻波的表达式为

$$
y = y_1 + y_2 = 2A\cos\left(kx + \frac{\varphi_{20} - \varphi_{10}}{2}\right)\cos\left(\omega t + \frac{\varphi_{20} + \varphi_{10}}{2}\right)
$$

注意，这里波源 S_1 的相位为 $\varphi_1 = \omega t + \varphi_{01}$，波源 S_2 的相位为 $\varphi_2 = \omega t + kd + \varphi_{02}$，所以两波源的相位差为

$$
\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = kd + \varphi_{20} - \varphi_{10}
$$

而 $x_1 = 9$ m 为波节的位置，所以有

$$
\begin{gathered}
9k + \frac{\varphi_{20} - \varphi_{10}}{2} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi \\
\varphi_{20} - \varphi_{10} = (2n+1)\pi - 18k = (2n+1)\pi - 6\pi \\
\Delta\varphi = kd + \varphi_{20} - \varphi_{10} = 30k + \varphi_{20} - \varphi_{10} = 4\pi + (2n+1)\pi = (2n+5)\pi
\end{gathered}
$$

因此，$n = -2$ 时，$\Delta\varphi = \pi$，$n = -3$ 时，$\Delta\varphi = -\pi$，这就是两波源间最小相位差。

第 307 题

【3476】一平面简谐波沿 Ox 轴正方向传播，波的表达式为 $y = A\cos[2\pi(\nu t - x/\lambda)]$，而另一平面简谐波沿 Ox 轴负方向传播，波的表达式为 $y = 2A\cos[2\pi(\nu t + x/\lambda)]$，求：(1) $x = \lambda/4$ 处介质质点的合振动方程；(2) $x = \lambda/4$ 处介质质点的速度表达式。

解析

【解析】波的干涉。

设两个波源的振动方程分别为

$$y_1 = A\cos[2\pi(\nu t - x/\lambda)]$$
$$y_2 = 2A\cos[2\pi(\nu t + x/\lambda)]$$

则二者传到 $x = \lambda/4$ 处引起质点的振动方程分别为

$$y_{1x} = A\cos[2\pi(\nu t - \lambda/4/\lambda)] = A\cos(2\pi\nu t - \pi/2)$$
$$y_{2x} = 2A\cos[2\pi(\nu t + \lambda/4/\lambda)] = 2A\cos(2\pi\nu t + \pi/2) = -2A\cos(2\pi\nu t - \pi/2)$$

所以 $x = \lambda/4$ 处介质质点的合振动方程为

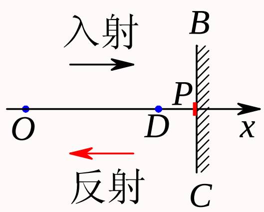
$$\begin{aligned} y = y_{1x} + y_{2x} &= A\cos(2\pi\nu t - \pi/2) - 2A\cos(2\pi\nu t - \pi/2) \\ &= -A\cos(2\pi\nu t - \pi/2) = A\cos(2\pi\nu t + \pi/2) \end{aligned}$$

因此其速度表达式为

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = -2\pi\nu A\sin(2\pi\nu t + \pi/2)$$

第 308 题

【3111】如图所示，一平面简谐波沿 x 轴正方向传播，BC 为波密媒质的反射面。波由 P 点反射，$\overline{OP} = 3\lambda/4$，$\overline{DP} = \lambda/6$。在 $t = 0$ 时，O 处质点的合振动是经过平衡位置向负方向运动。求 D 点处入射波与反射波的合振动方程。（设入射波和反射波的振幅皆为 A，频率为 ν。）



解析

【解析】波的干涉。

以 O 点为坐标原点，设入射波和反射波的表达式分别为

$$y_1 = A\cos[2\pi(\nu t - x/\lambda) + \varphi_{10}]$$
$$y_2 = A\cos[2\pi(\nu t + x/\lambda) + \varphi_{20}]$$

则入射波和反射波在反射点的相位分别为

$$\varphi_1 = 2\pi(\nu t - \overline{OP}/\lambda) + \varphi_{10} = 2\pi(\nu t - 3/4) + \varphi_{10} = 2\pi\nu t - \frac{3}{2}\pi + \varphi_{10}$$
$$\varphi_2 = 2\pi(\nu t + \overline{OP}/\lambda) + \varphi_{20} = 2\pi(\nu t + 3/4) + \varphi_{20} = 2\pi\nu t + \frac{3}{2}\pi + \varphi_{20}$$

由于 BC 为波密媒质的反射面，反射时有半波损失，所以有

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \pi = \left[2\pi\nu t + \frac{3}{2}\pi + \varphi_{20}\right] - \left[2\pi\nu t - \frac{3}{2}\pi + \varphi_{10}\right] = 3\pi + \varphi_{20} - \varphi_{10}$$
$$\varphi_{20} = \varphi_{10} - 2\pi$$

所以 O 处质点的合振动的表达式为

$$y_0 = y_{10} + y_{20} = A\cos[2\pi\nu t + \varphi_{10}] + A\cos[2\pi\nu t + \varphi_{20}] = 2A\cos[2\pi\nu t + \varphi_{10}]$$

依题意，$t = 0$ 时 O 处质点经过平衡位置向负方向运动，即

$$y_0 = 2A\cos\varphi_{10} = 0$$
$$v_0 = -4A\pi\nu t\sin\varphi_{10} < 0$$
$$\varphi_{10} = \frac{1}{2}\pi$$

所以入射波和反射波的表达式分别为

$$y_1 = A\cos[2\pi(\nu t - x/\lambda) + \frac{1}{2}\pi]$$
$$y_2 = A\cos[2\pi(\nu t + x/\lambda) + \frac{1}{2}\pi]$$

所以 D 点的合振动方程为

$$y_D = y_{1D} + y_{2D} = A\cos\left[2\pi\left(\nu t - \frac{7}{12}\right) + \frac{1}{2}\pi\right] + A\cos\left[2\pi\left(\nu t + \frac{7}{12}\right) + \frac{1}{2}\pi\right]$$
$$= A\cos\left(2\pi\nu t - \frac{2}{3}\pi\right) + A\cos\left(2\pi\nu t + \frac{5}{3}\pi\right) = 2A\cos\left(2\pi\nu t + \frac{1}{2}\pi\right)\cos\left(\frac{7}{6}\pi\right)$$
$$= -\sqrt{3}A\cos\left(2\pi\nu t + \frac{1}{2}\pi\right) = \sqrt{3}A\cos\left(2\pi\nu t + \frac{3}{2}\pi\right)$$