第八章 电学

一、选择题

第 494 题

【1003】下列几个说法中哪一个是正确的?

(A) 电场中某点场强的方向，就是将点电荷放在该点所受电场力的方向

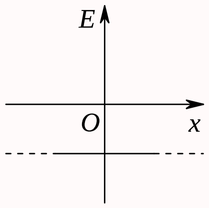
(B) 在以点电荷为中心的球面上，由该点电荷所产生的场强处处相同

(C) 场强可由 $\vec{E}=\dfrac{\vec{F}}{q}$ 定出，其中 q 为试验电荷，q 可正、可负，$\vec{F}$ 为试验电荷所受的电场力

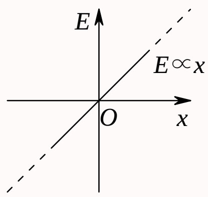
(D) 以上说法都不正确

第 495 题

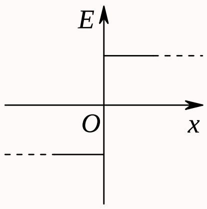
【1405】设有一“无限大”均匀带正电荷的平面。取 x 轴垂直带电平面，坐标原点在带电平面上，则其周围空间各点的电场强度 $\vec{E}$ 随距离平面的位置坐标 x 变化的关系曲线为 (规定场强方向沿 x 轴正向为正、反之为负):



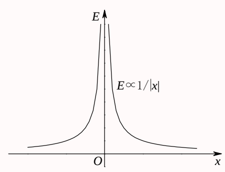
(A)



(B)



(C)



(D)

第 496 题

【1551】关于电场强度定义式 $\vec{E}=\dfrac{\vec{F}}{q_0}$，下列说法中哪个是正确的?

(A) 场强 $\vec{E}$ 的大小与试探电荷 q_0 的大小成反比

(B) 对场中某点，试探电荷受力 $\vec{F}$ 与 q_0 的比值不因 q_0 而变

(C) 试探电荷受力 $\vec{F}$ 的方向就是场强 $\vec{E}$ 的方向

(D) 若场中某点不放试探电荷 q_0，则 $\vec{F}=0$，从而 $\vec{E}=0$

第 497 题

【1558】下面列出的真空中静电场的场强公式，其中哪个是正确的？

(A) 点电荷 q 的电场：$\vec{E}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$($r$ 为点电荷到场点的距离)

(B)“无限长”均匀带电直线 (电荷线密度 λ) 的电场：$\vec{E}=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}$($\vec{r}$ 为带电直线到场点的垂直于直线的矢量)

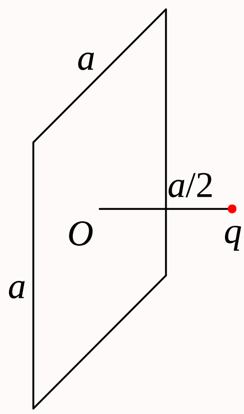
(C)“无限大”均匀带电平面 (电荷面密度 σ) 的电场：$\vec{E}=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

(D) 半径为 R 的均匀带电球面 (电荷面密度 σ) 外的电场：$\vec{E}=\dfrac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^3}\vec{r}$($\vec{r}$ 为球心到场点的矢量)

第 498 题

【1035】有一边长为 a 的正方形平面，在其中垂线上距中心 O 点 $a/2$ 处，有一电荷为 q 的正点电荷，如图所示，则通过该平面的电场强度通量为

(A) $\dfrac{q}{3\varepsilon_0}$ (B) $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}$ (C) $\dfrac{q}{3\pi\varepsilon_0}$ (D) $\dfrac{q}{6\varepsilon_0}$



第 499 题

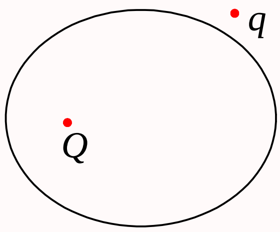
【1056】点电荷 Q 被曲面 S 所包围，从无穷远处引入另一点电荷 q 至曲面外一点，如图所示，则引入前后：

(A) 曲面 S 的电场强度通量不变，曲面上各点场强不变

(B) 曲面 S 的电场强度通量变化，曲面上各点场强不变

(C) 曲面 S 的电场强度通量变化，曲面上各点场强变化

(D) 曲面 S 的电场强度通量不变，曲面上各点场强变化



第 500 题

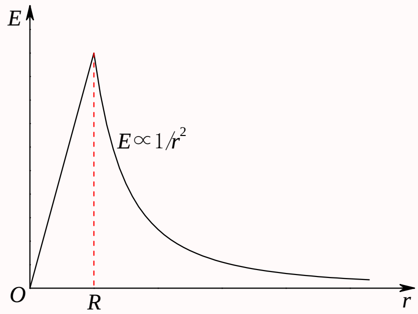
【1255】图示为一具有球对称性分布的静电场的 $E-r$ 关系曲线。请指出该静电场是由下列哪种带电体产生的

(A) 半径为 R 的均匀带电球面

(B) 半径为 R 的均匀带电球体

(C) 半径为 R 的、电荷体密度为 $\rho = Ar(A$ 为常数) 的非均匀带电球体

(D) 半径为 R 的、电荷体密度为 $\rho = A/r(A$ 为常数) 的非均匀带电球体



第 501 题

【1370】半径为 R 的均匀带电球面，若其电荷面密度为 σ，则在距离球面 R 处的电场强度大小为：

(A) $\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$　(B) $\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$　(C) $\dfrac{\sigma}{4\varepsilon_0}$　(D) $\dfrac{\sigma}{8\varepsilon_0}$

第 502 题

【1432】高斯定理 $\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_V \rho \mathrm{d}V/\varepsilon_0$

(A) 适用于任何静电场

(B) 只适用于真空中的静电场

(C) 只适用于具有球对称性、轴对称性和平面对称性的静电场

(D) 只适用于虽然不具有 (C) 中所述的对称性、但可以找到合适的高斯面的静电场

第 503 题

【1434】关于高斯定理的理解有下面几种说法，其中正确的是：

(A) 如果高斯面上 $\vec{E}$ 处处为零，则该面内必无电荷

(B) 如果高斯面内无电荷，则高斯面上 $\vec{E}$ 处处为零

(C) 如果高斯面上 $\vec{E}$ 处处不为零，则高斯面内必有电荷

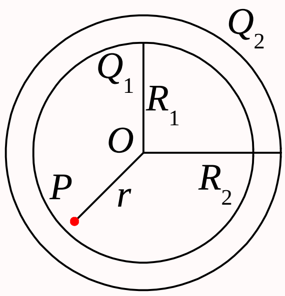
(D) 如果高斯面内有净电荷，则通过高斯面的电场强度通量必不为零

第 504 题

【1490】如图所示，两个同心的均匀带电球面，内球面半径为 R_1、带有电荷 Q_1，外球面半径为 R_2、带有电荷 Q_2，则在内球面里面、距离球心为 r 处的 P 点的场强大小 E 为：

(A) $\dfrac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ (B) $\dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1^2}+\dfrac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2^2}$

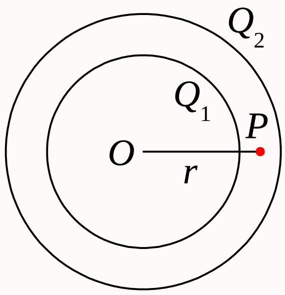
(C) $\dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ (D) 0



第 505 题

【1492】如图所示，两个同心的均匀带电球面，内球面带电荷 Q_1，外球面带电荷 Q_2，则在两球面之间、距离球心为 r 处的 P 点的场强大小 E 为：

(A) $\dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ (B) $\dfrac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ (C) $\dfrac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ (D) $\dfrac{Q_2-Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

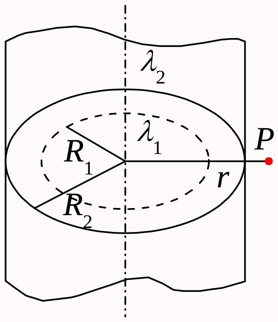


第 506 题

【1494】如图所示，两个“无限长”的、半径分别为 R_1 和 R_2 的共轴圆柱面，均匀带电，沿轴线方向单位长度上的所带电荷分别为 λ_1 和 λ_2，则在外圆柱面外面、距离轴线为 r 处的 P 点的电场强度大小 E 为：

(A) $\dfrac{\lambda_1+\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0 r}$ (B) $\dfrac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0(r-R_1)}+\dfrac{\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0(r-R_2)}$

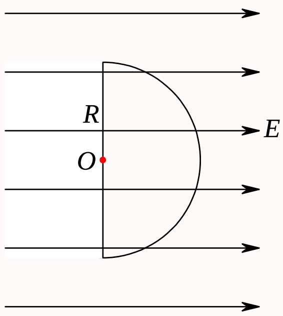
(C) $\dfrac{\lambda_1+\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0(r-R_2)}$ (D) $\dfrac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0 R_1}+\dfrac{\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0 R_2}$



第 507 题

【5083】若匀强电场的场强为 $\vec{E}$，其方向平行于半径为 R 的半球面的轴，如图所示。则通过此半球面的电场强度通量 Φ_e 为

(A) $\pi R^2 E$ (B) $2\pi R^2 E$ (C) $\frac{1}{2}\pi R^2 E$ (D) $\sqrt{2}\pi R^2 E$ (E) $\pi R^2 E/\sqrt{2}$



第 508 题

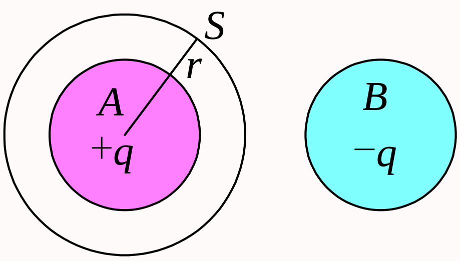
【5084】A 和 B 为两个均匀带电球体，A 带电荷 $+q$，B 带电荷 $-q$，作一与 A 同心的球面 S 为高斯面，如图所示。则

(A) 通过 S 面的电场强度通量为零，S 面上各点的场强为零

(B) 通过 S 面的电场强度通量为 $\frac{q}{\varepsilon_0}$，S 面上各点的场强为 $E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

(C) 通过 S 面的电场强度通量为 $-\frac{q}{\varepsilon_0}$，S 面上各点的场强为 $E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

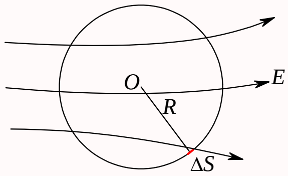
(D) 通过 S 面的电场强度通量为 $\frac{q}{\varepsilon_0}$，但 S 面上各点的场强不能直接由高斯定理求出



第 509 题

【5272】在空间有一非均匀电场，其电场线分布如图所示。在电场中作一半径为 R 的闭合球面 S，已知通过球面上某一面元 ΔS 的电场强度通量为 Φ_e，则通过该球面其余部分的电场强度通量为

(A) $-\Phi_e$　(B) $\dfrac{4\pi R^2}{\Delta S}\Phi_e$　(C) $\dfrac{4\pi R^2-\Delta S}{\Delta S}\Phi_e$　(D) 0



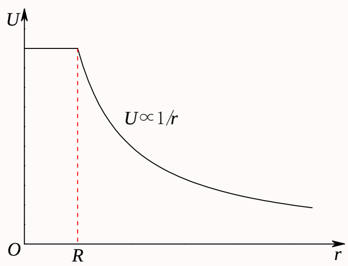
第 510 题

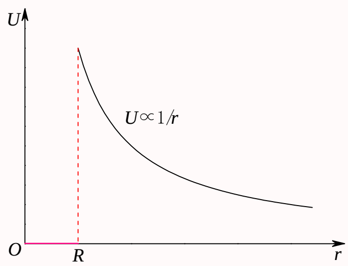
【1016】静电场中某点电势的数值等于

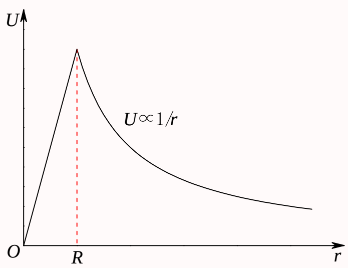
(A) 试验电荷 q_0 置于该点时具有的电势能
(B) 单位试验电荷置于该点时具有的电势能
(C) 单位正电荷置于该点时具有的电势能
(D) 把单位正电荷从该点移到电势零点外力所作的功

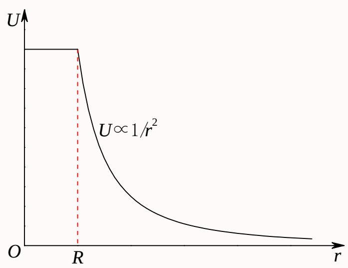
第 511 题

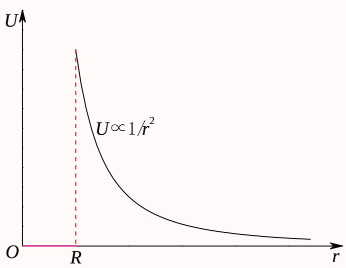
【1017】半径为 R 的均匀带电球面，总电荷为 Q。设无穷远处电势为零，则该带电体所产生的电场的电势 U，随离球心的距离 r 变化的分布曲线为

(A)


(B)


(C)


(D)


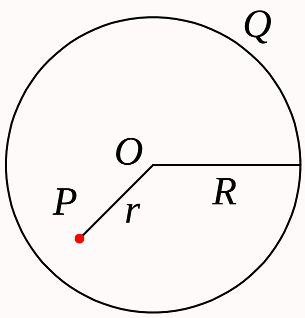
(E)


第 512 题

【1087】如图所示，半径为 R 的均匀带电球面，总电荷为 Q，设无穷远处的电势为零，则球内距离球心为 r 的 P 点处的电场强度的大小和电势为：

(A) $E=0$，$U=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ (B) $E=0$，$U=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

(C) $E=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$，$U=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ (D) $E=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$，$U=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$



第 513 题

【1267】关于静电场中某点电势值的正负，下列说法中正确的是：

(A) 电势值的正负取决于置于该点的试验电荷的正负

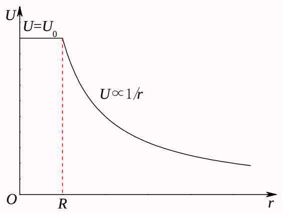
(B) 电势值的正负取决于电场力对试验电荷作功的正负

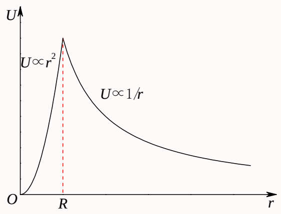
(C) 电势值的正负取决于电势零点的选取

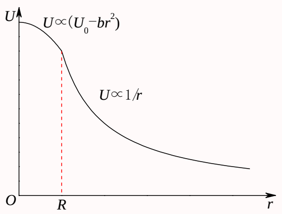
(D) 电势值的正负取决于产生电场的电荷的正负

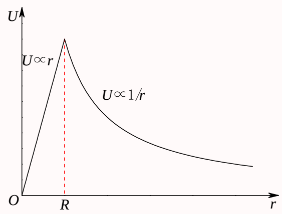
第 514 题

【1417】设无穷远处电势为零，则半径为 R 的均匀带电球体产生的电场的电势分布规律为 (图中的 U_0 和 b 皆为常量)：

(A) 

(B) 

(C) 

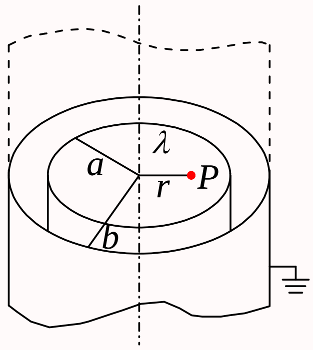
(D) 

第 515 题

【1484】如图所示，一半径为 a 的“无限长”圆柱面上均匀带电，其电荷线密度为 λ。在它外面同轴地套一半径为 b 的薄金属圆筒，圆筒原先不带电，但与地连接。设地的电势为零，则在内圆柱面里面、距离轴线为 r 的 P 点的场强大小和电势分别为：

(A) $E=0$，$U=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{a}{r}$　　(B) $E=0$，$U=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{b}{a}$

(C) $E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$，$U=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{b}{r}$　　(D) $E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$，$U=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{b}{a}$

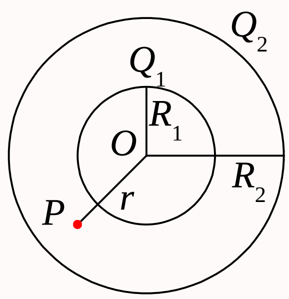


第 516 题

【1516】如图所示，两个同心的均匀带电球面，内球面半径为 R_1、带电荷 Q_1，外球面半径为 R_2、带电荷 Q_2。设无穷远处为电势零点，则在两个球面之间、距离球心为 r 处的 P 点的电势 U 为：

(A) $\dfrac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$　　(B) $\dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1}+\dfrac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$

(C) $\dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}+\dfrac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$　　(D) $\dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1}+\dfrac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$

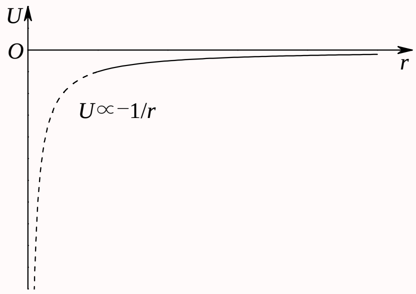


第 517 题

【1582】图中所示为一球对称性静电场的电势分布曲线，r 表示离对称中心的距离。请指出该电场是由下列哪一种带电体产生的。

(A) 半径为 R 的均匀带负电球面　　(B) 半径为 R 的均匀带负电球体

(C) 正点电荷　　(D) 负点电荷



第 518 题

【1584】一半径为 R 的均匀带电球面，带有电荷 Q。若规定该球面上的电势值为零，则无限远处的电势将等于

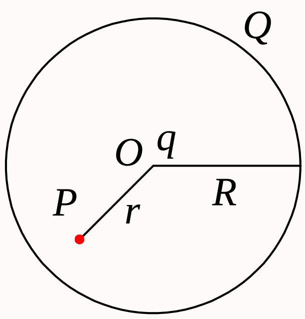
(A) $\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$ (B) 0 (C) $-\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$ (D) ∞

第 519 题

【5082】真空中一半径为 R 的球面均匀带电 Q，在球心 O 处有一电荷为 q 的点电荷，如图所示。设无穷远处为电势零点，则在球内离球心 O 距离为 r 的 P 点处的电势为

(A) $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ (B) $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{q}{r}+\dfrac{Q}{R}\right)$

(C) $\dfrac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ (D) $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{q}{r}+\dfrac{Q-q}{R}\right)$

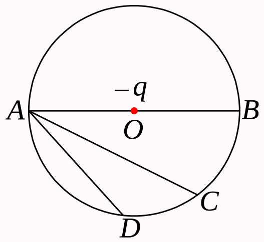


第 520 题

【1076】点电荷 $-q$ 位于圆心 O 处，A、B、C、D 为同一圆周上的四点，如图所示。现将一试验电荷从 A 点分别移动到 B、C、D 各点，则

(A) 从 A 到 B，电场力作功最大 (B) 从 A 到 C，电场力作功最大

(C) 从 A 到 D，电场力作功最大 (D) 从 A 到各点，电场力作功相等



第 521 题

【1266】在已知静电场分布的条件下，任意两点 P_1 和 P_2 之间的电势差决定于

(A) P_1 和 P_2 两点的位置

(B) P_1 和 P_2 两点处的电场强度的大小和方向

(C) 试验电荷所带电荷的正负

(D) 试验电荷的电荷大小

第 522 题

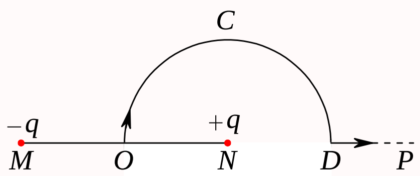
【1505】如图所示，直线 MN 长为 $2l$，弧 OCD 是以 N 点为中心，l 为半径的半圆弧，N 点有正电荷 $+q$，M 点有负电荷 $-q$。今将一试验电荷 $+q_0$ 从 O 点出发沿路径 $OCDP$ 移到无穷远处，设无穷远处电势为零，则电场力作功

(A) $A<0$，且为有限常量

(B) $A>0$，且为有限常量

(C) $A=\infty$

(D) $A=0$



第 523 题

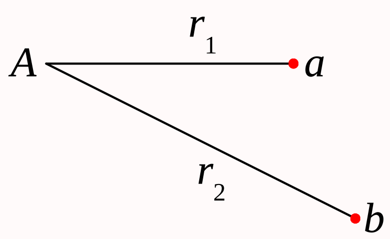
【5085】在电荷为 $-Q$ 的点电荷 A 的静电场中，将另一电荷为 q 的点电荷 B 从 a 点移到 b 点。a、b 两点距离点电荷 A 的距离分别为 r_1 和 r_2，如图所示。则移动过程中电场力做的功为

(A) $-\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_1}-\dfrac{1}{r_2}\right)$

(B) $\dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_1}-\dfrac{1}{r_2}\right)$

(C) $-\dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_1}-\dfrac{1}{r_2}\right)$

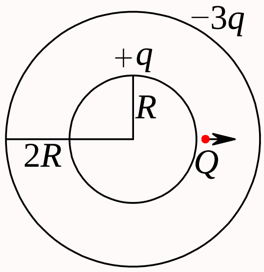
(D) $-\dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon_0(r_2-r_1)}$



第 524 题

【1240】如图所示，在真空中半径分别为 R 和 $2R$ 的两个同心球面，其上分别均匀地带有电荷 $+q$ 和 $-3q$。今将一电荷为 $+Q$ 的带电粒子从内球面处由静止释放，则该粒子到达外球面时的动能为：

(A) $\dfrac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 R}$ (B) $\dfrac{Qq}{2\pi\varepsilon_0 R}$ (C) $\dfrac{Qq}{8\pi\varepsilon_0 R}$ (D) $\dfrac{3Qq}{8\pi\varepsilon_0 R}$



第 525 题

【1303】电子的质量为 m_e，电荷为 $-e$，绕静止的氢原子核（即质子）作半径为 r 的匀速率圆周运动，则电子的速率为 (式中 $k=1/(4\pi\varepsilon_0)$)

(A) $e\sqrt{\dfrac{m_e r}{k}}$ (B) $e\sqrt{\dfrac{k}{m_e r}}$ (C) $e\sqrt{\dfrac{k}{2m_e r}}$ (D) $e\sqrt{\dfrac{2k}{m_e r}}$

第 526 题

【1316】相距为 r_1 的两个电子，在重力可忽略的情况下由静止开始运动到相距为 r_2，从相距 r_1 到相距 r_2 期间，两电子系统的下列哪一个量是不变的？

(A) 动能总和 (B) 电势能总和 (C) 动量总和 (D) 电相互作用力

第 527 题

【1439】一电偶极子放在均匀电场中，当电偶极矩的方向与场强方向不一致时，其所受的合力 $\vec{F}$ 和合力矩 $\vec{M}$ 为：

(A) $\vec{F}=0$，$\vec{M}=0$ (B) $\vec{F}=0$，$\vec{M}\neq 0$ (C) $\vec{F}\neq 0$，$\vec{M}=0$ (D) $\vec{F}\neq 0$，$\vec{M}\neq 0$

第 528 题

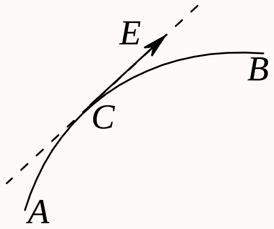
【1440】真空中有两个点电荷 M、N，相互间作用力为 $\vec{F}$，当另一点电荷 Q 移近这两个点电荷时，M、N 两点电荷之间的作用力

(A) 大小不变，方向改变 (B) 大小改变，方向不变

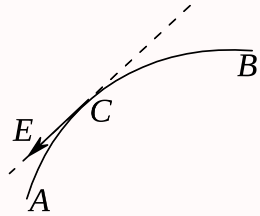
(C) 大小和方向都不变 (D) 大小和方向都改变

第 529 题

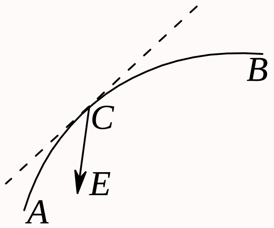
【1445】一个带负电荷的质点，在电场力作用下从 A 点经 C 点运动到 B 点，其运动轨迹如图所示。已知质点运动的速率是递减的，下面关于 C 点场强方向的四个图示中正确的是：



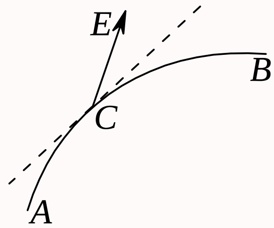
(A)



(B)



(C)



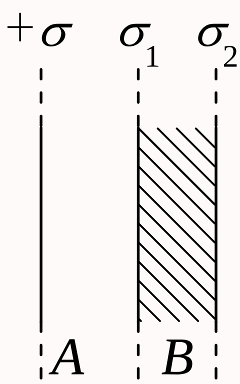
(D)

第 530 题

【1138】一“无限大”均匀带电平面 A，其附近放一与它平行的有一定厚度的“无限大”平面导体板 B，如图所示。已知 A 上的电荷面密度为 $+\sigma$，则在导体板 B 的两个表面 1 和 2 上的感生电荷面密度为：

(A) $\sigma_1=-\sigma$，$\sigma_2=+\sigma$ (B) $\sigma_1=-\frac{1}{2}\sigma$，$\sigma_2=+\frac{1}{2}\sigma$

(C) $\sigma_1=+\frac{1}{2}\sigma$，$\sigma_2=-\frac{1}{2}\sigma$ (D) $\sigma_1=-\sigma$，$\sigma_2=0$



第 531 题

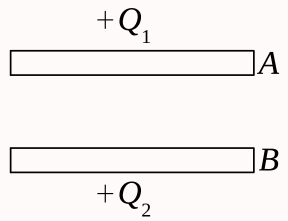
【1171】选无穷远处为电势零点，半径为 R 的导体球带电后，其电势为 U_0，则球外离球心距离为 r 处的电场强度的大小为

(A) $\frac{R^2U_0}{r^3}$ (B) $\frac{U_0}{R}$ (C) $\frac{RU_0}{r^2}$ (D) $\frac{U_0}{r}$

第 532 题

【1205】A、B 为两导体大平板，面积均为 S，平行放置，如图所示。A 板带电荷 $+Q_1$，B 板带电荷 $+Q_2$，如果使 B 板接地，则 AB 间电场强度的大小 E 为

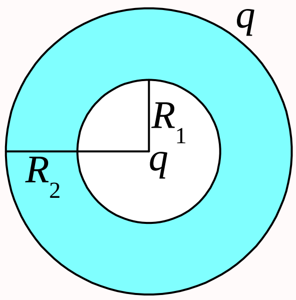
(A) $\dfrac{Q_1}{2\varepsilon_0 S}$ (B) $\dfrac{Q_1-Q_2}{2\varepsilon_0 S}$ (C) $\dfrac{Q_1}{\varepsilon_0 S}$ (D) $\dfrac{Q_1+Q_2}{2\varepsilon_0 S}$



第 533 题

【1210】一空心导体球壳，其内、外半径分别为 R_1 和 R_2，带电荷 q，如图所示。当球壳中心处再放一电荷为 q 的点电荷时，则导体球壳的电势 (设无穷远处为电势零点) 为

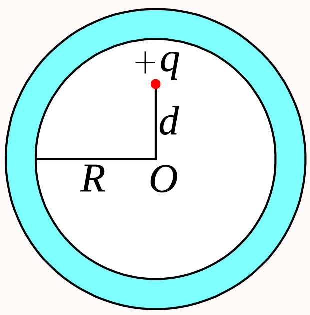
(A) $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_1}$ (B) $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$ (C) $\dfrac{q}{2\pi\varepsilon_0 R_1}$ (D) $\dfrac{q}{2\pi\varepsilon_0 R_2}$



第 534 题

【1213】一个未带电的空腔导体球壳，内半径为 R。在腔内离球心的距离为 d 处 ($d<R$)，固定一点电荷 $+q$，如图所示。用导线把球壳接地后，再把地线撤去。选无穷远处为电势零点，则球心 O 处的电势为

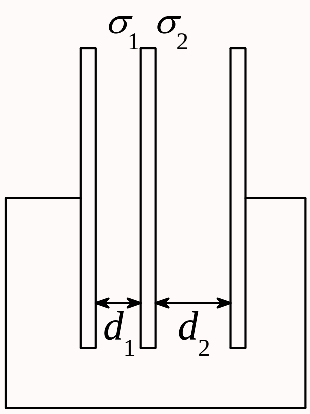
(A) 0 (B) $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 d}$ (C) $-\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 d}$ (D) $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{d}-\dfrac{1}{R}\right)$



第 535 题

【1235】三块互相平行的导体板，相互之间的距离 d_1 和 d_2 比板面积线度小得多，外面二板用导线连接。中间板上带电，设左右两面上电荷面密度分别为 σ_1 和 σ_2，如图所示。则比值 σ_1/σ_2 为

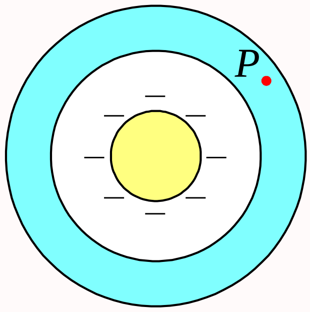
(A) d_1/d_2　　(B) d_2/d_1　　(C) 1　　(D) d_2^2/d_1^2



第 536 题

【1355】如图所示，一带负电荷的金属球，外面同心地罩一不带电的金属球壳，则在球壳中一点 P 处的场强大小与电势 (设无穷远处为电势零点) 分别为：

(A) $E=0$，$U>0$　　(B) $E=0$，$U<0$　　(C) $E=0$，$U=0$　　(D) $E>0$，$U<0$



第 537 题

【1357】一半径为 R 的薄金属球壳，带电荷 $-Q$。设无穷远处电势为零，则球壳内各点的电势 U 可表示为：($k=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$)

(A) $U<-k\dfrac{Q}{R}$　　(B) $U=-k\dfrac{Q}{R}$　　(C) $U>-k\dfrac{Q}{R}$　　(D) $-k\dfrac{Q}{R}<U<0$

第 538 题

【1480】当一个带电导体达到静电平衡时：

(A) 表面上电荷密度较大处电势较高

(B) 表面曲率较大处电势较高

(C) 导体内部的电势比导体表面的电势高

(D) 导体内任一点与其表面上任一点的电势差等于零

第 539 题

【1099】关于高斯定理，下列说法中哪一个是正确的？

(A) 高斯面内不包围自由电荷，则面上各点电位移矢量 $\vec{D}$ 为零

(B) 高斯面上处处 $\vec{D}$ 为零，则面内必不存在自由电荷

(C) 高斯面的 $\vec{D}$ 通量仅与面内自由电荷有关

(D) 以上说法都不正确

第 540 题

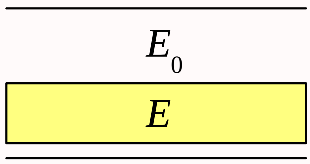
【1345】在空气平行板电容器中，平行地插上一块各向同性均匀电介质板，如图所示。当电容器充电后，若忽略边缘效应，则电介质中的场强 $\vec{E}$ 与空气中的场强 $\vec{E_0}$ 相比较，应有

(A) $E > E_0$，两者方向相同

(B) $E = E_0$，两者方向相同

(C) $E < E_0$，两者方向相同

(D) $E < E_0$，两者方向相反



第 541 题

【1358】设有一个带正电的导体球壳。当球壳内充满电介质、球壳外是真空时，球壳外一点的场强大小和电势用 E_1，U_1 表示；而球壳内、外均为真空时，壳外一点的场强大小和电势用 E_2，U_2 表示，则两种情况下壳外同一点处的场强大小和电势大小的关系为

(A) $E_1 = E_2$，$U_1 = U_2$

(B) $E_1 = E_2$，$U_1 > U_2$

(C) $E_1 > E_2$，$U_1 > U_2$

(D) $E_1 < E_2$，$U_1 < U_2$

第 542 题

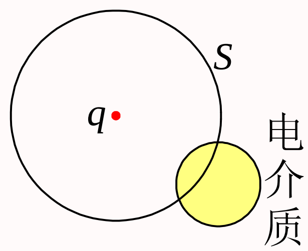
【1454】在一点电荷 q 产生的静电场中，一块电介质如图放置，以点电荷所在处为球心作一球形闭合面 S，则对此球形闭合面：

(A) 高斯定理成立，且可用它求出闭合面上各点的场强

(B) 高斯定理成立，但不能用它求出闭合面上各点的场强

(C) 由于电介质不对称分布，高斯定理不成立

(D) 即使电介质对称分布，高斯定理也不成立



第 543 题

【5281】一平行板电容器始终与端电压一定的电源相联。当电容器两极板间为真空时，电场强度为 $\vec{E}_0$，电位移为 $\vec{D}_0$，而当两极板间充满相对介电常量为 ε_r 的各向同性均匀电介质时，电场强度为 $\vec{E}$，电位移为 $\vec{D}$，则

(A) $\vec{E}=\vec{E}_0/\varepsilon_r$，$\vec{D}=\vec{D}_0$　　(B) $\vec{E}=\vec{E}_0$，$\vec{D}=\varepsilon_r\vec{D}_0$

(C) $\vec{E}=\vec{E}_0/\varepsilon_r$，$\vec{D}=\vec{D}_0/\varepsilon_r$　　(D) $\vec{E}=\vec{E}_0$，$\vec{D}=\vec{D}_0$

第 544 题

【5621】在静电场中，作闭合曲面 S，若有 $\oint_S \vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=0$(式中 $\vec{D}$ 为电位移矢量)，则 S 面内必定

(A) 既无自由电荷，也无束缚电荷　　(B) 没有自由电荷

(C) 自由电荷和束缚电荷的代数和为零　　(D) 自由电荷的代数和为零

第 545 题

【1218】一个平行板电容器，充电后与电源断开，当用绝缘手柄将电容器两极板间距离拉大，则两极板间的电势差 U_{12}、电场强度的大小 E、电场能量 W 将发生如下变化：

(A) U_{12} 减小，E 减小，W 减小　　(B) U_{12} 增大，E 增大，W 增大

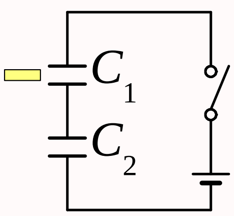
(C) U_{12} 增大，E 不变，W 增大　　(D) U_{12} 减小，E 不变，W 不变

第 546 题

【1325】C_1 和 C_2 两空气电容器串联起来接上电源充电。然后将电源断开，再把一电介质板插入 C_1 中，如图所示。则

(A) C_1 上电势差减小，C_2 上电势差增大　　(B) C_1 上电势差减小，C_2 上电势差不变

(C) C_1 上电势差增大，C_2 上电势差减小　　(D) C_1 上电势差增大，C_2 上电势差不变



第 547 题

【1460】如果在空气平行板电容器的两极板间平行地插入一块与极板面积相同的金属板，则由于金属板的插入及其相对极板所放位置的不同，对电容器电容的影响为：

(A) 使电容减小，但与金属板相对极板的位置无关
(B) 使电容减小，且与金属板相对极板的位置有关
(C) 使电容增大，但与金属板相对极板的位置无关
(D) 使电容增大，且与金属板相对极板的位置有关

第 548 题

【1123】如果某带电体其电荷分布的体密度 ρ 增大为原来的 2 倍，则其电场的能量变为原来的

(A) 2 倍 (B) 1/2 倍 (C) 4 倍 (D) 1/4 倍

第 549 题

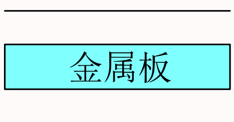
【1224】一空气平行板电容器充电后与电源断开，然后在两极板间充满某种各向同性、均匀电介质，则电场强度的大小 E、电容 C、电压 U、电场能量 W 四个量各自与充入介质前相比较，增大 $(\uparrow)$ 或减小 $(\downarrow)$ 的情形为

(A) $E\uparrow$，$C\uparrow$，$U\uparrow$，$W\uparrow$ (B) $E\downarrow$，$C\uparrow$，$U\downarrow$，$W\downarrow$
(C) $E\downarrow$，$C\uparrow$，$U\uparrow$，$W\downarrow$ (D) $E\uparrow$，$C\downarrow$，$U\downarrow$，$W\uparrow$

第 550 题

【1524】将一空气平行板电容器接到电源上充电到一定电压后，断开电源。再将一块与极板面积相同的金属板平行地插入两极板之间，如图所示，则由于金属板的插入及其所放位置的不同，对电容器储能的影响为：

(A) 储能减少，但与金属板相对极板的位置无关
(B) 储能减少，且与金属板相对极板的位置有关
(C) 储能增加，但与金属板相对极板的位置无关
(D) 储能增加，且与金属板相对极板的位置有关

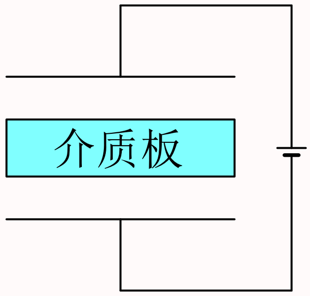


第 551 题

【1533】将一空气平行板电容器接到电源上充电到一定电压后，在保持与电源连接的情况下，把一块与极板面积相同的各向同性均匀电介质板平行地插入两极板之间，如图所示。介质板的插入及其所处位置的不同，对电容器储存电能的影响为：

(A) 储能减少，但与介质板相对极板的位置无关
(B) 储能减少，且与介质板相对极板的位置有关

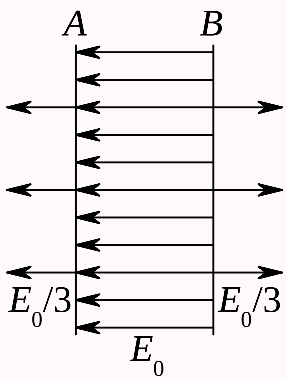
(C) 储能增加，但与介质板相对极板的位置无关
(D) 储能增加，且与介质板相对极板的位置有关



二、填空题

第 552 题

【1042】A、B 为真空中两个平行的“无限大”均匀带电平面，已知两平面间的电场强度大小为 E_0，两平面外侧电场强度大小都为 $E_0/3$，方向如图。则 A、B 两平面上的电荷面密度分别为 $\sigma_A =$______，$\sigma_B =$______。

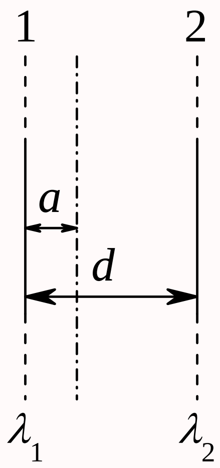


第 553 题

【1049】由一根绝缘细线围成的边长为 l 的正方形线框，使它均匀带电，其电荷线密度为 λ，则在正方形中心处的电场强度的大小 $E =$______。

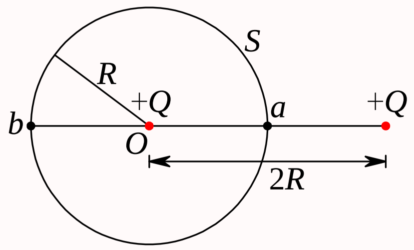
第 554 题

【1050】两根相互平行的“无限长”均匀带正电直线 1、2，相距为 d，其电荷线密度分别为 λ_1 和 λ_2 如图所示，则场强等于零的点与直线 1 的距离 a 为______。



第 555 题

【1500】如图所示，真空中两个正点电荷 Q，相距 $2R$。若以其中一点电荷所在处 O 点为中心，以 R 为半径作高斯球面 S，则通过该球面的电场强度通量 =_____；若以 $\vec{r}_0$ 表示高斯面外法线方向的单位矢量，则高斯面上 a、b 两点的电场强度分别为_____。

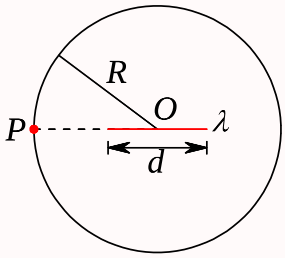


第 556 题

【1567】一半径为 R 的"无限长"均匀带电圆柱面，其电荷面密度为 σ。该圆柱面内、外场强分布为 ($\vec{r}$ 表示在垂直于圆柱面的平面上，从轴线处引出的矢径)：$\vec{E}(\vec{r})$ =_____$(r < R)$，$\vec{E}(\vec{r})$ =_____$(r > R)$。

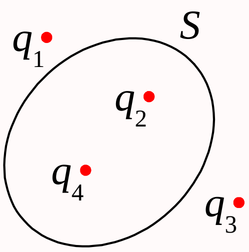
第 557 题

【5166】一均匀带电直线长为 d，电荷线密度为 $+\lambda$，以导线中点 O 为球心，R 为半径 $(R > d)$ 作一球面，如图所示，则通过该球面的电场强度通量为_____。带电直线的延长线与球面交点 P 处的电场强度的大小为_____，方向_____。



第 558 题

【1499】点电荷 q_1、q_2、q_3 和 q_4 在真空中的分布如图所示。图中 S 为闭合曲面，则通过该闭合曲面的电场强度通量 $\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=$______，式中的 $\vec{E}$ 是点电荷______ 在闭合曲面上任一点产生的场强的矢量和。

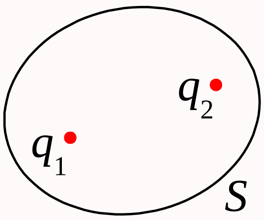


第 559 题

【1603】一面积为 S 的平面，放在场强为 $\vec{E}$ 的均匀电场中，已知 $\vec{E}$ 与平面间的夹角为 $\theta(\theta<\frac{\pi}{2})$，则通过该平面的电场强度通量的数值 $\Phi_e=$______。

第 560 题

【5426】电荷分别为 q_1 和 q_2 的两个点电荷单独在空间各点产生的静电场强分别为 $\vec{E}_1$ 和 $\vec{E}_2$，空间各点总场强为 $\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2$。现在作一封闭曲面 S，如图所示，则以下两式分别给出通过 S 的电场强度通量：$\oint_S \vec{E}_1\cdot \mathrm{d}\vec{S}=$______，$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=$______。

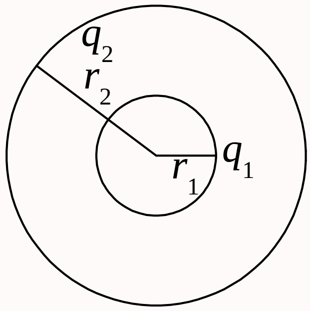


第 561 题

【1176】真空中，有一均匀带电细圆环，电荷线密度为 λ，其圆心处的电场强度 $E_0=$______，电势 $U_0=$______。(选无穷远处电势为零)

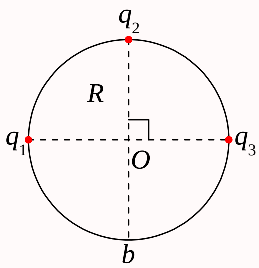
第 562 题

【1215】如图所示，两同心带电球面，内球面半径为 $r_1 = 5$ cm，带电荷 $q_1 = 3 \times 10^{-8}$ C；外球面半径为 $r_2 = 20$ cm，带电荷 $q_2 = -6 \times 10^{-8}$ C，设无穷远处电势为零，则空间另一电势为零的球面半径 $r =$______。



第 563 题

【1382】电荷分别为 q_1，q_2，q_3 的三个点电荷分别位于同一圆周的三个点上，如图所示。设无穷远处为电势零点，圆半径为 R，则 b 点处的电势 $U =$______。

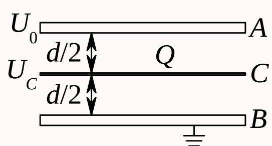


第 564 题

【1407】一半径为 R 的均匀带电圆盘，电荷面密度为 σ，设无穷远处为电势零点，则圆盘中心 O 点的电势 $U =$______。

第 565 题

【1518】一平行板电容器，极板面积为 S，相距为 d。若 B 板接地，且保持 A 板的电势 $U_A = U_0$ 不变。如图，把一块面积相同的带有电荷为 Q 的导体薄板 C 平行地插入两板中间，则导体薄板 C 的电势 $U_C =$______。



第 566 题

【1589】一半径为 R 的均匀带电球面，带有电荷 Q。若设该球面上电势为零，则球面内各点电势 $U=$______。

第 567 题

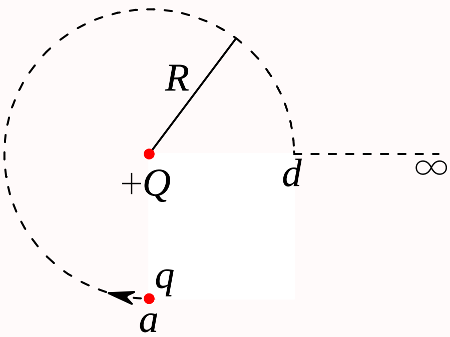
【1592】一半径为 R 的均匀带电球面，其电荷面密度为 σ。若规定无穷远处为电势零点，则该球面上的电势 $U=$______。

第 568 题

【1041】在点电荷 q 的电场中，把一个 -1.0×10^{-9} C 的电荷，从无限远处 (设无限远处电势为零) 移到离该点电荷距离 0.1 m 处，克服电场力作功 1.8×10^{-5} J，则该点电荷 $q=$______。

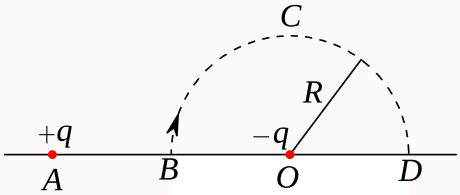
第 569 题

【1078】如图所示。试验电荷 q，在点电荷 $+Q$ 产生的电场中，沿半径为 R 的整个圆弧的 3/4 圆弧轨道由 a 点移到 d 点的过程中电场力作功为______；从 d 点移到无穷远处的过程中，电场力作功为______。



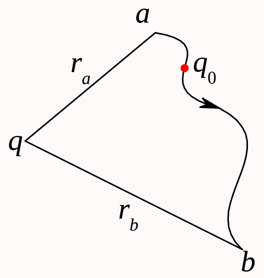
第 570 题

【1079】图示 BCD 是以 O 点为圆心，以 R 为半径的半圆弧，在 A 点有一电荷为 $+q$ 的点电荷，O 点有一电荷为 $-q$ 的点电荷。线段 $\overline{BA}=R$。现将一单位正电荷从 B 点沿半圆弧轨道 BCD 移到 D 点，则电场力所作的功为______。



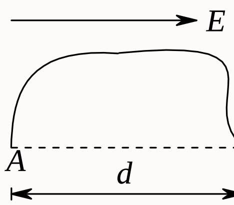
第 571 题

【1313】如图所示，在电荷为 q 的点电荷的静电场中，将一电荷为 q_0 的试验电荷从 a 点经任意路径移动到 b 点，电场力所作的功 $A=$______。



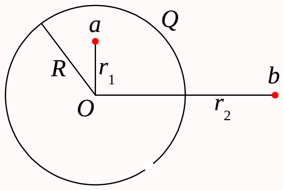
第 572 题

【1438】如图所示，在场强为 $\vec{E}$ 的均匀电场中，A、B 两点间距离为 d。AB 连线方向与 $\vec{E}$ 方向一致。从 A 点经任意路径到 B 点的场强线积分 $\int_{AB}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=$______。



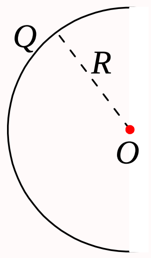
第 573 题

【1507】如图所示，在半径为 R 的球壳上均匀带有电荷 Q，将一个点电荷 $q(q\ll Q)$ 从球内 a 点经球壳上一个小孔移到球外 b 点。则此过程中电场力作功 $A=$______。



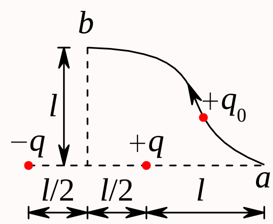
第 574 题

【5167】真空中有一半径为 R 的半圆细环，均匀带电 Q，如图所示。设无穷远处为电势零点，则圆心 O 点处的电势 $U=$______，若将一带电量为 q 的点电荷从无穷远处移到圆心 O 点，则电场力做功 $A=$______。



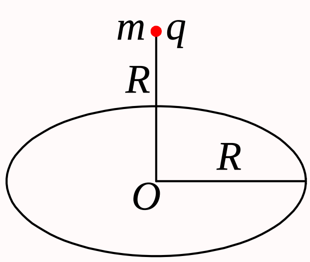
第 575 题

【1508】如图所示，在点电荷 $+q$ 和 $-q$ 产生的电场中，将一点电荷 $+q_0$ 沿箭头所示路径由 a 点移至 b 点，则外力作功 $A=$______。



第 576 题

【1242】一半径为 R 的均匀带电细圆环，带有电荷 Q，水平放置。在圆环轴线的上方离圆心 R 处，有一质量为 m、带电荷为 q 的小球。当小球从静止下落到圆心位置时，它的速度为 $v=$______。



第 577 题

【1371】已知一平行板电容器，极板面积为 S，两板间隔为 d，其中充满空气。当两极板上加电压 U 时，忽略边缘效应，两极板间的相互作用力 $F=$______。

第 578 题

【1450】一电矩为 $\vec{p}$ 的电偶极子在场强为 $\vec{E}$ 的均匀电场中，$\vec{p}$ 与 $\vec{E}$ 间的夹角为 θ，则它所受的电场力 $\vec{F}=$______，力矩的大小 $M=$______。

第 579 题

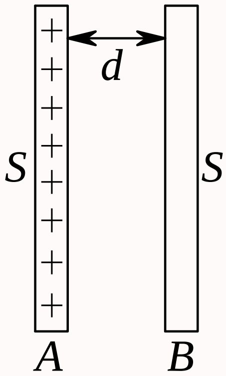
【1613】一质量为 m，电荷为 q 的粒子，从电势为 U_A 的 A 点，在电场力作用下运动到电势为 U_B 的 B 点。若粒子到达 B 点时的速率为 v_B，则它在 A 点时的速率 $v_A=$______。

第 580 题

【1116】一空气平行板电容器，两极板间距为 d，充电后板间电压为 U。然后将电源断开，在两板间平行地插入一厚度为 $d/3$ 的金属板，则板间电压变成 $U'=$______。

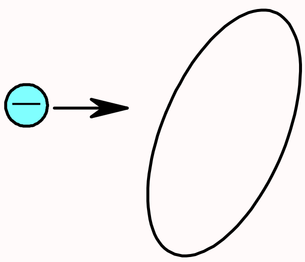
第 581 题

【1152】如图所示，把一块原来不带电的金属板 B，移近一块已带有正电荷 Q 的金属板 A，平行放置。设两板面积都是 S，板间距离是 d，忽略边缘效应。当 B 板不接地时，两板间电势差 $U_{AB}=$______；B 板接地时两板间电势差 $U'_{AB}=$______。



第 582 题

【1175】如图所示，将一负电荷从无穷远处移到一个不带电的导体附近，则导体内的电场强度______，导体的电势______。(填“增大”、“不变”、“减小”)



第 583 题

【1330】一金属球壳的内、外半径分别为 R_1 和 R_2，带电荷为 Q。在球心处有一电荷为 q 的点电荷，则球壳内表面上的电荷面密度 $\sigma=$______。

第 584 题

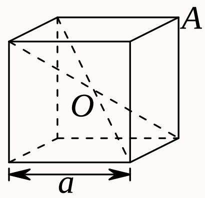
【1486】一任意形状的带电导体，其电荷面密度分布为 $\sigma(x, y, z)$，则在导体表面外附近任意点处的电场强度的大小 $E(x, y, z) =$_____，其方向_____。

第 585 题

【1644】在一个带正电荷的金属球附近，放一个带正电的点电荷 q_0，测得 q_0 所受的力为 F，则 F/q_0 的值一定_____ 于不放 q_0 时该点原有的场强大小。(填“大”、“等”、“小”)

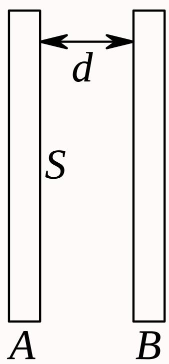
第 586 题

【5108】静电场中有一立方形均匀导体，边长为 a。已知立方导体中心 O 处的电势为 U_0，则立方体顶点 A 的电势为_____。



第 587 题

【5119】如图所示，A、B 为靠得很近的两块平行的大金属平板，两板的面积均为 S，板间的距离为 d。今使 A 板带电荷 q_A，B 板带电荷 q_B，且 $q_A > q_B$。则 A 板的靠近 B 的一侧所带电荷为_____；两板间电势差 $U =$_____。



第 588 题

【1104】在相对介电常量为 ε_r 的各向同性的电介质中，电位移矢量与场强之间的关系是_____。

第 589 题

【1105】半径为 R_1 和 R_2 的两个同轴金属圆筒，其间充满着相对介电常量为 ε_r 的均匀介质。设两筒上单位长度带有的电荷分别为 $+\lambda$ 和 $-\lambda$，则介质中离轴线的距离为 r 处的电位移矢量的大小 $D =$_____，电场强度的大小 $E =$_____。

第 590 题

【1207】一平行板电容器，充电后切断电源，然后使两极板间充满相对介电常量为 ε_r 的各向同性均匀电介质。此时两极板间的电场强度是原来的_____ 倍；电场能量是原来的_____ 倍。

第 591 题

【1390】一个半径为 R 的薄金属球壳，带有电荷 q，壳内真空，壳外是无限大的相对介电常量为 ε_r 的各向同性均匀电介质。设无穷远处为电势零点，则球壳的电势 $U =$_____。

第 592 题

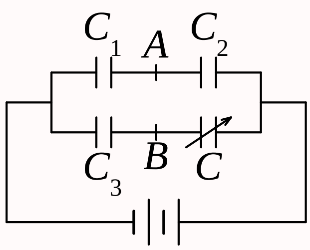
【1629】一个带电荷 q、半径为 R 的金属球壳，壳内是真空，壳外是介电常量为 ε 的无限大各向同性均匀电介质，则此球壳的电势 $U =$_____。

第 593 题

【1631】两个点电荷在真空中相距 $d_1 = 7$ cm 时的相互作用力与在煤油中相距 $d_2 = 5$ cm 时的相互作用力相等，则煤油的相对介电常量 $\varepsilon_r =$_____。

第 594 题

【1465】如图所示，电容 C_1、C_2、C_3 已知，电容 C 可调，当调节到 A、B 两点电势相等时，电容 $C =$_____。



第 595 题

【5106】一平行板电容器充电后切断电源，若使二极板间距离增加，则二极板间场强_____，电容_____。(填“增大”或“减小”或“不变”)

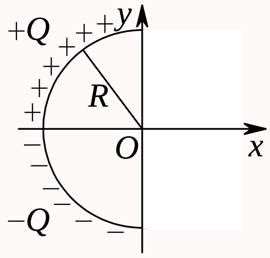
第 596 题

【1220】一空气电容器充电后切断电源，电容器储能 W_0，若此时在极板间灌入相对介电常量为 ε_r 的煤油，则电容器储能变为 W_0 的______ 倍。如果灌煤油时电容器一直与电源相连接，则电容器储能将是 W_0 的______ 倍。

三、计算题

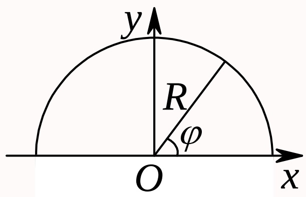
第 597 题

【1009】一个细玻璃棒被弯成半径为 R 的半圆形，沿其上半部分均匀分布有电荷 $+Q$，沿其下半部分均匀分布有电荷 $-Q$，如图所示。试求圆心 O 处的电场强度。



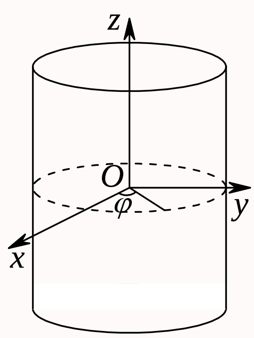
第 598 题

【1010】带电细线弯成半径为 R 的半圆形，电荷线密度为 $\lambda=\lambda_0\sin\varphi$，式中 λ_0 为一常数，φ 为半径 R 与 x 轴的夹角，如图所示。试求环心 O 处的电场强度。



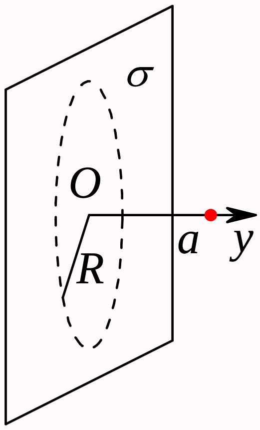
第 599 题

【1012】一“无限长”圆柱面，其电荷面密度为：$\sigma=\sigma_0\cos\varphi$，式中 φ 为半径 R 与 x 轴所夹的角，试求圆柱轴线上一点的场强。



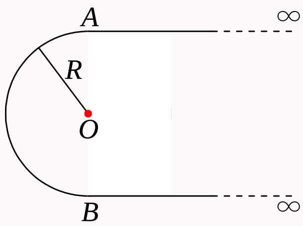
第 600 题

【1096】如图所示，一电荷面密度为 σ 的“无限大”平面，在距离平面 a 处的一点的场强大小的一半是由平面上的一个半径为 R 的圆面积范围内的电荷所产生的。试求该圆半径的大小。



第 601 题

【1190】电荷线密度为 λ 的“无限长”均匀带电细线，弯成图示形状。若半圆弧 $\overset{\frown}{AB}$ 的半径为 R，试求圆心 O 点的场强。



第 602 题

【1262】用绝缘细线弯成的半圆环，半径为 R，其上均匀地带有正电荷 Q，试求圆心 O 点的电场强度。

第 603 题

【1264】一半径为 R 的半球面，均匀地带有电荷，电荷面密度为 σ，求球心 O 处的电场强度。

第 604 题

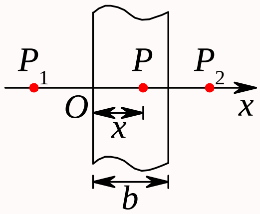
【1373】一半径为 R 的带电球体，其电荷体密度分布为：$\rho = Ar(r \leqslant R)$，$\rho = 0(r > R)$，A 为一常量。试求球体内外的场强分布。

第 605 题

【1374】一半径为 R 的带电球体，其电荷体密度分布为：$\rho=\dfrac{qr}{\pi R^4}(r\leqslant R)$($q$ 为一正的常量)，$\rho=0(r>R)$。试求：(1) 带电球体的总电荷；(2) 球内、外各点的电场强度；(3) 球内、外各点的电势。

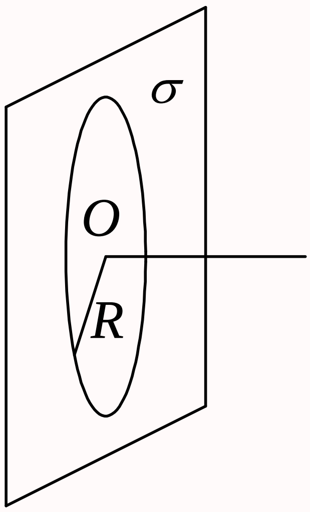
第 606 题

【1503】如图所示，一厚为 b 的“无限大”带电平板，其电荷体密度分布为：$\rho=kx(0\leqslant x\leqslant b)$，式中 k 为一正的常量。求：(1) 平板外两侧任一点 P_1 和 P_2 处的电场强度大小；(2) 平板内任一点 P 处的电场强度；(3) 场强为零的点在何处？



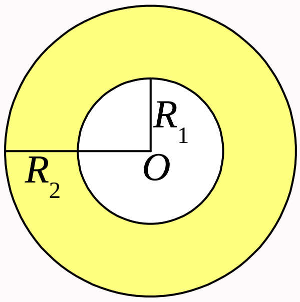
第 607 题

【1180】一“无限大”平面，中部有一半径为 R 的圆孔，设平面上均匀带电，电荷面密度为 σ。如图所示，试求通过小孔中心 O 并与平面垂直的直线上各点的场强和电势 (选 O 点的电势为零)。



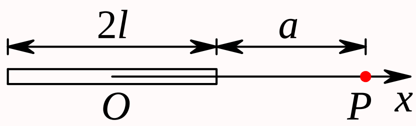
第 608 题

【1519】图示为一个均匀带电的球层，其电荷体密度为 ρ，球层内表面半径为 R_1，外表面半径为 R_2。设无穷远处为电势零点，求空腔内任一点的电势。



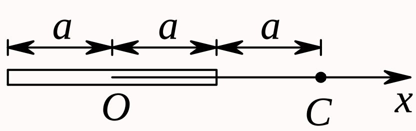
第 609 题

【1597】电荷 q 均匀分布在长为 $2l$ 的细杆上，求在杆外延长线上与杆端距离为 a 的 P 点的电势 (设无穷远处为电势零点)。



第 610 题

【1380】真空中一均匀带电细直杆，长度为 $2a$，总电荷为 $+Q$，沿 Ox 轴固定放置 (如图)。一运动粒子质量为 m、带有电荷 $+q$，在经过 x 轴上的 C 点时，速率为 v。试求：(1) 粒子在经过 C 点时，它与带电杆之间的相互作用电势能 (设无穷远处为电势零点)；(2) 粒子在电场力作用下运动到无穷远处的速率 v_∞(设 v_∞ 远小于光速)。

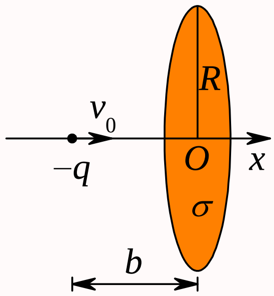


第 611 题

【5093】电荷 $Q(Q>0)$ 均匀分布在长为 L 的细棒上，在细棒的延长线上距细棒中心 O 距离为 a 的 P 点处放一电荷为 $q(q>0)$ 的点电荷，求带电细棒对该点电荷的静电力。

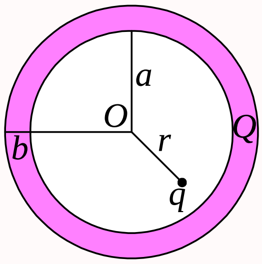
第 612 题

【5246】如图所示，一个半径为 R 的均匀带电圆板，其电荷面密度为 $\sigma(>0)$，今有一质量为 m，电荷为 $-q$ 的粒子 ($q>0$) 沿圆板轴线 (x 轴) 方向向圆板运动，已知在距圆心 O（也是 x 轴原点）为 b 的位置上时，粒子的速度为 v_0，求粒子击中圆板时的速度 (设圆板带电的均匀性始终不变)。



第 613 题

【1651】如图所示，一内半径为 a、外半径为 b 的金属球壳，带有电荷 Q，在球壳空腔内距离球心 r 处有一点电荷 q。设无限远处为电势零点，试求：(1) 球壳内外表面上的电荷。(2) 球心 O 点处，由球壳内表面上电荷产生的电势。(3) 球心 O 点处的总电势。



第八章 电学

一、选择题

第 494 题

【1003】下列几个说法中哪一个是正确的？

(A) 电场中某点场强的方向，就是将点电荷放在该点所受电场力的方向

(B) 在以点电荷为中心的球面上，由该点电荷所产生的场强处处相同

(C) 场强可由 $\vec{E}=\dfrac{\vec{F}}{q}$ 定出，其中 q 为试验电荷，q 可正、可负，$\vec{F}$ 为试验电荷所受的电场力

(D) 以上说法都不正确

解析

【答案】C

【解析】电场强度。

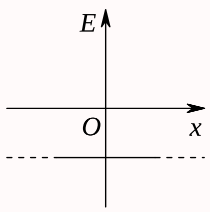
(A)，如果点电荷所带电荷为正，则电场力方向即为该处电场强度的方向；如果点电荷所带电荷为负，则电场力方向与该处电场强度的方向相反。

(B)，电场强度是一个矢量，在点电荷所在位置为球心的球面上，各处电场强度的大小相等，但方向各不相同，所以电场强度不同。

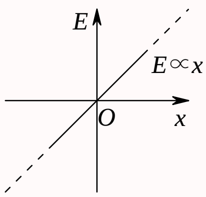
(C)，电场强度可以由 $\vec{E}=\dfrac{\vec{F}}{q}$ 计算得到，但不能说电场强度与检验电荷所反比，成所受电场力成正比。

第 495 题

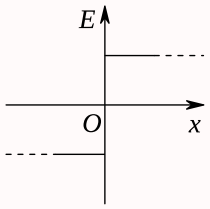
【1405】设有一“无限大”均匀带正电荷的平面。取 x 轴垂直带电平面，坐标原点在带电平面上，则其周围空间各点的电场强度 $\vec{E}$ 随距离平面的位置坐标 x 变化的关系曲线为 (规定场强方向沿 x 轴正向为正、反之为负)：



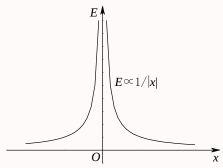
(A)



(B)



(C)



(D)

解析

【答案】C

【解析】电场强度，高斯定理。

设平面电荷面密度为 σ，高斯面取为一圆柱面，底面与平面平行，侧面与平面垂直，底面积为 S，高为 h，则在底面处，各点的电场强度相等，方向都是垂直底面向外，而在侧面，虽然各点的电场强度大小不等，但各点电场强度的方向都与侧面平行，所以通量为零，因此，由高斯定理可得

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = E\cdot 2S = \frac{\sigma S}{\varepsilon}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon}$$

即在平面两侧都是一个匀强电场，场强的大小相等，但两侧场强的方向相反。

第 496 题

【1551】关于电场强度定义式 $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q_0}$，下列说法中哪个是正确的？

(A) 场强 $\vec{E}$ 的大小与试探电荷 q_0 的大小成反比

(B) 对场中某点，试探电荷受力 $\vec{F}$ 与 q_0 的比值不因 q_0 而变

(C) 试探电荷受力 $\vec{F}$ 的方向就是场强 $\vec{E}$ 的方向

(D) 若场中某点不放试探电荷 q_0，则 $\vec{F}=0$，从而 $\vec{E}=0$

解析

【答案】B

【解析】电场强度。

电场强度的大小和方向可以由

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

来计算得到，但电场与检验电荷并没有关系，不管检验电荷存在不存在，不管检验电荷带正电还是负电，电场都不会发生变化，因此不能说电场强度的大小与检验电荷的大小成反比，如果检验电荷带正电，那么它所受到的电场力的方向与该处电场强度的方向相同，如果检验电荷带负电，那么它所受到的电场力的方向与该处电场强度的方向相反。

第 497 题

【1558】下面列出的真空中静电场的场强公式，其中哪个是正确的？

(A) 点电荷 q 的电场：$\vec{E}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$($r$ 为点电荷到场点的距离)

(B)“无限长”均匀带电直线 (电荷线密度 λ) 的电场：$\vec{E}=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}$($\vec{r}$ 为带电直线到场点的垂直于直线的矢量)

(C)“无限大”均匀带电平面 (电荷面密度 σ) 的电场：$\vec{E}=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

(D) 半径为 R 的均匀带电球面 (电荷面密度 σ) 外的电场：$\vec{E}=\dfrac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^3}\vec{r}$($\vec{r}$ 为球心到场点的矢量)

解析

【答案】D

【解析】常见模型的电场强度，高斯定理。

高斯定理

$$\oint_S \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}$$

关键在于根据带电体的对称性选择适当的高斯面，使得在高斯面上的电通量能够方便地积分得到。对于点电荷，通常以点电荷为球心，以任意 r 为半径，做一球面选做高斯面，则高斯面上各点的电场强度大小相等，方向都与该处的面元垂直，所以有

$$E\cdot 4\pi r^2=\frac{q}{\varepsilon_0}$$
$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$
$$\vec{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{\mathrm{e}}_r=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}$$

对于无限长均匀带电直导线，通常选择高斯面为一半径为 r、高为 h 的圆柱面，以导线所在直线为圆柱面的中心轴线，底面与导线垂直，侧面与导线平行，则在两个底面处，电场强度的方向与底面平行，所以通量为零；而在侧面上，各点的电场强度大小相等，方向均与该处的面元垂直，所以有

$$E\cdot 2\pi rh=\frac{\lambda h}{\varepsilon_0}$$
$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$
$$\vec{E}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{\mathrm{e}}_r=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{r}$$

对于无限大均匀带电平面，通常选择高斯面为一底面积为 S、高为 h 的圆柱面，底面与平面平行，侧面与平面垂直，两底面分居平面两侧等距离处，则在侧面上，电场强度的方向与侧面平行，所以通量为零；而在两个底面上，各点的电场强度大小相等，方向均与该处的面元垂直，所以有

$$E\cdot 2S=\frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$
$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$
$$\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{\mathrm{e}}_r$$

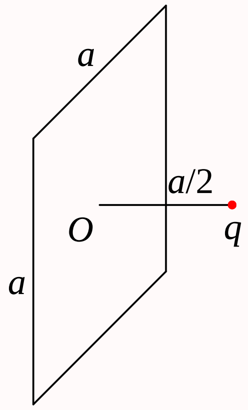
对于半径为 R 的均匀带电球面，通常选择高斯面为一半径为 r、与带面球面同心的球面，则在高斯面上，各点的电场强度大小相等，方向均与该处的面元垂直，所以有

$$E\cdot 4\pi r^2=\frac{\sigma\cdot 4\pi R^2}{\varepsilon_0}$$
$$E=\frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2}$$
$$\vec{E}=\frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r=\frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^3}\vec{r}$$

第 498 题

【1035】有一边长为 a 的正方形平面，在其中垂线上距中心 O 点 $a/2$ 处，有一电荷为 q 的正点电荷，如图所示，则通过该平面的电场强度通量为

(A) $\dfrac{q}{3\varepsilon_0}$ (B) $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}$ (C) $\dfrac{q}{3\pi\varepsilon_0}$ (D) $\dfrac{q}{6\varepsilon_0}$



解析

【答案】D

【解析】高斯定理，电场强度的通量。

以点电荷为中心，选择一个边长为 a 的立方体表面为高斯面，图示正方形平面为立方体的一个面，根据对称性，通过六个面的电通量相等，而根据高斯定理有，通过整个立方体表面的电通量为

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}$$

所以，通过一个面的电通量为 $\dfrac{q}{6\varepsilon_0}$。

第 499 题

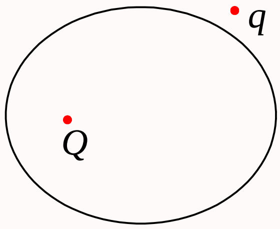
【1056】点电荷 Q 被曲面 S 所包围，从无穷远处引入另一点电荷 q 至曲面外一点，如图所示，则引入前后：

(A) 曲面 S 的电场强度通量不变，曲面上各点场强不变

(B) 曲面 S 的电场强度通量变化，曲面上各点场强不变

(C) 曲面 S 的电场强度通量变化，曲面上各点场强变化

(D) 曲面 S 的电场强度通量不变，曲面上各点场强变化



解析

【答案】D

【解析】高斯定理，电场强度及其通量。

高斯定理

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}$$

中，式子右边的电荷量是高斯面所包围的电荷，与高斯面外的电荷无关，所以，引入前后，高斯面内的电荷量没有发生变化，因此通过同一曲面的电场强度的通量也没有变化，但任意一点的电场强度是由两个点电荷各自产生的电场的叠加，因此曲面上各点的电场强度发生了变化。

第 500 题

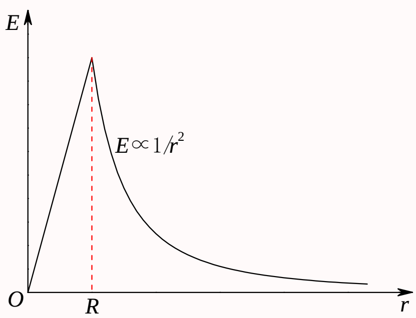
【1255】图示为一具有球对称性分布的静电场的 $E-r$ 关系曲线。请指出该静电场是由下列哪种带电体产生的

(A) 半径为 R 的均匀带电球面

(B) 半径为 R 的均匀带电球体

(C) 半径为 R 的、电荷体密度为 $\rho=Ar$(A 为常数) 的非均匀带电球体

(D) 半径为 R 的、电荷体密度为 $\rho=A/r$(A 为常数) 的非均匀带电球体



解析

【答案】B

【解析】高斯定理，电场强度及其通量。

不管是哪种情况的带电体，电荷分布都具有球对称性，所以都可以选择球面为高斯面。在球体外部空间，都可以把带电体看成电荷集中在球心的点电荷，因此球外空间的电场强度的大小均为

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

而对于球内部空间，四种情况产生的电场各不相同。

对于均匀带电球面，球内没有电荷分布，因此电通量为零，电场强度为零，即球内无电场分布。

对于均匀带电球体，由高斯定理有

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=E\cdot 4\pi r^2=\frac{q}{\varepsilon_0}=\frac{\rho\cdot\frac{4}{3}\pi r^3}{\varepsilon_0}$$
$$E=\frac{\rho r}{3\varepsilon_0}\propto r$$

对于半径为 R 的、电荷体密度为 $\rho=Ar(A$ 为常数) 的非均匀带电球体，由高斯定理有

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=E\cdot 4\pi r^2=\frac{q}{\varepsilon_0}=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^r \rho\cdot 4\pi r^2 \mathrm{d}r=\frac{4\pi A}{\varepsilon_0}\int_0^r r^3\mathrm{d}r=\frac{\pi A r^4}{\varepsilon_0}$$
$$E=\frac{Ar^2}{4\varepsilon_0}\propto r^2$$

对于半径为 R 的、电荷体密度为 $\rho=A/r(A$ 为常数) 的非均匀带电球体，由高斯定理有

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=E\cdot 4\pi r^2=\frac{q}{\varepsilon_0}=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^r \rho\cdot 4\pi r^2 \mathrm{d}r=\frac{4\pi A}{\varepsilon_0}\int_0^r r\mathrm{d}r=\frac{2\pi A r^2}{\varepsilon_0}$$
$$E=\frac{A}{2\varepsilon_0}=\mathrm{C}$$

第 501 题

【1370】半径为 R 的均匀带电球面，若其电荷面密度为 σ，则在距离球面 R 处的电场强度大小为：

(A) $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ (B) $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ (C) $\frac{\sigma}{4\varepsilon_0}$ (D) $\frac{\sigma}{8\varepsilon_0}$

解析

【答案】C

【解析】高斯定理，电场强度。

关于题目中“距离球面 R 处”个人认为表述上不太严谨，一则没有说明球内还是球外，二则到一个曲面的距离要怎么定义？这里理解成半径为 $2R$ 的球面。

取半径为 $r=2R$ 的球面为高斯面，由高斯定理，得

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=E\cdot 4\pi r^2=E\cdot 4\pi(2R)^2=16\pi R^2 E=\frac{q}{\varepsilon_0}=\frac{\sigma\cdot 4\pi R^2}{\varepsilon_0}$$
$$E=\frac{\sigma}{4\varepsilon_0}$$

第 502 题

【1432】高斯定理 $\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\int_V \rho \mathrm{d}V/\varepsilon_0$

(A) 适用于任何静电场

(B) 只适用于真空中的静电场

(C) 只适用于具有球对称性、轴对称性和平面对称性的静电场

(D) 只适用于虽然不具有 (C) 中所述的对称性、但可以找到合适的高斯面的静电场

解析

【答案】A

【解析】高斯定理。

高斯定理本身适用于任何静电场。只是对于真空中的静电场，右边的电荷只包括自由电荷，因为真空中并不存在束缚电荷，而对于介质，电荷包含了自由电荷和束缚电荷。关于对称性，定理本身并不要求一定要具有什么对称性，但在具体的计算过程中，只有某些特殊对称性的电场，才可以取比较适当的高斯面，可以求出通过高斯面的电通量。

第 503 题

【1434】关于高斯定理的理解有下面几种说法，其中正确的是：

(A) 如果高斯面上 $\vec{E}$ 处处为零，则该面内必无电荷

(B) 如果高斯面内无电荷，则高斯面上 $\vec{E}$ 处处为零

(C) 如果高斯面上 $\vec{E}$ 处处不为零，则高斯面内必有电荷

(D) 如果高斯面内有净电荷，则通过高斯面的电场强度通量必不为零

解析

【答案】D

【解析】高斯定理。

高斯定理是指电场在高斯面上的通量与高斯面所包围的全部净电荷之间的关系。

如果高斯面上各点的电场都为零，那么通过高斯面的通量也一定为零，所以高斯面内的净电荷为零，但可以有等量的异号电荷存在，比如高斯面选为空腔导体球内的任一曲面，但空腔内存在有等量异号的电荷。

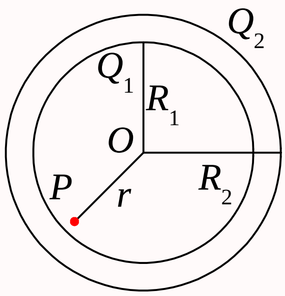
如果高斯面内无电荷，则净电荷为零，但高斯面上的电场是所有电荷的电场之和，不仅与面内的电荷有关，还与面外的电荷也有关系，如一匀强电场。对于匀强电场，处处电场强度不为零，但任意一个高斯面内都没有电荷。

第 504 题

【1490】如图所示，两个同心的均匀带电球面，内球面半径为 R_1、带有电荷 Q_1，外球面半径为 R_2、带有电荷 Q_2，则在内球面里面、距离球心为 r 处的 P 点的场强大小 E 为：

(A) $\dfrac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$　　(B) $\dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1^2}+\dfrac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2^2}$

(C) $\dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ (D) 0



解析

【答案】D

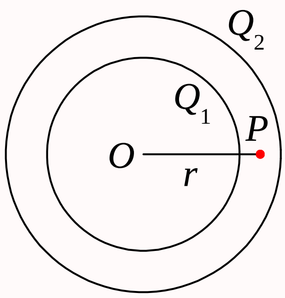
【解析】高斯定理。

由于电荷分布具有球对称性，所以电场分布也具有球对称性，所以在与球面同心的任意一个球面上，各点的电场强度的大小相等，方向沿半径方向。所以，以与带电球面同心的球面为高斯面，运用高斯定理，很容易知道，对于 $r < R_1$ 的球面，所包围的电荷为零，所以球面上的电场强度为零。

第 505 题

【1492】如图所示，两个同心的均匀带电球面，内球面带电荷 Q_1，外球面带电荷 Q_2，则在两球面之间、距离球心为 r 处的 P 点的场强大小 E 为：

(A) $\dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ (B) $\dfrac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ (C) $\dfrac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ (D) $\dfrac{Q_2-Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$



解析

【答案】A

【解析】高斯定理。

由于电荷分布具有球对称性，所以电场分布也具有球对称性，所以在与球面同心的任意一个球面上，各点的电场强度的大小相等，方向沿半径方向。所以，以与带电球面同心的球面为高斯面，运用高斯定理，很容易知道，对于 $R_1 < r < R_2$ 的球面，所包围的电荷为 Q_1，所以由高斯定理可得

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

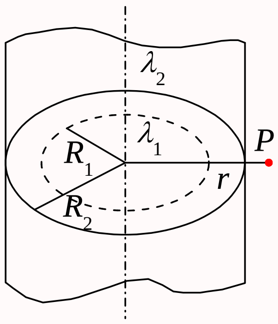
$$E\cdot 4\pi r^2=\frac{Q_1}{\varepsilon_0}$$
$$E=\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

第 506 题

【1494】如图所示，两个“无限长”的、半径分别为 R_1 和 R_2 的共轴圆柱面，均匀带电，沿轴线方向单位长度上的所带电荷分别为 λ_1 和 λ_2，则在外圆柱面外面、距离轴线为 r 处的 P 点的电场强度大小 E 为：

(A) $\dfrac{\lambda_1+\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0 r}$　(B) $\dfrac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0(r-R_1)}+\dfrac{\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0(r-R_2)}$

(C) $\dfrac{\lambda_1+\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0(r-R_2)}$　(D) $\dfrac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0 R_1}+\dfrac{\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0 R_2}$



解析

【答案】A

【解析】高斯定理。

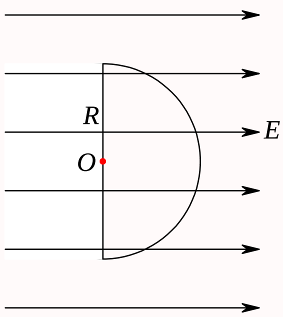
由于电荷分布具有轴对称性，所以电场分布也具有轴对称性，所以在与带电柱面同轴的任意一个柱面上，各点的电场强度的大小相等，方向沿半径方向。所以，以与带电柱面同轴的、半径为 $r>R_2$、高为 h 的柱面为高斯面，运用高斯定理，很容易知道，

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}$$
$$E\cdot 2\pi rh=\frac{(\lambda_1+\lambda_2)h}{\varepsilon_0}$$
$$E=\frac{\lambda_1+\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

第 507 题

【5083】若匀强电场的场强为 $\vec{E}$，其方向平行于半径为 R 的半球面的轴，如图所示。则通过此半球面的电场强度通量 Φ_e 为

(A) πR^2E　(B) $2\pi R^2E$　(C) $\dfrac{1}{2}\pi R^2E$　(D) $\sqrt{2}\pi R^2E$　(E) $\pi R^2E/\sqrt{2}$



解析

【答案】A

【解析】高斯定理，电通量。

以半球面 S_1 与圆面 S_2 为高斯面，则高斯面所包围的空间中电荷为零，因此通过整个高斯面的通量为零，所以

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0} = 0$$
$$\int_{S_1} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} + \int_{S_2} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$
$$\int_{S_1} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = -\int_{S_2} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = -(-E\cdot \pi R^2) = \pi R^2 E$$

即，本题将不容易积分的半球面上的电通量换成比较容易计算的圆面上的电通量，而对于圆面是各点，因为电场强度的方向与面元的法向方向刚好相反，所以有一负号。

第 508 题

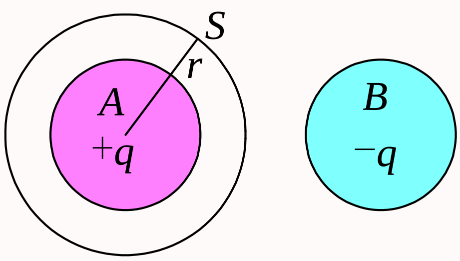
【5084】A 和 B 为两个均匀带电球体，A 带电荷 $+q$，B 带电荷 $-q$，作一与 A 同心的球面 S 为高斯面，如图所示。则

(A) 通过 S 面的电场强度通量为零，S 面上各点的场强为零

(B) 通过 S 面的电场强度通量为 $\dfrac{q}{\varepsilon_0}$，S 面上各点的场强为 $E=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

(C) 通过 S 面的电场强度通量为 $-\dfrac{q}{\varepsilon_0}$，$S$ 面上各点的场强为 $E=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

(D) 通过 S 面的电场强度通量为 $\dfrac{q}{\varepsilon_0}$，但 S 面上各点的场强不能直接由高斯定理求出



解析

【答案】D
【解析】高斯定理，电通量，电场强度。
高斯定理

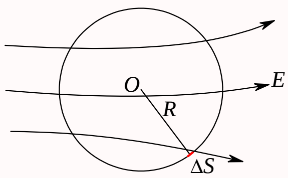
$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}$$

中，高斯面上各点的电场强度是整个空间所有电荷在该处产生的电场的矢量和，而通过整个高斯面上的电通量之和仅仅与高斯面内所包含的电荷有关，与高斯面外的电荷无关。

第 509 题

【5272】在空间有一非均匀电场，其电场线分布如图所示。在电场中作一半径为 R 的闭合球面 S，已知通过球面上某一面元 ΔS 的电场强度通量为 Φ_e，则通过该球面其余部分的电场强度通量为

(A) $-\Phi_e$ (B) $\dfrac{4\pi R^2}{\Delta S}\Phi_e$ (C) $\dfrac{4\pi R^2-\Delta S}{\Delta S}\Phi_e$ (D) 0



解析

【答案】A
【解析】高斯定理，电通量。
以球面 S 为高斯面，由于高斯面所包围的空间中电荷为零，因此通过整个高斯面的通量为零，所以

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}=0$$

$$\int_{\Delta S}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}+\int_{S'}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0$$

$$\int_{S'}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=-\int_{\Delta S}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=-\Phi_e$$

即，本题通过高斯定理，将待求曲面上的电通量转换成整个高斯面上的电通量与已知曲面上的高斯面之差。

第 510 题

【1016】静电场中某点电势的数值等于
(A) 试验电荷 q_0 置于该点时具有的电势能
(B) 单位试验电荷置于该点时具有的电势能
(C) 单位正电荷置于该点时具有的电势能
(D) 把单位正电荷从该点移到电势零点外力所作的功

解析

【答案】C

【解析】电势和电势能。

带电量为 q 的点电荷置于电场中电势为 V 处所具有的电势能为 W，则有

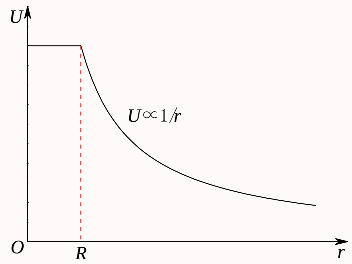
$$W = qV$$
$$V = \frac{W}{q}$$

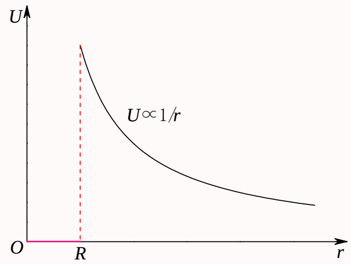
所以，电势在数值上等于单位正电荷在该处时的电势能。

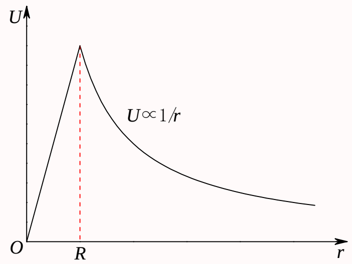
而电场力做功，电势能减少，所以某处的电势能等于电荷从该处移到电势能零点时电场力所做的功。

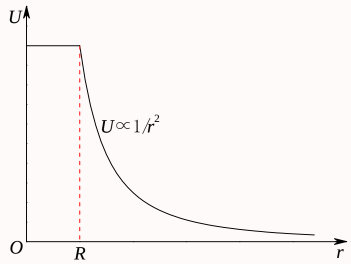
第 511 题

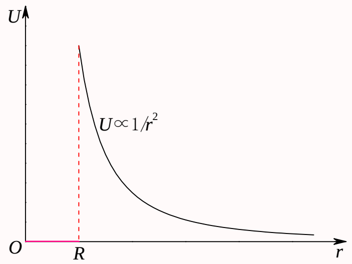
【1017】半径为 R 的均匀带电球面，总电荷为 Q。设无穷远处电势为零，则该带电体所产生的电场的电势 U，随离球心的距离 r 变化的分布曲线为

(A)


(B)


(C)


(D)


(E)


解析

【答案】A

【解析】电势。

由高斯定理很容易求得均匀带电球面的电场分布：

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}$$
$$E_1\cdot 4\pi r^2=0,E_1=0,r<R$$
$$E_2\cdot 4\pi r^2=\frac{Q}{\varepsilon_0},E_2=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2},r>R$$

所以电势分布为

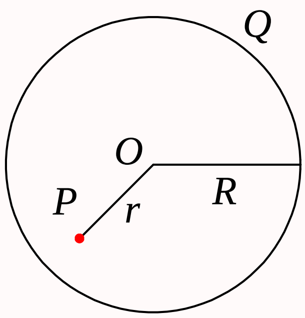
$$U_1=\int_r^\infty \vec{E}\cdot d\vec{r}=\int_r^R E_1 dr+\int_R^\infty E_2 dr=0+\int_R^\infty \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=-\left[\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}\right]_R^\infty=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$
$$U_2=\int_r^\infty \vec{E}\cdot d\vec{r}=\int_r^\infty E_2 dr=\int_r^\infty \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=-\left[\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}\right]_r^\infty=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

第 512 题

【1087】如图所示，半径为 R 的均匀带电球面，总电荷为 Q，设无穷远处的电势为零，则球内距离球心为 r 的 P 点处的电场强度的大小和电势为：

(A) $E=0$，$U=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$　　(B) $E=0$，$U=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

(C) $E=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$，$U=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$　　(D) $E=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$，$U=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$



解析

【答案】B

【解析】电势。

由高斯定理很容易求得均匀带电球面的电场分布：

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}$$
$$E_1\cdot 4\pi r^2=0,E_1=0,r<R$$
$$E_2\cdot 4\pi r^2=\frac{Q}{\varepsilon_0},E_2=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2},r>R$$

所以球内的电势分布为

$$U_1=\int_r^\infty \vec{E}\cdot d\vec{r}=\int_r^R E_1 dr+\int_R^\infty E_2 dr=0+\int_R^\infty \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=-\left[\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}\right]_R^\infty=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

第 513 题

【1267】关于静电场中某点电势值的正负，下列说法中正确的是：

(A) 电势值的正负取决于置于该点的试验电荷的正负

(B) 电势值的正负取决于电场力对试验电荷作功的正负

(C) 电势值的正负取决于电势零点的选取

(D) 电势值的正负取决于产生电场的电荷的正负

解析

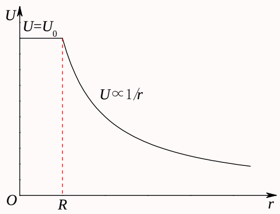
【答案】C

【解析】电势。

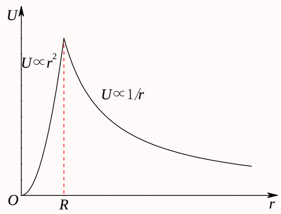
电势和电势能零点的选取。

第 514 题

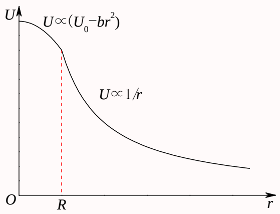
【1417】设无穷远处电势为零，则半径为 R 的均匀带电球体产生的电场的电势分布规律为 (图中的 U_0 和 b 皆为常量)：



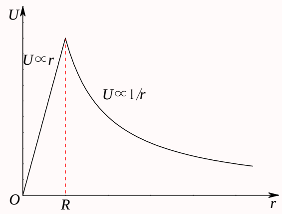
(A)



(B)



(C)



(D)

解析

【答案】C

【解析】电势。

由于电荷分布的球对称性，很容易由高斯定理求出电场分布 (设电荷体密度为 ρ)

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E_1\cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\times\frac{4}{3}\pi r^3\rho \Rightarrow E_1 = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}(\text{当 } r < R \text{ 时})$$

$$E_2\cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\times\frac{4}{3}\pi R^3\rho \Rightarrow E_2 = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}(\text{当 } r > R \text{ 时})$$

选择无穷远处为电势零点，则电势分布为

$$U_2 = \int_r^\infty \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_r^\infty E_2 \mathrm{d}r = \left[-\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r}\right]_r^\infty = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r}(\text{当 } r > R \text{ 时})$$

$$U_1=\int_r^{\infty}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=\int_r^R E_1\mathrm{d}r+\int_R^{\infty}E_2\mathrm{d}r=\left[\frac{\rho r^2}{6\varepsilon_0}\right]_r^R+\left[-\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r}\right]_R^{\infty}=\frac{\rho(R^2-r^2)}{6\varepsilon_0}+\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 R}$$
$$=\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}-\frac{\rho r^2}{6\varepsilon_0}(\text{当 } r<R \text{ 时})$$

其实从电场分布就可以直接判断出来答案是 (C)，r 越大，电势越低。

第 515 题

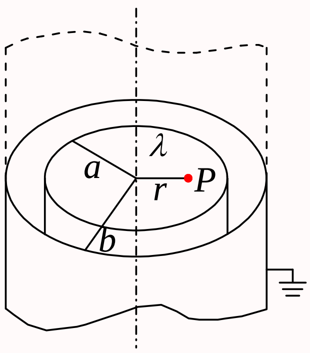
【1484】如图所示，一半径为 a 的“无限长”圆柱面上均匀带电，其电荷线密度为 λ。在它外面同轴地套一半径为 b 的薄金属圆筒，圆筒原先不带电，但与地连接。设地的电势为零，则在内圆柱面里面、距离轴线为 r 的 P 点的场强大小和电势分别为：

(A) $E=0$，$U=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{a}{r}$

(B) $E=0$，$U=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{b}{a}$

(C) $E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$，$U=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{b}{r}$

(D) $E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$，$U=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{b}{a}$



解析

【答案】B

【解析】静电平衡，高斯定理，电场强度，电势。

由于静电平衡，金属圆筒上带上也与圆柱面等量异号的电荷。

由于电荷分布的轴对称性，很容易由高斯定理求出电场分布

$$\oint_S\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}$$
$$E_1\cdot 2\pi rh=0\Rightarrow E_1=0(\text{当 } r<a \text{ 时})$$
$$E_2\cdot 2\pi rh=\frac{\lambda h}{\varepsilon_0}\Rightarrow E_2=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}(\text{当 } a<r<b \text{ 时})$$
$$E_3\cdot 2\pi rh=0\Rightarrow E_3=0(\text{当 } r>b \text{ 时})$$

选择无穷远处为电势零点，则电势分布为

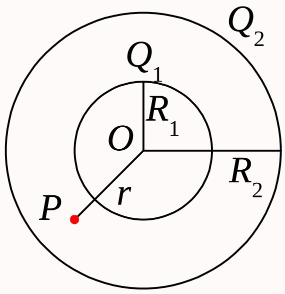
$$U_1=\int_r^{\infty}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=\int_r^a E_1\mathrm{d}r+\int_a^b E_2\mathrm{d}r+\int_b^{\infty}E_3\mathrm{d}r=\left[\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln r\right]_a^b=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{b}{a}(\text{当 } r<a \text{ 时})$$

第 516 题

【1516】如图所示，两个同心的均匀带电球面，内球面半径为 R_1、带电荷 Q_1，外球面半径为 R_2、带电荷 Q_2。设无穷远处为电势零点，则在两个球面之间、距离球心为 r 处的 P 点的电势 U 为：

(A) $\dfrac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$　　(B) $\dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1}+\dfrac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$

(C) $\dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}+\dfrac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$　　(D) $\dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1}+\dfrac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$



解析

【答案】C

【解析】高斯定理，电场强度，电势。

由于电荷分布的球对称性，很容易由高斯定理求出电场分布

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E_1\cdot 4\pi r^2=0\Rightarrow E_1=0(\text{当 } r<R_1 \text{ 时})$$

$$E_2\cdot 4\pi r^2=\frac{Q_1}{\varepsilon_0}\Rightarrow E_2=\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}(\text{当 } R_1<r<R_2 \text{ 时})$$

$$E_3\cdot 4\pi r^2=\frac{Q_1+Q_2}{\varepsilon_0}\Rightarrow E_3=\frac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}(\text{当 } r>R_2 \text{ 时})$$

选择无穷远处为电势零点，则电势分布为

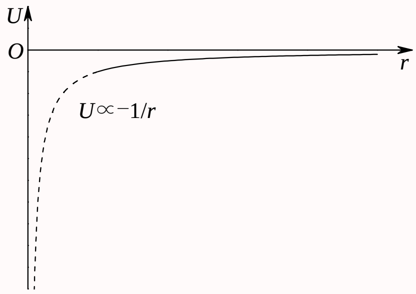
$$\begin{aligned}U_2&=\int_r^{\infty}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=\int_r^{R_2}E_2\mathrm{d}r+\int_{R_2}^{\infty}E_3\mathrm{d}r=\left[-\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}\right]_r^{R_2}+\left[-\frac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}\right]_{R_2}^{\infty}\\&=\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{R_2}\right)+\frac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}=\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}+\frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}(\text{当 } R_1<r<R_2 \text{ 时})\end{aligned}$$

第 517 题

【1582】图中所示为一球对称性静电场的电势分布曲线，r 表示离对称中心的距离。请指出该电场是由下列哪一种带电体产生的。

(A) 半径为 R 的均匀带负电球面　　(B) 半径为 R 的均匀带负电球体

(C) 正点电荷　　(D) 负点电荷



解析

【答案】D

【解析】高斯定理，电场强度，电势。

由于点电荷，电场强度为

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

当以无穷远处为电势的零点时，电势为

$$U=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

对于均匀带电球面，电场强度为

$$E_1=0(\text{当 } r<R \text{ 时})$$

$$E_2=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{\sigma\times 4\pi R^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2}(\text{当 } r>R \text{ 时})$$

当以无穷远处为电势的零点时，电势为

$$U_2=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}=\frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r}(\text{当 } r>R \text{ 时})$$

$$U_1=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}=\frac{\sigma R}{\varepsilon_0}(\text{当 } r<R \text{ 时})$$

对于均匀带电球体，电场强度为

$$E_1\cdot 4\pi r^2=\frac{\rho\times\frac{4}{3}\pi r^3}{\varepsilon_0}\Rightarrow E_1\cdot 4\pi r^2=\frac{\rho r}{3\varepsilon_0}(\text{当 } r<R \text{ 时})$$

$$E_2=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{\rho\times\frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}(\text{当 } r>R \text{ 时})$$

当以无穷远处为电势的零点时，电势为

$$U_2=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}=\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r}(\text{当 } r>R \text{ 时})$$

$$U_1=\frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0}+\frac{\rho(R^2-r^2)}{6\varepsilon_0}=\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}-\frac{\rho r^2}{6\varepsilon_0}(\text{当 } r<R \text{ 时})$$

第 518 题

【1584】一半径为 R 的均匀带电球面，带有电荷 Q。若规定该球面上的电势值为零，则无限远处的电势将等于

(A) $\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$ (B) 0 (C) $-\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$ (D) ∞

解析

【答案】C

【解析】高斯定理，电场强度，电势。

对于均匀带电球面，电场强度为

$$E_1=0(\text{当 } r<R \text{ 时})$$

$$E_2=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{\sigma\times 4\pi R^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2}(\text{当 } r>R \text{ 时})$$

当以球面处为电势的零点时，无限远处的电势为

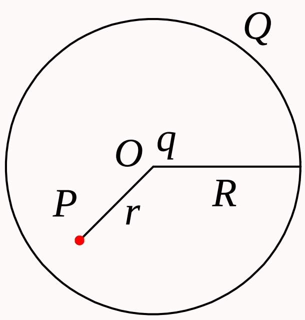
$$U_\infty=\int_\infty^R E\mathrm{d}r=\int_\infty^R E_2\mathrm{d}r=\left[-\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}\right]_\infty^R=-\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

第 519 题

【5082】真空中一半径为 R 的球面均匀带电 Q，在球心 O 处有一电荷为 q 的点电荷，如图所示。设无穷远处为电势零点，则在球内离球心 O 距离为 r 的 P 点处的电势为

(A) $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ (B) $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{q}{r}+\dfrac{Q}{R}\right)$

(C) $\dfrac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ (D) $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{q}{r}+\dfrac{Q-q}{R}\right)$



解析

【答案】B

【解析】高斯定理，电场强度，电势。

由高斯定理很容易得到电场强度的分布为

$$E_1=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}(\text{当 } r<R \text{ 时})$$

$$E_2=\frac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}(\text{当 } r>R \text{ 时})$$

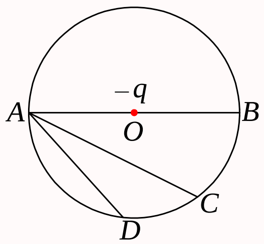
当以无穷远处为电势的零点时，P 点处的电势为

$$U=\int_r^{\infty}E\mathrm{d}r=\int_r^{R}E_1\mathrm{d}r+\int_R^{\infty}E_2\mathrm{d}r=\left[-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\right]_r^R+\left[-\frac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 r}\right]_R^{\infty}$$
$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{R}\right)+\frac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 R}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}+\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

第 520 题

【1076】点电荷 $-q$ 位于圆心 O 处，A、B、C、D 为同一圆周上的四点，如图所示。现将一试验电荷从 A 点分别移动到 B、C、D 各点，则

(A) 从 A 到 B，电场力作功最大
(B) 从 A 到 C，电场力作功最大
(C) 从 A 到 D，电场力作功最大
(D) 从 A 到各点，电场力作功相等



解析

【答案】D

【解析】点电荷的电势，电场力做功。

以无穷远为电势零点，点电荷 $-q$ 所激发的电场在同一球面上各点的电势相等。所以图中 A、B、C、D 四点的电势相等。

而电场力做功就等于电荷的电势能的改变量，电场力做正功，电势能减小，电场力做负功，电势能增加。因为四点电势相等，所以检验电荷在四点的电势能也相等，所以检验电荷从 A 点分别移动到 B、C、D 各点的过程中，电场力所做的功相等，均为零。

第 521 题

【1266】在已知静电场分布的条件下，任意两点 P_1 和 P_2 之间的电势差决定于

(A) P_1 和 P_2 两点的位置
(B) P_1 和 P_2 两点处的电场强度的大小和方向
(C) 试验电荷所带电荷的正负
(D) 试验电荷的电荷大小

解析

【答案】A

【解析】静电场的电势差。

静电场是保守场，电场点任意两点之间的电势差只与该两个位置有关，而与检验电荷无关。当然，在计算两点之间的电势差时，要用到电场的分布，因此电势差与两点之间的电场强度分布有关，而不是与该两点外的电场强度有关。

第 522 题

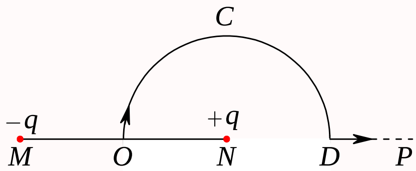
【1505】如图所示，直线 MN 长为 $2l$，弧 OCD 是以 N 点为中心，l 为半径的半圆弧，N 点有正电荷 $+q$，M 点有负电荷 $-q$。今将一试验电荷 $+q_0$ 从 O 点出发沿路径 $OCDP$ 移到无穷远处，设无穷远处电势为零，则电场力作功

(A) $A<0$，且为有限常量

(B) $A>0$，且为有限常量

(C) $A=\infty$

(D) $A=0$



解析

【答案】D

【解析】点电荷的电势，电势叠加原理，电场力做功。

电场力做功等于电荷电势能的减少。静电场力为保守力，静电场力做功只与始末位置有关，与中间具体路径无关。

以无穷远为零电势点时，点电荷所激发的电场的电势为

$$V=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

所以 N 点正电荷 $+q$ 在 O 点的电势为

$$V_1=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l}$$

M 点负电荷 $-q$ 在 O 点的电势为

$$V_2=\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 l}$$

所以 O 点的总电势为

$$V_O=V_1+V_2=0$$

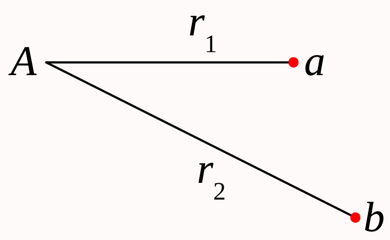
所以检验电荷在 O 点的电势能等于零。因此检验电荷从 O 点移动到无穷远处时，电场力所做的功为零。

第 523 题

【5085】在电荷为 $-Q$ 的点电荷 A 的静电场中，将另一电荷为 q 的点电荷 B 从 a 点移到 b 点。a、b 两点距离点电荷 A 的距离分别为 r_1 和 r_2，如图所示。则移动过程中电场力做的功为

(A) $-\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_1}-\dfrac{1}{r_2}\right)$ (B) $\dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_1}-\dfrac{1}{r_2}\right)$

(C) $-\dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_1}-\dfrac{1}{r_2}\right)$ (D) $-\dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon_0(r_2-r_1)}$



解析

【答案】C

【解析】点电荷的电势，电场力做功。

电场力做功等于电荷电势能的减少。静电场力为保守力，静电场力做功只与始末位置有关，与中间具体路径无关。

以无穷远为零电势点时，点电荷所激发的电场的电势为

$$V=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

所以电荷为 $-Q$ 的点电荷 A 在 a、b 两点的电势分别为

$$V_a=\frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0 r_1}$$
$$V_b=\frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0 r_2}$$

所以电荷为 q 的点电荷 B 在 a、b 两点的电势能分别为

$$W_a=qV_a=\frac{-qQ}{4\pi\varepsilon_0 r_1}$$
$$W_b=qV_b=\frac{-qQ}{4\pi\varepsilon_0 r_2}$$

所以移动过程中电场力所做的功为

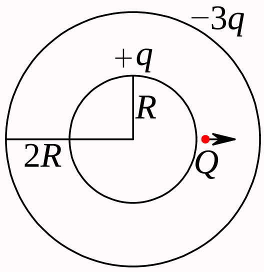
$$A=W_a-W_b=\frac{-qQ}{4\pi\varepsilon_0 r_1}-\frac{-qQ}{4\pi\varepsilon_0 r_2}=\frac{-qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$

第 524 题

【1240】如图所示，在真空中半径分别为 R 和 $2R$ 的两个同心球面，其上分别均匀地带有电荷 $+q$ 和 $-3q$。今将一电荷为 $+Q$ 的带电粒子从内球面处由静止释放，则该粒子到达外球面时

的动能为：

(A) $\dfrac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 R}$ (B) $\dfrac{Qq}{2\pi\varepsilon_0 R}$ (C) $\dfrac{Qq}{8\pi\varepsilon_0 R}$ (D) $\dfrac{3Qq}{8\pi\varepsilon_0 R}$



解析

【答案】C

【解析】电势，电势的叠加原理，电场力做功，动能定理。

电场力做功等于电荷电势能的减少。静电场力为保守力，静电场力做功只与始末位置有关，与中间具体路径无关。

以无穷远为零电势点时，带电量为 Q、半径为 R 的带电球面所激发的电场的电势为

$$V(r>R)=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$
$$V(r<R)=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

所以两个带电球面在外球面的电势分别为

$$V_{12}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0(2R)},V_{22}=\frac{-3q}{4\pi\varepsilon_0(2R)}$$

两个带电球面在内球面的电势分别为

$$V_{11}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0(R)},V_{21}=\frac{-3q}{4\pi\varepsilon_0(2R)}$$

所以两个球面处的电势分别为

$$V_1=V_{11}+V_{21}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0(R)}+\frac{-3q}{4\pi\varepsilon_0(2R)}$$
$$V_2=V_{12}+V_{22}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0(2R)}+\frac{-3q}{4\pi\varepsilon_0(2R)}$$

所以电荷 $+Q$ 在两个球面处的电势能分别为

$$W_1=QV_1=\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0(R)}+\frac{-3qQ}{4\pi\varepsilon_0(2R)}$$
$$W_2=QV_2=\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0(2R)}+\frac{-3qQ}{4\pi\varepsilon_0(2R)}$$

在这个过程中电场力所做的功为

$$A=W_1-W_2=\left[\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0(R)}+\frac{-3qQ}{4\pi\varepsilon_0(2R)}\right]-\left[\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0(2R)}+\frac{-3qQ}{4\pi\varepsilon_0(2R)}\right]=\frac{qQ}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

根据动能定理，电场力对电荷所做的功就等于电荷动能的增加量，电荷从静止开始释放，所以电荷末态的动能就是

$$E_k = A = \frac{qQ}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

第 525 题

【1303】电子的质量为 m_e，电荷为 $-e$，绕静止的氢原子核（即质子）作半径为 r 的匀速率圆周运动，则电子的速率为 (式中 $k = 1/(4\pi\varepsilon_0)$)

(A) $e\sqrt{\frac{m_e r}{k}}$　(B) $e\sqrt{\frac{k}{m_e r}}$　(C) $e\sqrt{\frac{k}{2m_e r}}$　(D) $e\sqrt{\frac{2k}{m_e r}}$

解析

【答案】B

【解析】库仑定律，静电力，圆周运动，向心力。

电子与质子之间的静电力提供电子绕质心作圆周运动的向心力，所以有

$$\frac{ke^2}{r^2} = \frac{m_e v^2}{r}$$
$$v^2 = \frac{ke^2}{m_e r}$$
$$v = e\sqrt{\frac{k}{m_e r}}$$

第 526 题

【1316】相距为 r_1 的两个电子，在重力可忽略的情况下由静止开始运动到相距为 r_2，从相距 r_1 到相距 r_2 期间，两电子系统的下列哪一个量是不变的？

(A) 动能总和　(B) 电势能总和　(C) 动量总和　(D) 电相互作用力

解析

【答案】C

【解析】静电力。

两个电荷之间的静电力是一对作用力与反作用力。在重力可以忽略的情况下，由两个电子所组成的系统只受到这对静电力的作用，所以系统的动量守恒。

运动过程中，二者之间的距离发生变化，静电力也发生变化，静电力做功，电势能变化，动能变化。

第 527 题

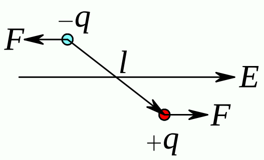
【1439】一电偶极子放在均匀电场中，当电偶极矩的方向与场强方向不一致时，其所受的合力 $\vec{F}$ 和合力矩 $\vec{M}$ 为：

(A) $\vec{F}=0$，$\vec{M}=0$ (B) $\vec{F}=0$，$\vec{M}\neq 0$ (C) $\vec{F}\neq 0$，$\vec{M}=0$ (D) $\vec{F}\neq 0$，$\vec{M}\neq 0$

解析

【答案】B

【解析】电偶极子。



如图，当电偶极子放在均匀电场中，正负电荷所受到的静电力的大小相等，方向相反，所以合力为零（不管电偶极矩方向与场强方向是否一致）。而合力矩

$$\vec{M}=\vec{r}_-\times\vec{F}_-+\vec{r}_+\times\vec{F}_+=\vec{r}_-\times(-\vec{F}_+)+\vec{r}_+\times\vec{F}_+=(\vec{r}_+-\vec{r}_-)\times\vec{F}_+=\vec{l}\times\vec{F}_+=q\vec{l}\times\vec{E}$$

所以当电偶极矩方向与场强方向不一致时，$\vec{l}\times\vec{E}\neq 0$，所以 $\vec{M}\neq 0$；当电偶极矩方向与场强方向一致时，$\vec{l}\times\vec{E}=0$，所以 $\vec{M}=0$。

第 528 题

【1440】真空中有两个点电荷 M、N，相互间作用力为 $\vec{F}$，当另一点电荷 Q 移近这两个点电荷时，M、N 两点电荷之间的作用力

(A) 大小不变，方向改变
(B) 大小改变，方向不变
(C) 大小和方向都不变
(D) 大小和方向都改变

解析

【答案】C

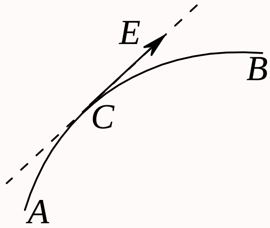
【解析】库仑定律。

两个点电荷之间的相互作用只与两个点电荷所带的电量、两个点电荷的位置有关，与其他电荷没有关系

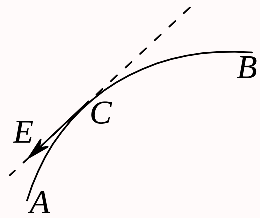
$$\vec{F}=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$

第 529 题

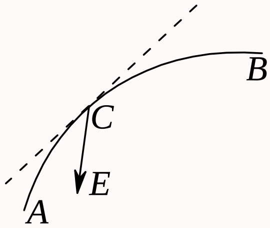
【1445】一个带负电荷的质点，在电场力作用下从 A 点经 C 点运动到 B 点，其运动轨迹如图所示。已知质点运动的速率是递减的，下面关于 C 点场强方向的四个图示中正确的是：



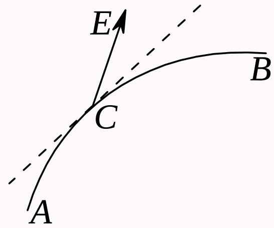
(A)



(B)



(C)



(D)

解析

【答案】D

【解析】曲线运动，静电力。

依题意，质点做曲线运动，速率递减，所以切向加速度与运动方向相反，而法向加速度一定指向凹侧，所以质点在 C 点的总的加速度沿 C 中箭头方向，所以质点所受到的力的方向与加速度的方向一致。又因为质点带负电荷，所以电场力的方向与电场强度的方向相反，因此图 D 正确。

第 530 题

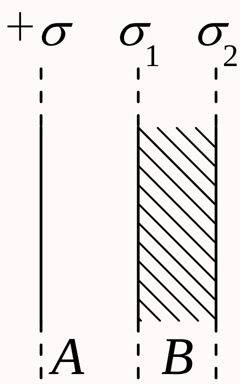
【1138】一“无限大”均匀带电平面 A，其附近放一与它平行的有一定厚度的“无限大”平面导体板 B，如图所示。已知 A 上的电荷面密度为 $+\sigma$，则在导体板 B 的两个表面 1 和 2 上的感生电荷面密度为：

(A) $\sigma_1=-\sigma$，$\sigma_2=+\sigma$

(B) $\sigma_1=-\frac{1}{2}\sigma$，$\sigma_2=+\frac{1}{2}\sigma$

(C) $\sigma_1=+\frac{1}{2}\sigma$，$\sigma_2=-\frac{1}{2}\sigma$

(D) $\sigma_1=-\sigma$，$\sigma_2=0$



解析

【答案】B

【解析】静电平衡，电场叠加原理。

静电平衡时，导体板内的电场为零，即 B 中任意一点的电场强度为零，而 B 中电场强度可视为三个无限大带电平面所激发的电场的矢量和。

另由于 B 原来不带电，所以两个表面的感应电荷必定等量异号，因此有 $\sigma_1=-\sigma_2$。

而无限大带电平面的电场很容易由高斯定理求得，取一底面与带电平面平行，侧面与带电平面垂直的柱面为高斯面，并设底面积为 S，则有

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}$$
$$E\cdot(2S)=\frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$
$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

所以 B 内任意一点的电场强度为

$$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}=0$$
$$\sigma+\sigma_1-\sigma_2=0=\sigma+\sigma_1+\sigma_1=\sigma+2\sigma_1$$
$$\sigma_1=-\frac{\sigma}{2},\sigma_2=-\sigma_1=\frac{\sigma}{2}$$

第 531 题

【1171】选无穷远处为电势零点，半径为 R 的导体球带电后，其电势为 U_0，则球外离球心距离为 r 处的电场强度的大小为

(A) $\frac{R^2U_0}{r^3}$ (B) $\frac{U_0}{R}$ (C) $\frac{RU_0}{r^2}$ (D) $\frac{U_0}{r}$

解析

【答案】C

【解析】导体球的电场和电势分布。

设导体球的带电量为 Q，则由高斯定理很容易求得球外空间的电场分布。选择半径为 r 的同心球面为高斯面，则有

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}$$
$$E\cdot(4\pi r^2)=\frac{Q}{\varepsilon_0}$$
$$E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

以无穷远处为电势零点，则电势分布为

$$V=\int_r^{\infty}E\mathrm{d}r=\int_r^{\infty}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

所以导体球的电势为

$$U_0 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

由此可得

$$\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} = U_0 R$$

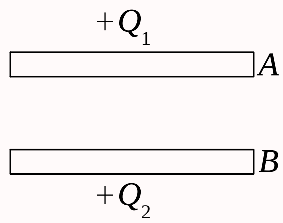
所以球外空间的电场强度的大小为

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{U_0 R}{r^2}$$

第 532 题

【1205】A、B 为两导体大平板，面积均为 S，平行放置，如图所示。A 板带电荷 $+Q_1$，B 板带电荷 $+Q_2$，如果使 B 板接地，则 AB 间电场强度的大小 E 为

(A) $\dfrac{Q_1}{2\varepsilon_0 S}$　(B) $\dfrac{Q_1 - Q_2}{2\varepsilon_0 S}$　(C) $\dfrac{Q_1}{\varepsilon_0 S}$　(D) $\dfrac{Q_1 + Q_2}{2\varepsilon_0 S}$

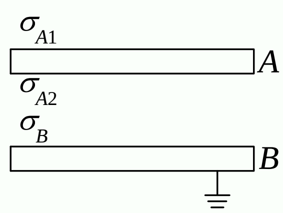


解析

【答案】C

【解析】接地，静电平衡，电场强度。

依题意，静电平衡且 B 板接地后，设两个板四个面的电荷面密度分别为 σ_{A1}、σ_{A2}、σ_B 和 0，如下图：



由于 A 板带电量 Q_1 不变，所以有

$$(\sigma_{A1} + \sigma_{A2})S = Q_1$$

根据无限大带电平面的电场分布

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

且静电平衡时导体内部电场为零，很容易得到，A 板内电场为零，有

$$\frac{\sigma_{A1}}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_{A2}}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_B}{2\varepsilon_0}=0$$

$$\sigma_{A1}-\sigma_{A2}-\sigma_B=0$$

B 板内电场为零，有

$$\frac{\sigma_{A1}}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_{A2}}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_B}{2\varepsilon_0}=0$$

$$\sigma_{A1}+\sigma_{A2}+\sigma_B=0$$

综合以上三式，可得

$$\sigma_{A1}+\sigma_{A2}=\frac{Q_1}{S}$$

$$\sigma_{A1}-\sigma_{A2}-\sigma_B=0$$

$$\sigma_{A1}+\sigma_{A2}+\sigma_B=0$$

$$\sigma_{A1}=0,\sigma_{A2}=-\sigma_B=\frac{Q_1}{S}$$

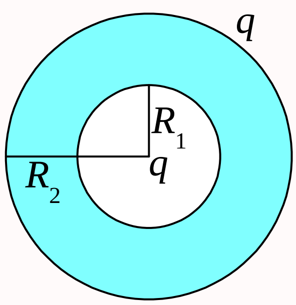
所以 AB 间的电场强度为

$$\frac{\sigma_{A1}}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_{A2}}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_B}{2\varepsilon_0}=\frac{\sigma_{A1}+\sigma_{A2}-\sigma_B}{2\varepsilon_0}=\frac{2\sigma_{A2}}{2\varepsilon_0}=\frac{Q_1}{\varepsilon_0 S}$$

第 533 题

【1210】一空心导体球壳，其内、外半径分别为 R_1 和 R_2，带电荷 q，如图所示。当球壳中心处再放一电荷为 q 的点电荷时，则导体球壳的电势 (设无穷远处为电势零点) 为

(A) $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_1}$ (B) $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$ (C) $\dfrac{q}{2\pi\varepsilon_0 R_1}$ (D) $\dfrac{q}{2\pi\varepsilon_0 R_2}$



解析

【答案】D

【解析】静电平衡，电场强度，电势。

依题意，静电平衡后，球壳内表面带电 $-q$，外表面带电 $2q$。由于带电的球对称性，很容易由高斯

定理求得空间各处的电场分布

$$E_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, r < R_1$$
$$E_2 = 0, R_1 < r < R_2$$
$$E_3 = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r^2}, r > R_2$$

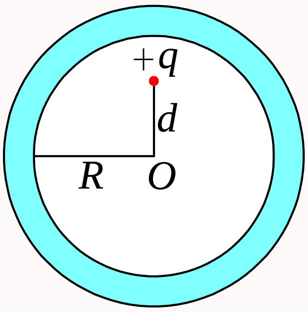
设无穷远处为电势零点，则导体球壳的电势为

$$V = \int_{R_2}^{\infty} E\mathrm{d}r = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 R_2}$$

第 534 题

【1213】一个未带电的空腔导体球壳，内半径为 R。在腔内离球心的距离为 d 处 ($d < R$)，固定一点电荷 $+q$，如图所示。用导线把球壳接地后，再把地线撤去。选无穷远处为电势零点，则球心 O 处的电势为

(A) 0 (B) $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d}$ (C) $-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d}$ (D) $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{d}-\frac{1}{R}\right)$



解析

【答案】D

【解析】静电平衡，电势。

依题意，静电平衡后，接地前，球壳内表面带电 $-q$，外表面带电 q。接地后，球壳内表面带电 $-q$，外表面带电 0。所以球心处的电势为点电荷 $+q$ 的电势与内表面的电势的叠加。当选择无穷远处为电势零点时，点电荷 $+q$ 在 O 点的电势为

$$V_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d}$$

内表面所带电荷 $-q$ 在 O 点的电势为

$$V_2 = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

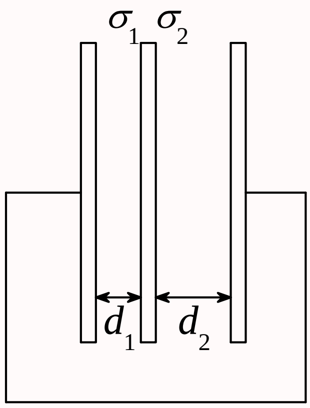
所以 O 点的总电势为

$$V = V_1 + V_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{d}-\frac{1}{R}\right)$$

第 535 题

【1235】三块互相平行的导体板，相互之间的距离 d_1 和 d_2 比板面积线度小得多，外面二板用导线连接。中间板上带电，设左右两面上电荷面密度分别为 σ_1 和 σ_2，如图所示。则比值 σ_1/σ_2 为

(A) d_1/d_2 (B) d_2/d_1 (C) 1 (D) d_2^2/d_1^2

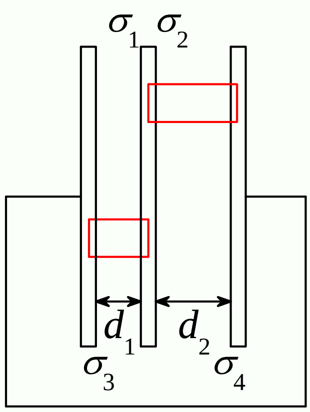


解析

【答案】B

【解析】静电平衡，电势。

两板用导线连接，一则连接处变成导体内部，不带电，二则整个导体是等势体，所以左右两个导体板电势相等，因此两板与中间板之间的电势差相等。另静电平衡时，导体内电场为零，所以由下图两个高斯面很容易求得 $\sigma_3=-\sigma_1$，$\sigma_4=-\sigma_2$。



所以中间板两侧的电场分别为

$$E_1=\frac{\sigma_1}{\varepsilon_0}$$
$$E_2=\frac{\sigma_2}{\varepsilon_0}$$

方向分别为从中间板指向左右两板，所以左右两板与中间板之间的电势差分别为

$$U_1=E_1d_1,U_2=E_2d_2$$
$$U_1=U_2$$

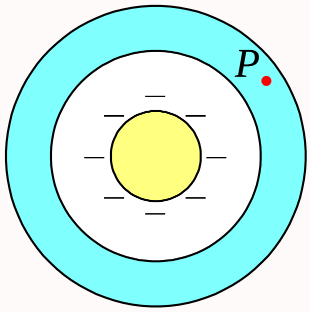
$$\frac{\sigma_1}{\varepsilon_0}d_1 = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_0}d_2$$
$$\sigma_1 d_1 = \sigma_2 d_2$$
$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

但这里的问题，左右两板总的带电量不为零？

第 536 题

【1355】如图所示，一带负电荷的金属球，外面同心地罩一不带电的金属球壳，则在球壳中一点 P 处的场强大小与电势 (设无穷远处为电势零点) 分别为：

(A) $E=0$，$U>0$ (B) $E=0$，$U<0$ (C) $E=0$，$U=0$ (D) $E>0$，$U<0$



解析

【答案】B

【解析】静电平衡，电场强度，电势。

假定金属球带电 $-q$，则静电平衡时，球壳内表面带正电 $+q$，外表面带等量负电 $-q$，而导体内部电场为零，所以 P 处场强的大小 $E=0$。但球壳外电场

$$E = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

方向从无穷远指向球心。所以当以无穷远处为电势零点时，球壳外的电势小于零，所以球壳的电势也小于零。

第 537 题

【1357】一半径为 R 的薄金属球壳，带电荷 $-Q$。设无穷远处电势为零，则球壳内各点的电势 U 可表示为：$(k=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0})$

(A) $U<-k\dfrac{Q}{R}$ (B) $U=-k\dfrac{Q}{R}$ (C) $U>-k\dfrac{Q}{R}$ (D) $-k\dfrac{Q}{R}<U<0$

解析

【答案】B
【解析】电场强度，电势。
薄金属球壳，就是金属球面吧。球面内电场为零，球外电场相当于所有电荷集中在球心的情形，即

$$E(r>R)=\frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=-\frac{kQ}{r^2}$$
$$E(r<R)=0$$

因此，球面内电势就等于球面上的电势，球外电势为

$$U=-\frac{kQ}{r}$$

球面上电势为

$$U=-\frac{kQ}{R}$$

第 538 题

【1480】当一个带电导体达到静电平衡时：
(A) 表面上电荷密度较大处电势较高
(B) 表面曲率较大处电势较高
(C) 导体内部的电势比导体表面的电势高
(D) 导体内任一点与其表面上任一点的电势差等于零

解析

【答案】D
【解析】静电平衡时的电势。
静电平衡时，导体内部电场为零，导体是个等势体，导体内任意一点的电势均相等。

第 539 题

【1099】关于高斯定理，下列说法中哪一个是正确的？
(A) 高斯面内不包围自由电荷，则面上各点电位移矢量 $\vec{D}$ 为零
(B) 高斯面上处处 $\vec{D}$ 为零，则面内必不存在自由电荷
(C) 高斯面的 $\vec{D}$ 通量仅与面内自由电荷有关
(D) 以上说法都不正确

解析

【答案】C
【解析】高斯定理。

通过任意一个封闭曲面的电位移矢量的通量，等于高斯面所包围体积中自由电荷的代数和。

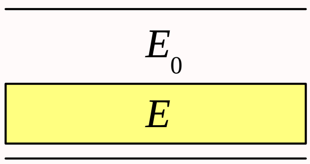
$$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\sum q_0$$

但是高斯面上各点的电场强度以及电位移矢量是由所有电荷所激发产生的，不仅仅包括面内的电荷，也包括面外的电荷，不仅仅包括自由电荷，也包括束缚电荷。如果高斯面上处处 $\vec{D}$ 为零，只能说明高斯面内所含的自由电荷的代数和为零，可能包含等量的正电荷和负电荷。

第 540 题

【1345】在空气平行板电容器中，平行地插上一块各向同性均匀电介质板，如图所示。当电容器充电后，若忽略边缘效应，则电介质中的场强 $\vec{E}$ 与空气中的场强 $\vec{E}_0$ 相比较，应有

(A) $E>E_0$，两者方向相同
(B) $E=E_0$，两者方向相同
(C) $E<E_0$，两者方向相同
(D) $E<E_0$，两者方向相反



解析

【答案】C

【解析】介质中的高斯定理。

介质中的高斯定理

$$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\sum q_0$$

充电之后，极板上所带电荷保持不变，选择两个不同的高斯柱面，柱面的底面与极板平行，一个底面在极板内，另一个底面分别在介质中和空气中，侧面与极板垂直，很容易求得介质和空气中的电位移矢量相等，即 $\vec{D}=\vec{D}_0$。所以

$$\varepsilon\vec{E}=\varepsilon_0\vec{E}_0$$

所以二者方向相同，大小满足

$$\frac{E}{E_0}=\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}=\frac{1}{\varepsilon_r}<1$$

第 541 题

【1358】设有一个带正电的导体球壳。当球壳内充满电介质、球壳外是真空时，球壳外一点的场强大小和电势用 E_1，U_1 表示；而球壳内、外均为真空时，壳外一点的场强大小和电势用 E_2，U_2 表示，则两种情况下壳外同一点处的场强大小和电势大小的关系为

(A) $E_1=E_2$，$U_1=U_2$
(B) $E_1=E_2$，$U_1>U_2$

(C) $E_1 > E_2$，$U_1 > U_2$　　(D) $E_1 < E_2$，$U_1 < U_2$

解析

【答案】A

【解析】介质中的高斯定理。

介质中的高斯定理

$$\oint_S \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum q_0$$

导体球壳，当壳内空腔不带电时，电荷只分布在外表面，不管腔内是介质还是真空，腔内均无电场，而壳外空间的电场和电势均相当于球壳所带电荷全部集中在球心时的情况。题目所给两种情况，壳外空间均为真空，所以壳外空间的电场强度没有发生变化，当都以无穷远处为电势零点，或者选择任意同一个位置为电势零点，壳外同一位置的电势保持不变。

第 542 题

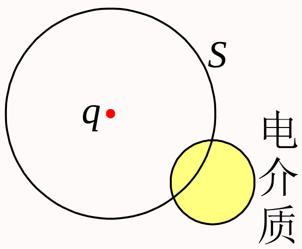
【1454】在一点电荷 q 产生的静电场中，一块电介质如图放置，以点电荷所在处为球心作一球形闭合面 S，则对此球形闭合面：

(A) 高斯定理成立，且可用它求出闭合面上各点的场强

(B) 高斯定理成立，但不能用它求出闭合面上各点的场强

(C) 由于电介质不对称分布，高斯定理不成立

(D) 即使电介质对称分布，高斯定理也不成立



解析

【答案】B

【解析】介质中的高斯定理。

介质中的高斯定理

$$\oint_S \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum q_0$$

高斯定理对于任意电场中的任意封闭曲面均成立。但要用它来求电场时，通常要求电荷分布具有某种对称性，并根据对称性选择适当的高斯面，目的在于能够把上式左边的电位移通量积分出来，所以要求所选择的高斯面至少是分成若干区域，在每个区域上电位移通量可以表示成电位移矢量的大小与面积的乘积。

第 543 题

【5281】一平行板电容器始终与端电压一定的电源相联。当电容器两极板间为真空时，电场强度为 $\vec{E}_0$，电位移为 $\vec{D}_0$，而当两极板间充满相对介电常量为 ε_r 的各向同性均匀电介质时，电场强度为 $\vec{E}$，电位移为 $\vec{D}$，则

(A) $\vec{E}=\vec{E}_0/\varepsilon_r$，$\vec{D}=\vec{D}_0$

(B) $\vec{E}=\vec{E}_0$，$\vec{D}=\varepsilon_r\vec{D}_0$

(C) $\vec{E}=\vec{E}_0/\varepsilon_r$，$\vec{D}=\vec{D}_0/\varepsilon_r$

(D) $\vec{E}=\vec{E}_0$，$\vec{D}=\vec{D}_0$

解析

【答案】B

【解析】电容器，介质中的高斯定理。

当电容器的极板始终与电源相联，则极板两端的电压保持不变。而极板间距保持不变，所以板间的电场强度保持不变，$\vec{E}=\vec{E}_0$。平行板电容器的电容为

$$C=\frac{\varepsilon S}{d}$$

介质不同，电容不同，极板上所带电量不同。由介质中的高斯定理

$$\oint_S \vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\sum q_0$$

板间的电位移矢量不同。

$$\vec{D}=\varepsilon\vec{E}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}_0=\varepsilon_r\vec{D}_0$$

第 544 题

【5621】在静电场中，作闭合曲面 S，若有 $\oint_S \vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=0$(式中 $\vec{D}$ 为电位移矢量)，则 S 面内必定

(A) 既无自由电荷，也无束缚电荷

(B) 没有自由电荷

(C) 自由电荷和束缚电荷的代数和为零

(D) 自由电荷的代数和为零

解析

【答案】D

【解析】介质中的高斯定理。

介质中的高斯定理

$$\oint_S \vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\sum q_0$$

公式右边为高斯面 S 所包围体积中所有自由电荷的代数和。

第 545 题

【1218】一个平行板电容器，充电后与电源断开，当用绝缘手柄将电容器两极板间距离拉大，则两极板间的电势差 U_{12}、电场强度的大小 E、电场能量 W 将发生如下变化：

(A) U_{12} 减小，E 减小，W 减小
(B) U_{12} 增大，E 增大，W 增大
(C) U_{12} 增大，E 不变，W 增大
(D) U_{12} 减小，E 不变，W 不变

解析

【答案】C

【解析】电容器，高斯定理，电场能量。

电容器充电后与电源断开，极板上所带电荷量不会发生变化。电容器的电容

$$C=\frac{\varepsilon S}{d}=\frac{Q}{U}$$

当极板间距离 d 增大，电容器的电容 C 减小，Q 不变，所以极板间的电势差 U 增大。而由高斯定理，极板上电荷量不变，板间电场强度不变，距离拉大，板间电势差也必然增大。

而电场强度不变，所以板间的电场能量密度

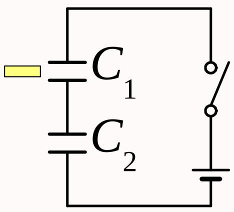
$$w=\frac{1}{2}\varepsilon E^2$$

不变，但距离拉大时，板间电场分布的区域的体积增大，所以总的电场能量增大。

第 546 题

【1325】C_1 和 C_2 两空气电容器串联起来接上电源充电。然后将电源断开，再把一电介质板插入 C_1 中，如图所示。则

(A) C_1 上电势差减小，C_2 上电势差增大
(B) C_1 上电势差减小，C_2 上电势差不变
(C) C_1 上电势差增大，C_2 上电势差减小
(D) C_1 上电势差增大，C_2 上电势差不变



解析

【答案】B

【解析】电容器，高斯定理。

电容器充电后与电源断开，极板上所带电荷量不会发生变化。电容器的电容

$$C=\frac{\varepsilon S}{d}=\frac{Q}{U}$$

当电容器中插入介质，电容器的电容增大，所以电容器极板间的电势差减小。

所以，对于 C_1，电容增大，电荷不变，电势差减小；对于 C_2，电容不变，电荷不变，电势差不变。

第 547 题

【1460】如果在空气平行板电容器的两极板间平行地插入一块与极板面积相同的金属板，则由于金属板的插入及其相对极板所放位置的不同，对电容器电容的影响为：

(A) 使电容减小，但与金属板相对极板的位置无关
(B) 使电容减小，且与金属板相对极板的位置有关
(C) 使电容增大，但与金属板相对极板的位置无关
(D) 使电容增大，且与金属板相对极板的位置有关

解析

【答案】C
【解析】电容器的电容，电容器的串联。
平行板电容器的电容

$$C=\frac{\varepsilon S}{d}$$

当极板间平行地插入一块与极板面积相同的金属板，可以认为两个极板间的距离变小，所以电容器的电容增大。其实插入金属板，是将一个电容变成两个电容并进行串联，两个新电容器的极板面积不变，间距分别为 d_1 和 d_2，所以两个电容分别为

$$C_1=\frac{\varepsilon S}{d_1},C_2=\frac{\varepsilon S}{d_2}$$

而由电容器串联的公式

$$\frac{1}{C_{12}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}=\frac{d_1}{\varepsilon S}+\frac{d_2}{\varepsilon S}=\frac{d_1+d_2}{\varepsilon S}$$
$$C_{12}=\frac{\varepsilon S}{d_1+d_2}$$

而显然 $d_1+d_2=d-d_0<d$，其中 d_0 为金属板的厚度，所以 $C_{12}>C$，且与金属板的位置无关。
对于空气电容器，以上 $\varepsilon=\varepsilon_0$。
问题：如果金属板不是平行插入，结果将怎么样？

第 548 题

【1123】如果某带电体其电荷分布的体密度 ρ 增大为原来的 2 倍，则其电场的能量变为原来的

(A) 2 倍 (B) 1/2 倍 (C) 4 倍 (D) 1/4 倍

解析

【答案】C
【解析】电场强度，电场能量。
由点电荷的电场场强

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon r^2}$$

当电荷分布的体密度 ρ 增大为原来的 2 倍，电场强度也增大为原来的两倍。

而电场能量密度为

$$w=\frac{1}{2}\varepsilon E^2$$

所以电场能量密度增大为原来的四倍，电场能量也变为原来的四倍。

第 549 题

【1224】一空气平行板电容器充电后与电源断开，然后在两极板间充满某种各向同性、均匀电介质，则电场强度的大小 E、电容 C、电压 U、电场能量 W 四个量各自与充入介质前相比较，增大 ($\uparrow$) 或减小 ($\downarrow$) 的情形为

(A) $E\uparrow$，$C\uparrow$，$U\uparrow$，$W\uparrow$
(B) $E\downarrow$，$C\uparrow$，$U\downarrow$，$W\downarrow$
(C) $E\downarrow$，$C\uparrow$，$U\uparrow$，$W\downarrow$
(D) $E\uparrow$，$C\downarrow$，$U\downarrow$，$W\uparrow$

解析

【答案】B
【解析】电容，电场能量。
平行板电容器的电容

$$C=\frac{\varepsilon S}{d}=\frac{Q}{U}$$

充电后与电源断开，极板上所带电量 Q 保持不变，插入介质，ε 增大，所以电容 C 增大，电压 U 减小，极板间距不变，所以电场强度 E 减小。
当然也可以由介质中的高斯定理可得，电量不变，电位移矢量不变，介电常数增大，所以电场强度减小，间距不变，所以电压减小。
而电场能量密度为

$$w=\frac{1}{2}\varepsilon E^2=\frac{1}{2}DE$$

所以电位移矢量不变，电场强度减小，所以电场能量密度减小，电场能量减小。
也可以由电场能量

$$W=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}QU=\frac{1}{2C}Q^2$$

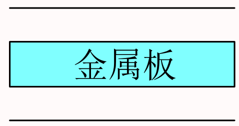
电量保持不变，电容增大，所以电场能量减小。

第 550 题

【1524】将一空气平行板电容器接到电源上充电到一定电压后，断开电源。再将一块与极板面积相同的金属板平行地插入两极板之间，如图所示，则由于金属板的插入及其所放位置的不同，对电容器储能的影响为：

(A) 储能减少，但与金属板相对极板的位置无关
(B) 储能减少，且与金属板相对极板的位置有关

(C) 储能增加，但与金属板相对极板的位置无关
(D) 储能增加，且与金属板相对极板的位置有关



解析

【答案】A
【解析】电容，电场能量。
平行板电容器的电容

$$C=\frac{\varepsilon S}{d}=\frac{Q}{U}$$

充电后与电源断开，极板上所带电量 Q 保持不变，插入金属板，d 减小，所以电容 C 增大，电压 U 减小。但电量不变，由高斯定理可得，电场 E 不变。而电场能量密度为

$$w=\frac{1}{2}\varepsilon E^2=\frac{1}{2}DE$$

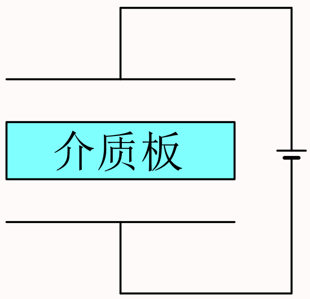
所以电场能量密度不变，但电场存在的区域变小，所以电场能量减小。
也可以由电场能量

$$W=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}QU=\frac{1}{2C}Q^2$$

电量保持不变，电容增大，所以电场能量减小。

第 551 题

【1533】将一空气平行板电容器接到电源上充电到一定电压后，在保持与电源连接的情况下，把一块与极板面积相同的各向同性均匀电介质板平行地插入两极板之间，如图所示。介质板的插入及其所处位置的不同，对电容器储存电能的影响为：
(A) 储能减少，但与介质板相对极板的位置无关
(B) 储能减少，且与介质板相对极板的位置有关
(C) 储能增加，但与介质板相对极板的位置无关
(D) 储能增加，且与介质板相对极板的位置有关



解析

【答案】C

【解析】电容，电场能量。

平行板电容器的电容

$$C=\frac{\varepsilon S}{d}=\frac{Q}{U}$$

在保持与电源连接的情况下，极板间的电压 U 保持不变，插入介质板，把一个电容器变成三个串联的电容器，三个电容分别为

$$C_1=\frac{\varepsilon_0 S}{d_1},C_2=\frac{\varepsilon S}{d_2},C_3=\frac{\varepsilon_0 S}{d_3}$$

根据电容的串联公式

$$\frac{1}{C_{123}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}=\frac{d_1}{\varepsilon_0 S}+\frac{d_2}{\varepsilon S}+\frac{d_3}{\varepsilon_0 S}=\frac{d_1+d_2/\varepsilon_r+d_3}{\varepsilon_0 S}$$

$$C_{123}=\frac{\varepsilon_0 S}{d_1+d_2/\varepsilon_r+d_3}$$

而显然 $d_1+d_2/\varepsilon_r+d_3<d_1+d_2+d_3=d$，所以

$$C_{123}=\frac{\varepsilon_0 S}{d_1+d_2/\varepsilon_r+d_3}>\frac{\varepsilon_0 S}{d}=C$$

即电容增大。

而由电容器的电场能量

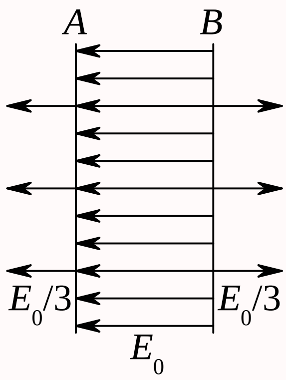
$$W=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}QU=\frac{1}{2C}Q^2$$

电压保持不变，电容增大，所以电场能量增大。

二、填空题

第 552 题

【1042】A、B 为真空中两个平行的"无限大"均匀带电平面，已知两平面间的电场强度大小为 E_0，两平面外侧电场强度大小都为 $E_0/3$，方向如图。则 A、B 两平面上的电荷面密度分别为 $\sigma_A =$______，$\sigma_B =$______。



解析

【答案】$-\frac{2}{3}\varepsilon_0 E_0$；$\frac{4}{3}\varepsilon_0 E_0$

【解析】电场叠加原理，高斯定理。

由高斯定理，很容易求得无限大带电平面的电场

$$E \cdot (2S) = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$
$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

所以两个平面所激发的电场的大小分别为

$$E_A = \frac{\sigma_A}{2\varepsilon_0}, E_B = \frac{\sigma_B}{2\varepsilon_0}$$

依题意有

$$E_A + E_B = \frac{1}{3}E_0 = \frac{\sigma_A + \sigma_B}{2\varepsilon_0} \Rightarrow \sigma_A + \sigma_B = \frac{2}{3}\varepsilon_0 E_0$$
$$E_B - E_A = E_0 = \frac{\sigma_B - \sigma_A}{2\varepsilon_0} \Rightarrow \sigma_B - \sigma_A = 2\varepsilon_0 E_0$$

所以

$$\sigma_B = \frac{4}{3}\varepsilon_0 E_0$$
$$\sigma_A = -\frac{2}{3}\varepsilon_0 E_0$$

第 553 题

【1049】由一根绝缘细线围成的边长为 l 的正方形线框，使它均匀带电，其电荷线密度为 λ，则在正方形中心处的电场强度的大小 $E =$______。

解析

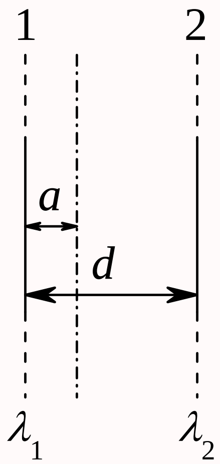
【答案】0

【解析】库仑定律，电场叠加原理。

由于对称性，很容易得到中心处的电场强度为零。

第 554 题

【1050】两根相互平行的“无限长”均匀带正电直线 1、2，相距为 d，其电荷线密度分别为 λ_1 和 λ_2 如图所示，则场强等于零的点与直线 1 的距离 a 为_____。



解析

【答案】$\dfrac{\lambda_1 d}{\lambda_1+\lambda_2}$

【解析】高斯定理，电场叠加原理。

由于对称性，由高斯定理很容易求得无限长均匀带电直线的电场强度

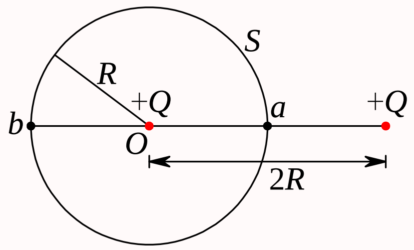
$$E\cdot(2\pi rh)=\frac{\lambda h}{\varepsilon_0}$$
$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

考虑到方向，则有

$$\frac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0 a}=\frac{\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0(d-a)}$$
$$\lambda_1(d-a)=\lambda_2 a$$
$$a=\frac{\lambda_1 d}{\lambda_1+\lambda_2}$$

第 555 题

【1500】如图所示，真空中两个正点电荷 Q，相距 $2R$。若以其中一点电荷所在处 O 点为中心，以 R 为半径作高斯球面 S，则通过该球面的电场强度通量 $=$_____；若以 $\vec{r}_0$ 表示高斯面外法线方向的单位矢量，则高斯面上 a、b 两点的电场强度分别为_____。



解析

【答案】$\dfrac{Q}{\varepsilon_0}$；0；$\dfrac{5Q}{18\pi\varepsilon_0 R^2}\vec{r}_0$

【解析】高斯定理，电场叠加原理。

由高斯定理

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}$$

所以题目中所选高斯面内所包含的电荷 $q=Q$，所以高斯面上的电场强度通量为 $\dfrac{Q}{\varepsilon_0}$。

所以很容易得到点电荷的电场强度分布

$$E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

考虑到方向，a 点处两个点电荷所激发的电场大小相等，方向相反，所以总的电场为零。两个点电荷在 b 点处激发的电场强度分别为

$$E_1=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

$$E_2=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0(3R)^2}=\frac{Q}{36\pi\varepsilon_0 R^2}$$

二者方向相同，所以 b 点的总的电场强度为

$$E=E_1+E_2=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}+\frac{Q}{36\pi\varepsilon_0 R^2}=\frac{10Q}{36\pi\varepsilon_0 R^2}=\frac{5Q}{18\pi\varepsilon_0 R^2}$$

第 556 题

【1567】一半径为 R 的“无限长”均匀带电圆柱面，其电荷面密度为 σ。该圆柱面内、外场强分布为 ($\vec{r}$ 表示在垂直于圆柱面的平面上，从轴线处引出的矢径)：$\vec{E}(\vec{r})=$_____$(r<R)$，$\vec{E}(\vec{r})=$_____$(r>R)$。

解析

【答案】0；$\dfrac{\sigma R}{\varepsilon_0 r^2}\vec{r}$

【解析】高斯定理。

由高斯定理

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}$$

由于电荷分布具有轴对称性，所以电场分布也具有轴对称性，各点的电场强度的方向一定是垂直于轴线的。所以选择与带电圆柱面同轴的半径为 r、高为 h 的圆柱面为高斯面。则在圆柱面内，$r<R$，由高斯定理得

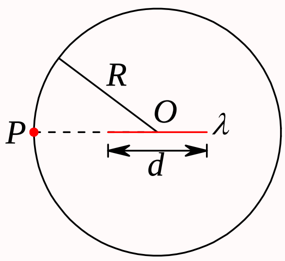
$$E_1\cdot(2\pi rh)=\frac{0}{\varepsilon_0}$$
$$E_1=0$$

在圆柱面外，$r>R$，由高斯定理得

$$E_2\cdot(2\pi rh)=\frac{\sigma\cdot(2\pi Rh)}{\varepsilon_0}$$
$$E_2=\frac{\sigma R}{\varepsilon_0 r}$$
$$\vec{E}_2=E_2\vec{e}_r=E_2\frac{\vec{r}}{r}=\frac{\sigma R}{\varepsilon_0 r^2}\vec{r}$$

第 557 题

【5166】一均匀带电直线长为 d，电荷线密度为 $+\lambda$，以导线中点 O 为球心，R 为半径 $(R>d)$ 作一球面，如图所示，则通过该球面的电场强度通量为______。带电直线的延长线与球面交点 P 处的电场强度的大小为______，方向______。



解析

【答案】$\dfrac{\lambda d}{\varepsilon_0}$；$\dfrac{\lambda d}{\pi\varepsilon_0(4R^2-d^2)}$；水平向左

【解析】高斯定理，电场叠加原理。

由高斯定理

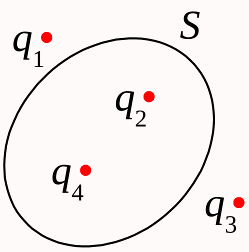
$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}$$

所以高斯面所包围的电荷 $q=\lambda d$，所以高斯面上的电通量为 $\dfrac{\lambda d}{\varepsilon_0}$。
以球心为坐标原点，水平向左为 x 轴正方向，取 $x\to x+\mathrm{d}x$ 段为元电荷，其电量 $\mathrm{d}q=\lambda\mathrm{d}x$，它到 P 点的距离为 $r=R-x$，它在 P 点产生的电场强度的方向沿水平向左，所以由电场的叠加原理，P 处的电场强度的方向沿水平向左，大小为

$$E=\int_{-d/2}^{d/2}\frac{\lambda\mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0(R-x)^2}=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{R-x}\right]_{-d/2}^{d/2}=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{R-\frac{d}{2}}-\frac{1}{R+\frac{d}{2}}\right]=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{d}{R^2-\frac{d^2}{4}}\right]$$
$$=\frac{\lambda d}{\pi\varepsilon_0(4R^2-d^2)}$$

第 558 题

【1499】点电荷 q_1、q_2、q_3 和 q_4 在真空中的分布如图所示。图中 S 为闭合曲面，则通过该闭合曲面的电场强度通量 $\oint_S\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=$______，式中的 $\vec{E}$ 是点电荷______ 在闭合曲面上任一点产生的场强的矢量和。



解析

【答案】$\dfrac{q_2+q_4}{\varepsilon_0}$；$q_1$、$q_2$、$q_3$、$q_4$
【解析】高斯定理。
高斯定理

$$\oint_S\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}$$

中，式子右边的电荷是高斯面所包围的所有电荷的代数和，本题中即为 $q=q_2+q_4$，所以高斯面上的电通量为 $\dfrac{q_2+q_4}{\varepsilon_0}$。
虽然高斯面上的电通量只与高斯面内所包围的电荷有关，但高斯面上各处的电场强度是所有电荷共同激发的矢量和。

第 559 题

【1603】一面积为 S 的平面，放在场强为 $\vec{E}$ 的均匀电场中，已知 $\vec{E}$ 与平面间的夹角为 $\theta(\theta<\dfrac{\pi}{2})$，则通过该平面的电场强度通量的数值 $\Phi_e=$______。

解析

【答案】$ES\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$
【解析】电场强度的通量。
电场强度的通量

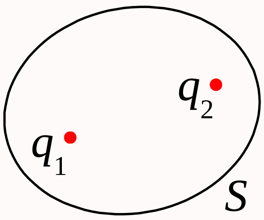
$$\Phi_e=\vec{E}\cdot\vec{S}$$

其中面的方向定义为面的法线方向，所以在这里就是 $\frac{\pi}{2}-\theta$，所以

$$\Phi_e=ES\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$$

第 560 题

【5426】电荷分别为 q_1 和 q_2 的两个点电荷单独在空间各点产生的静电场强分别为 $\vec{E}_1$ 和 $\vec{E}_2$，空间各点总场强为 $\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2$。现在作一封闭曲面 S，如图所示，则以下两式分别给出通过 S 的电场强度通量：$\oint_S\vec{E}_1\cdot\mathrm{d}\vec{S}=$______，$\oint_S\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=$______。



解析

【答案】$\frac{q_1}{\varepsilon_0}$；$\frac{q_1+q_2}{\varepsilon_0}$
【解析】高斯定理。
高斯定理

$$\oint_S\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}$$

如果只有 q_1 存在时，空间的电场分布为 $\vec{E}_1$，所以由高斯定理有

$$\oint_S\vec{E}_1\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{q_1}{\varepsilon_0}$$

当 q_1 和 q_2 同时存在时，空间的电场分布为 $\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2$，所以由高斯定理有

$$\oint_S\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{q_1+q_2}{\varepsilon_0}$$

注意，这里 q_2 处在高斯面之内，所以右边的 $q=q_1+q_2$；如果 q_2 处在高斯面之外，右边的电荷仅仅是高斯面所包围的电荷的代数和，则 $q=q_1$。

第 561 题

【1176】真空中，有一均匀带电细圆环，电荷线密度为 λ，其圆心处的电场强度 $E_0=$______，电势 $U_0=$______。(选无穷远处电势为零)

解析

【答案】0；$\dfrac{\lambda}{2\varepsilon_0}$

【解析】电场叠加原理，电势叠加原理。

由于对称性，圆环上关于圆心对称的两个点电荷在圆心处产生的合场强为零，所以整个圆环在圆心处产生的总的电场强度为零。

而电势是标量，以无穷远处为电势零点，圆环上任意一个元电荷 $\mathrm{d}q$ 在圆心处的电势为

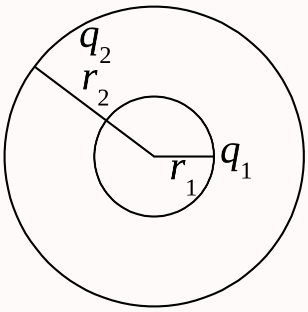
$$\mathrm{d}U=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

设圆环的半径为 R，则整个圆环在圆心处的电势为

$$U=\oint\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 R}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}=\frac{\lambda\cdot(2\pi R)}{4\pi\varepsilon_0 R}=\frac{\lambda}{2\varepsilon_0}$$

第 562 题

【1215】如图所示，两同心带电球面，内球面半径为 $r_1=5$ cm，带电荷 $q_1=3\times10^{-8}$ C；外球面半径为 $r_2=20$ cm，带电荷 $q_2=-6\times10^{-8}$ C，设无穷远处电势为零，则空间另一电势为零的球面半径 $r=$______。



解析

【答案】10 cm

【解析】电势叠加原理。

分别计算两个球面的电势分布，再利用电势叠加原理求出总的电势分布。

设均匀带电球面半径为 R，带电量为 Q，则由高斯定理很容易求得电场分布：在球内，电场为零，即 $\vec{E}(r<R)=\vec{E}_1=0$，在球外，电场为

$$\vec{E}(r>R)=\vec{E}_2=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}$$

再根据电势的定义，当带电体分布在有限区域，通常选择电势零点为无穷远处，所以

$$V=\int_r^{\infty}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{r}=\int_r^{\infty}E\mathrm{d}r$$
$$V(r>R)=V_2=\int_r^{\infty}E_2\mathrm{d}r=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$
$$V(r<R)=V_1=\int_r^{R}E_1\mathrm{d}r+\int_R^{\infty}E_2\mathrm{d}r=V_2(R)=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

所以，内球面半径 $R=r_1$，带电量 $Q=q_1$，它在空间中所激发的电场的电势分布为

$$V_A(r<r_1)=V_{A1}=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1}$$
$$V_A(r>r_1)=V_{A2}=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

外球面半径 $R=r_2$，带电量 $Q=q_2$，它在空间中所激发的电场的电势分布为

$$V_B(r<r_2)=V_{B1}=\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2}$$
$$V_B(r>r_2)=V_{B2}=\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

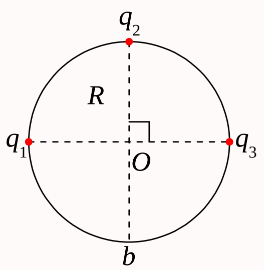
因此，整个空间总的电势分布为

$$V(r<r_1)=V_A(r<r_1)+V_B(r<r_2)=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1}+\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1}+\frac{q_2}{r_2}\right)$$
$$V(r_1<r<r_2)=V_A(r>r_1)+V_B(r<r_2)=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}+\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r}+\frac{q_2}{r_2}\right)$$
$$V(r>r_2)=V_A(r>r_1)+V_B(r>r_2)=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}+\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r}+\frac{q_2}{r}\right)$$

代入题目所给的数值，可得，当 $r=10$ cm 时，电势为零。

第 563 题

【1382】电荷分别为 q_1，q_2，q_3 的三个点电荷分别位于同一圆周的三个点上，如图所示。设无穷远处为电势零点，圆半径为 R，则 b 点处的电势 $U=$______。



解析

【答案】$\dfrac{\sqrt{2}(q_1+q_3)+q_2}{8\pi\varepsilon_0 R}$
【解析】点电荷的电势，电势叠加原理。
选择电势零点为无穷远处，带电量为 Q 的点电荷在离它 r 处的电势为

$$V=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

依题意，三个点电荷到 b 点的距离分别为 $r_1=\sqrt{2}R=r_3$，$r_2=2R$，所以 b 点处的总电势为

$$V=V_1+V_2+V_3=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1}+\frac{q_2}{r_2}+\frac{q_3}{r_3}\right)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sqrt{2}(q_1+q_3)+q_2}{2R}=\frac{\sqrt{2}(q_1+q_3)+q_2}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

第 564 题

【1407】一半径为 R 的均匀带电圆盘，电荷面密度为 σ，设无穷远处为电势零点，则圆盘中心 O 点的电势 $U=$______。

解析

【答案】$\dfrac{\sigma R}{2\varepsilon_0}$
【解析】点电荷的电势，电势叠加原理。
选择电势零点为无穷远处，带电量为 Q 的点电荷在离它 r 处的电势为

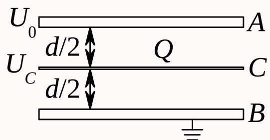
$$V=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

所以圆盘中心的电势为

$$V=\int \mathrm{d}V=\int\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}=\int\frac{\sigma\mathrm{d}S}{4\pi\varepsilon_0 r}=\int\frac{\sigma(\mathrm{d}r)(r\mathrm{d}\theta)}{4\pi\varepsilon_0 r}=\int_0^R\frac{2\pi\sigma r\mathrm{d}r}{4\pi\varepsilon_0 r}=\frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}$$

第 565 题

【1518】一平行板电容器，极板面积为 S，相距为 d。若 B 板接地，且保持 A 板的电势 $U_A=U_0$ 不变。如图，把一块面积相同的带有电荷为 Q 的导体薄板 C 平行地插入两板中间，则导体薄板 C 的电势 $U_C=$______。



解析

【答案】$\dfrac{U_0}{2}+\dfrac{Qd}{4\varepsilon_0 S}$
【解析】平行板电容器，电容器的串并联，静电平衡。

平行板电容器的电容及其与电压和电量之间的关系

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d} = \frac{Q}{U}$$

所以，依题意，上下两个电容器的电容相等，且均为

$$C_1 = C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{d/2} = \frac{2\varepsilon_0 S}{d}$$

假设两个电容器上的电压和电量分别为 U_1、U_2、Q_1、Q_2，则有

$$C_1 = \frac{Q_1}{U_1} = C_2 = \frac{Q_2}{U_2}$$

这里要特别注意各个极板带电量的正负和各个极板电势的高低。假定由上到下电势依次降低，则中间导体薄板的上下两个面的带电量分别为 $-Q_1$ 和 Q_2，所以有

$$U_1 + U_2 = U_0$$
$$Q_2 - Q_1 = Q$$

所以，综合以上各式，有

$$C_2U_2 - C_1U_1 = Q$$
$$C_1U_1 + C_1U_2 = C_1U_0$$
$$(C_1 + C_2)U_2 = C_1U_0 + Q$$
$$U_2 = \frac{C_1U_0 + Q}{C_1 + C_2} = \frac{U_0}{2} + \frac{Q}{2 \times \frac{2\varepsilon_0 S}{d}} = \frac{U_0}{2} + \frac{Qd}{4\varepsilon_0 S}$$

第 566 题

【1589】一半径为 R 的均匀带电球面，带有电荷 Q。若设该球面上电势为零，则球面内各点电势 $U =$______。

解析

【答案】0

【解析】电势。

根据均匀带电球面的电场分布的特点，在球内电场为零，所以球内任意一点到球面上任意一点之间的电势差为零。所以若设球面上电势为零，则球面内任意一点的电势也为零。

第 567 题

【1592】一半径为 R 的均匀带电球面，其电荷面密度为 σ。若规定无穷远处为电势零点，则该球面上的电势 $U =$______。

解析

【答案】$\dfrac{\sigma R}{\varepsilon_0}$

【解析】电场分布和电势分布。

由于均匀带电球面的电荷分布具有球对称性，所以可以用高斯定理很容易求得电场的分布，在球外空间，电场沿径向方向，大小为

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = E\times(4\pi r^2) = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma\times(4\pi R^2)}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$

所以，当选择无穷远处为电势零点时，球面上的电势为

$$V = \int_R^\infty \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_R^\infty E dr = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r}\bigg|_R^\infty = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 R} = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0}$$

第 568 题

【1041】在点电荷 q 的电场中，把一个 -1.0×10^{-9} C 的电荷，从无限远处 (设无限远处电势为零) 移到离该点电荷距离 0.1 m 处，克服电场力作功 1.8×10^{-5} J，则该点电荷 $q=$______。

解析

【答案】-2×10^{-7} C

【解析】电场力做功，电势能，点电荷的电势。

当以无穷远为电势零点时，点电荷 Q 的电势为

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

所以点电荷 q 在该处的电势能为

$$W = qV = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

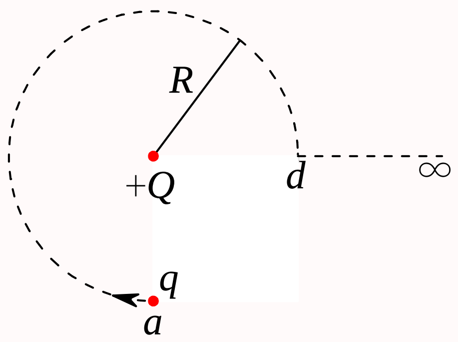
依题意，在电荷移动过程中，克服电场力做功，所以具有电势能，因此有

$$q = \frac{W}{V} = \frac{4\pi\varepsilon_0 rW}{Q} = \frac{4\pi\varepsilon_0\times0.1\times1.8\times10^{-5}}{-1.0\times10^{-9}}$$

$$= -4\times3.14\times8.854\times10^{-12}\times1.8\times10^{3} = -2\times10^{-7}\ \text{C}$$

第 569 题

【1078】如图所示。试验电荷 q，在点电荷 $+Q$ 产生的电场中，沿半径为 R 的整个圆弧的 3/4 圆弧轨道由 a 点移到 d 点的过程中电场力作功为______；从 d 点移到无穷远处的过程中，电场力作功为______。



解析

【答案】0，$\dfrac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 R}$
【解析】电场力做功，电势能，点电荷的电势。
当以无穷远为电势零点时，点电荷 Q 的电势为

$$V=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

所以点电荷 q 在该处的电势能为

$$W=qV=\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

依题意，点电荷在 a 点和 d 点的电势均为

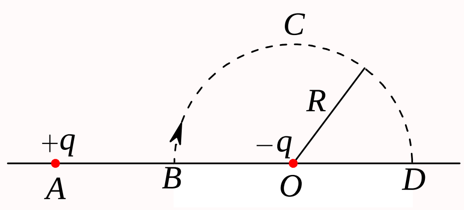
$$V=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

所以在从 a 点移动到 d 点的过程中，电场力做功为零【当试验电荷沿圆形轨道运动时，电场力沿径向方向，元位移沿轨道切线方向，二者一直垂直，所以做功为零】。当点电荷从 d 点运动到无穷远的过程中，电场力做功，电势能减少，所以

$$W=qV=\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

第 570 题

【1079】图示 BCD 是以 O 点为圆心，以 R 为半径的半圆弧，在 A 点有一电荷为 $+q$ 的点电荷，O 点有一电荷为 $-q$ 的点电荷。线段 $\overline{BA}=R$。现将一单位正电荷从 B 点沿半圆弧轨道 BCD 移到 D 点，则电场力所作的功为______。



解析

【答案】$\dfrac{q}{6\pi\varepsilon_0 R}$
【解析】电场力做功，电势能，点电荷的电势。
电场力是保守力，电场力做功只与始末位置有关，与中间具体路径无关。所以求过程的功，可以通过始末位置的电势能来计算。另外，由于电场的叠加原理，总的电场力为各个点电荷所激发的电场的矢量和，总的功为各个点电荷所做功之和。
当以无穷远为电势零点时，点电荷 Q 的电势为

$$V=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

所以 B 点的总电势为

$$V_B=\frac{+q}{4\pi\varepsilon_0 R}+\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R}=0$$

D 点的总电势为

$$V_D=\frac{+q}{4\pi\varepsilon_0(3R)}+\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R}=-\frac{q}{6\pi\varepsilon_0 R}$$

对于单位正电荷，$q_0=1$，它在 B 点和 D 点的电势能分别为

$$W_B=q_0V_B=0$$
$$W_D=q_0V_D=-\frac{q}{6\pi\varepsilon_0 R}$$

所以在从 B 点移动到 D 点的过程中，电势能的变化量为

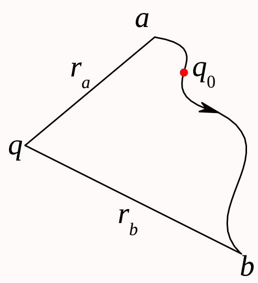
$$\Delta W=W_D-W_B=-\frac{q}{6\pi\varepsilon_0 R}$$

所以电场力做功为

$$W=-\Delta W=\frac{q}{6\pi\varepsilon_0 R}$$

第 571 题

【1313】如图所示，在电荷为 q 的点电荷的静电场中，将一电荷为 q_0 的试验电荷从 a 点经任意路径移动到 b 点，电场力所作的功 $A=$_____。



解析

【答案】$\dfrac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_a}-\dfrac{1}{r_b}\right)$

【解析】电场力做功，电势能，点电荷的电势。

电场力是保守力，电场力做功只与始末位置有关，与中间具体路径无关。所以求过程的功，可以通过始末位置的电势能来计算。

当以无穷远为电势零点时，点电荷 Q 的电势为

$$V=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

所以 a 点的电势为

$$V_a=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_a}$$

b 点的总电势为

$$V_b=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_b}$$

所以试验电荷 q_0 在 a 点和 b 点的电势能分别为

$$W_a=q_0V_a$$
$$W_b=q_0V_b$$

所以在从 a 点移动到 b 点的过程中，电势能的变化量为

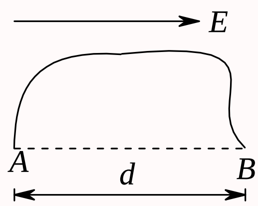
$$\Delta W=W_b-W_a=q_0(V_b-V_a)=\frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_b}-\frac{1}{r_a}\right)$$

所以电场力做功为

$$W=-\Delta W=\frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a}-\frac{1}{r_b}\right)$$

第 572 题

【1438】如图所示，在场强为 $\vec{E}$ 的均匀电场中，A、B 两点间距离为 d。AB 连线方向与 $\vec{E}$ 方向一致。从 A 点经任意路径到 B 点的场强线积分 $\int_{AB}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=$_____。



解析

【答案】Ed

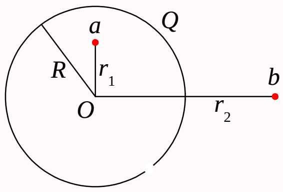
【解析】场强线积分。

对于匀强电场，$\vec{E}$ 是个常矢量，所以可以直接提取到积分号外，即

$$\int_A^B \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \vec{E}\cdot\int_A^B \mathrm{d}\vec{l} = \vec{E}\cdot\overrightarrow{AB} = Ed$$

第 573 题

【1507】如图所示，在半径为 R 的球壳上均匀带有电荷 Q，将一个点电荷 $q(q \ll Q)$ 从球内 a 点经球壳上一个小孔移到球外 b 点。则此过程中电场力作功 $A =$_____。



解析

【答案】$\dfrac{Qq}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{R}-\dfrac{1}{r_b}\right)$

【解析】电场力做功，电势能。

根据均匀带电球壳的电场分布特点，在球内电场为零，所以球内的电势等于球面上的电势，而球外的电势相当于所有电荷集中在球心时的电势，即

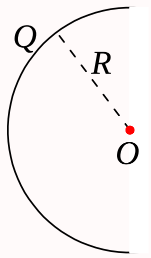
$$V(r>R) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$
$$V(r<R) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

这里一般地选择无穷远处为电势的零点。所以点电荷 q 从球内 a 点移到球外 b 点时电场力所做的功为

$$W = qV_a - qV_b = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{r_b}\right)$$

第 574 题

【5167】真空中有一半径为 R 的半圆细环，均匀带电 Q，如图所示。设无穷远处为电势零点，则圆心 O 点处的电势 $U =$_____，若将一带电量为 q 的点电荷从无穷远处移到圆心 O 点，则电场力做功 $A =$_____。



解析

【答案】$\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$，$-\dfrac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 R}$
【解析】电势叠加原理，电场力做功，电势能。
根据点电荷的电势公式和电势叠加原理，可得圆心 O 处的电势为【当以无穷远处为电势零点时】

$$V_O=\int \mathrm{d}V_O=\int\frac{\mathrm{d}Q}{4\pi\varepsilon_0 R}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R}\int \mathrm{d}Q=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

所以当点电荷 q 位于 O 处时其电势能为

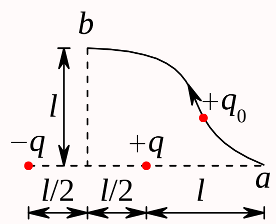
$$W_O=qV_O=\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

而在无穷远处其电势能为零。因此当 q 从无穷远处移到 O 处时，电场力所做的功等于其电势能的减小值，即

$$A=W_\infty-W_O=-\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

第 575 题

【1508】如图所示，在点电荷 $+q$ 和 $-q$ 产生的电场中，将一点电荷 $+q_0$ 沿箭头所示路径由 a 点移至 b 点，则外力作功 $A=$______。



解析

【答案】$-\dfrac{qq_0}{8\pi\varepsilon_0 l}$
【解析】电势叠加原理，电场力做功，电势能。
根据点电荷的电势公式和电势叠加原理，当以无穷远处为电势零点时，a、b 处的电势分别为

$$V_a=\frac{+q}{4\pi\varepsilon_0 l}+\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0(2l)}=\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 l}$$

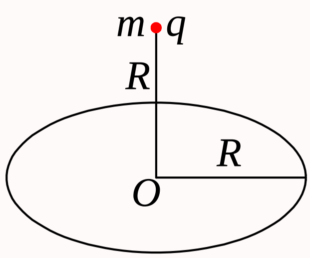
$$V_b = \frac{+q}{4\pi\varepsilon_0 \frac{\sqrt{5}}{2} l} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 \frac{\sqrt{5}}{2} l} = 0$$

注意本题求的是外力做的功，所以等于点电荷电势能的增加量，即

$$A = W_b - W_a = q_0(V_b - V_a) = -\frac{qq_0}{8\pi\varepsilon_0 l}$$

第 576 题

【1242】一半径为 R 的均匀带电细圆环，带有电荷 Q，水平放置。在圆环轴线的上方离圆心 R 处，有一质量为 m、带电荷为 q 的小球。当小球从静止下落到圆心位置时，它的速度为 $v =$_____。



解析

【答案】$\sqrt{2gR - \frac{Qq(\sqrt{2}-1)}{2\sqrt{2}m\pi\varepsilon_0 R}}$

【解析】电势叠加原理，电势能，动能定理。

根据点电荷的电势公式和电势叠加原理，当以无穷远处为电势零点时，起点和圆心处的电势分别为

$$V_1 = \int \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0(\sqrt{2}R)} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0(\sqrt{2}R)}$$
$$V_O = \int \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

所以根据动能定理或能量守恒定律，可得

$$qV_1 + mgR = qV_O + \frac{1}{2}mv^2$$
$$\frac{1}{2}mv^2 = q(V_1 - V_O) + mgR$$
$$v = \sqrt{\frac{2q(V_1 - V_O)}{m} + 2gR} = \sqrt{2gR - \frac{Qq(\sqrt{2}-1)}{2\sqrt{2}m\pi\varepsilon_0 R}}$$

第 577 题

【1371】已知一平行板电容器，极板面积为 S，两板间隔为 d，其中充满空气。当两极板上加电压 U 时，忽略边缘效应，两极板间的相互作用力 $F =$_____。

解析

【答案】$\dfrac{\varepsilon_0 SU^2}{2d^2}$

【解析】平行板电容器。

根据平行板电容器的电容公式及其与电压和电量之间的关系，有

$$C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}=\frac{Q}{U}$$

所以极板上的带电量为

$$Q=CU=\frac{\varepsilon_0 S}{d}U$$

其中一个极板（记为 A）带 $+Q$，另一个极板（记为 B）带 $-Q$。所以 A 极板所受到的电场力是 B 极板上的电荷在 A 极板处所产生的电场作用在 A 极板的电荷上。忽略边缘效应，极板可视为无限大带电平面，所以其电场可由高斯定理求得

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=E\cdot(2S)=\frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E=\frac{Q}{2\varepsilon_0 S}=\frac{U}{2d}$$

因此，注意，这里 A 极板在 B 极板处所产生的电场强度的大小仅仅是平行板电容器之间匀强电场的一半。所以极板上的电荷所受到的电场力的大小为

$$F=QE=\frac{\varepsilon_0 S}{d}U\times\frac{U}{2d}=\frac{\varepsilon_0 SU^2}{2d^2}$$

第 578 题

【1450】一电矩为 $\vec{p}$ 的电偶极子在场强为 $\vec{E}$ 的均匀电场中，$\vec{p}$ 与 $\vec{E}$ 间的夹角为 θ，则它所受的电场力 $\vec{F}=$______，力矩的大小 $M=$______。

解析

【答案】0，$pE\sin\theta$

【解析】电偶极子。

电偶极子是一对相距为 l、带电量分别为 $+q$ 和 $-q$ 的点电荷对，其电矩定义为 $\vec{p}=q\vec{l}$，其中 $\vec{l}$ 的方向从 $-q$ 指向 $+q$。因此在匀强电场中，两个点电荷所受到的电场力大小相等，方向相反（一个沿电场强度的方向，一个逆着电场强度的方向），但不一定在同一条直线上。所以当电偶极子的电矩与电场强度之间有一定的夹角时，电偶极子受到的是一对力偶。所以这里说的电偶极子所受的电场力，应该是指这对力偶的“合力”，所以为零。而力偶对于任意一点的力矩是常量，其大小为

$$M=Fl\sin\theta=qEl\sin\theta=pE\sin\theta$$

第 579 题

【1613】一质量为 m，电荷为 q 的粒子，从电势为 U_A 的 A 点，在电场力作用下运动到电势为 U_B 的 B 点。若粒子到达 B 点时的速率为 v_B，则它在 A 点时的速率 $v_A =$______。

解析

【答案】$\sqrt{\dfrac{2q(U_B-U_A)}{m}+v_B^2}$

【解析】动能定理，能量守恒定律。

题目中没有涉及高度，所以不考虑重力势能的变化。所以粒子的能量就只算电势能和动能。所以有

$$qU_A+\frac{1}{2}mv_A^2=qU_B+\frac{1}{2}mv_B^2$$
$$v_A=\sqrt{\frac{2q(U_B-U_A)}{m}+v_B^2}$$

第 580 题

【1116】一空气平行板电容器，两极板间距为 d，充电后板间电压为 U。然后将电源断开，在两板间平行地插入一厚度为 $d/3$ 的金属板，则板间电压变成 $U'=$______。

解析

【答案】$\dfrac{2}{3}U$

【解析】平行板电容器。

电容器充电电源断开后，极板上的带电量保持不变。根据平行板电容器的电容公式及其与电压和电量之间的关系，有

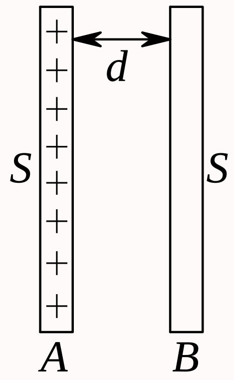
$$C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}=\frac{Q}{U}$$
$$U=\frac{Qd}{\varepsilon_0 S}$$

插入金属板之后，等效电容的板间距 $d'=d-d/3=2d/3$，所以板间电压

$$U'=\frac{Qd'}{\varepsilon_0 S}=\frac{2}{3}\frac{Qd}{\varepsilon_0 S}=\frac{2}{3}U$$

第 581 题

【1152】如图所示，把一块原来不带电的金属板 B，移近一块已带有正电荷 Q 的金属板 A，平行放置。设两板面积都是 S，板间距离是 d，忽略边缘效应。当 B 板不接地时，两板间电势差 $U_{AB}=$______；B 板接地时两板间电势差 $U'_{AB}=$______。



解析

【答案】$\dfrac{Qd}{2\varepsilon_0 S}$，$\dfrac{Qd}{\varepsilon_0 S}$

【解析】平行板电容器，静电平衡。

静电平衡时，设从左到右四个面的电荷面密度分别为 σ_1、σ_2、σ_3、σ_4，由静电平衡时导体内电场为零可得

$$\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}=0\Rightarrow\sigma_1-\sigma_2-\sigma_3-\sigma_4=0$$
$$\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}=0\Rightarrow\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3-\sigma_4=0$$
$$\sigma_2+\sigma_3=0,\sigma_1-\sigma_4=0$$

又因为 A 板总的带电量为 Q，B 板不带电，所以有

$$\sigma_1+\sigma_2=Q/S,\sigma_3=-\sigma_4$$
$$\sigma_4=\frac{Q}{2S}=\sigma_1=\sigma_2=-\sigma_3$$

所以极板间的电场强度为

$$E=\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}=\frac{\sigma_1+\sigma_2-\sigma_3-\sigma_4}{2\varepsilon_0}=\frac{\sigma_1}{\varepsilon_0}=\frac{Q}{2\varepsilon_0 S}$$

所以极板间电势差为

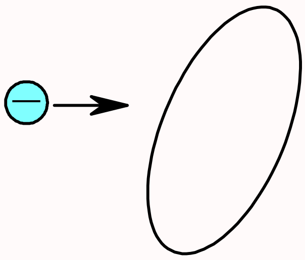
$$U_{AB}=Ed=\frac{Qd}{2\varepsilon_0 S}$$

当 B 板接地时，有

$$\sigma_2'+\sigma_3'=0,\sigma_1'-\sigma_4'=0$$
$$\sigma_1'+\sigma_2'=Q/S,\sigma_4'=0$$
$$\sigma_1'=\sigma_4'=0,\sigma_2'=Q/S=-\sigma_3'$$
$$E'=\frac{\sigma_1'+\sigma_2'-\sigma_3'-\sigma_4'}{2\varepsilon_0}=\frac{\sigma_2'}{\varepsilon_0}=\frac{Q}{\varepsilon_0 S}$$
$$U_{AB}'=E'd=\frac{Qd}{\varepsilon_0 S}$$

第 582 题

【1175】如图所示，将一负电荷从无穷远处移到一个不带电的导体附近，则导体内的电场强度______，导体的电势______。(填“增大”、“不变”、“减小”)



解析

【答案】不变，减小

【解析】静电平衡，点电荷的电势。

静电平衡时，导体内电场为零，所以电荷在移动过程中，导体内的电场保持为零，不变。

而以无穷远处为电势零点时，点电荷的电势为

$$V=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

所以负电荷的电势分布为空间电势为负，且越靠近负电荷，电势越低，因此负电荷靠近导体时，导体的电势减小。

第 583 题

【1330】一金属球壳的内、外半径分别为 R_1 和 R_2，带电荷为 Q。在球心处有一电荷为 q 的点电荷，则球壳内表面上的电荷面密度 $\sigma=$______。

解析

【答案】$\dfrac{-q}{4\pi R_1^2}$

【解析】静电平衡。

静电平衡时，导体内电场为零，所以球壳内表面所带的电荷为 $-q$，外表面所带的电荷为 $Q+q$，因此球壳内表面的电荷面密度为

$$\sigma=\frac{-q}{4\pi R_1^2}$$

第 584 题

【1486】一任意形状的带电导体，其电荷面密度分布为 $\sigma(x,y,z)$，则在导体表面外附近任意点处的电场强度的大小 $E(x,y,z)=$______，其方向______。

解析

【答案】$\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$，垂直表面

【解析】静电平衡，高斯定理。

静电平衡时，导体内电场为零，导体是个等势体，导体外电场的方向一定是垂直该处的表面。选择一个微小的圆柱面为高斯面，圆柱面的底面平行于导体表面，一个面在导体内，一个面在导体外，侧面垂直于导体表面，由高斯定理可得

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = ES = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

第 585 题

【1644】在一个带正电荷的金属球附近，放一个带正电的点电荷 q_0，测得 q_0 所受的力为 F，则 F/q_0 的值一定______ 于不放 q_0 时该点原有的场强大小。(填“大”、“等”、“小”)

解析

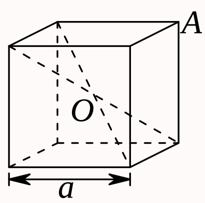
【答案】小

【解析】静电平衡。

当正电荷 q_0 靠近金属球时，金属球上的正电荷发生重新分布，靠近点电荷的球面上的部分电荷转移到远离点电荷的球面上，所以金属球上的电荷在点电荷所在位置所激发的电场大小变小。

第 586 题

【5108】静电场中有一立方形均匀导体，边长为 a。已知立方导体中心 O 处的电势为 U_0，则立方体顶点 A 的电势为______。



解析

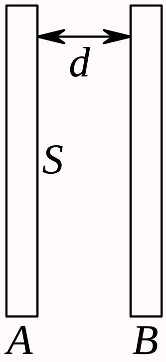
【答案】U_0

【解析】静电平衡。

静电平衡时，导体是个等势体，导体上所有点的电势相等。

第 587 题

【5119】如图所示，A、B 为靠得很近的两块平行的大金属平板，两板的面积均为 S，板间的距离为 d。今使 A 板带电荷 q_A，B 板带电荷 q_B，且 $q_A > q_B$。则 A 板的靠近 B 的一侧所带电荷为_____；两板间电势差 $U =$_____。



解析

【答案】$\dfrac{q_A - q_B}{2}$，$\dfrac{(q_A - q_B)d}{2\varepsilon_0 S}$

【解析】平行板电容器，静电平衡。

根据静电平衡时，导体内部电场为零，以及无限大带电平面的电场公式，假定从左到右四个面的电荷面密度分别为 σ_1、σ_2、σ_3、σ_4，很容易得到

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3 - \sigma_4}{2\varepsilon_0} = 0 \Rightarrow \sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3 - \sigma_4 = 0$$
$$\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 - \sigma_4}{2\varepsilon_0} = 0 \Rightarrow \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 - \sigma_4 = 0$$
$$\sigma_1 - \sigma_4 = 0, \sigma_2 + \sigma_3 = 0$$
$$\sigma_1 = \sigma_4, \sigma_2 = -\sigma_3$$

又根据两块金属板的带电量，有

$$\sigma_1 + \sigma_2 = \frac{q_A}{S}, \sigma_3 + \sigma_4 = \frac{q_B}{S} = \sigma_1 - \sigma_2$$
$$\sigma_2 = \frac{q_A - q_B}{2S}$$
$$Q_2 = \sigma_2 S = \frac{q_A - q_B}{2}$$

所以极板间的电场强度为

$$E = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 - \sigma_3 - \sigma_4}{2\varepsilon_0} = \frac{q_A - q_B}{2\varepsilon_0 S}$$

因此两板间的电势差为

$$U = Ed = \frac{(q_A - q_B)d}{2\varepsilon_0 S}$$

第 588 题

【1104】在相对介电常量为 ε_r 的各向同性的电介质中，电位移矢量与场强之间的关系是______。

解析

【答案】$\vec{D}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}$
【解析】电位移矢量。
各向同性的电介质中，电位移矢量为 $\vec{D}=\varepsilon\vec{E}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}$。

第 589 题

【1105】半径为 R_1 和 R_2 的两个同轴金属圆筒，其间充满着相对介电常量为 ε_r 的均匀介质。设两筒上单位长度带有的电荷分别为 $+\lambda$ 和 $-\lambda$，则介质中离轴线的距离为 r 处的电位移矢量的大小 $D=$______，电场强度的大小 $E=$______。

解析

【答案】$\dfrac{\lambda}{2\pi r}$，$\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}$
【解析】介质中的高斯定理。
由于电荷分布具有轴对称性，所以电场分布也具有轴对称性，所以可以使用高斯定理来计算电场。选择与圆筒同轴的、半径为 r、高度为 h 的圆柱面为高斯面，根据介质中的高斯定理，有

$$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=q$$
$$D\cdot(2\pi rh)=\lambda h$$
$$D=\frac{\lambda}{2\pi r}$$
$$E=\frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_r}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}$$

第 590 题

【1207】一平行板电容器，充电后切断电源，然后使两极板间充满相对介电常量为 ε_r 的各向同性均匀电介质。此时两极板间的电场强度是原来的______ 倍；电场能量是原来的______ 倍。

解析

【答案】$\dfrac{1}{\varepsilon_r}$，$\dfrac{1}{\varepsilon_r}$
【解析】平行板电容器，电场能量。
平行板电容器充电后切断电源，则极板上所带的电荷保持不变。因此由介质中的高斯定理可知，插入介质前后，极板间的电位移矢量保持不变，所以电场强度发生变化。

$$D=\varepsilon_0 E$$

$$D' = \varepsilon_0\varepsilon_r E'$$
$$D = D'$$
$$E' = \frac{E}{\varepsilon_r}$$
$$U' = E'd = \frac{E}{\varepsilon_r}d = \frac{U}{\varepsilon_r}$$
$$W_e' = \frac{1}{2}Q'U' = \frac{1}{2}Q\frac{U}{\varepsilon_r} = \frac{1}{\varepsilon_r}\left(\frac{1}{2}QU\right) = \frac{1}{\varepsilon_r}W_e$$

第 591 题

【1390】一个半径为 R 的薄金属球壳，带有电荷 q，壳内真空，壳外是无限大的相对介电常量为 ε_r 的各向同性均匀电介质。设无穷远处为电势零点，则球壳的电势 $U=$_____。

解析

【答案】$\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R}$

【解析】介质中的高斯定理，电势。

由于电荷分布具有球对称性，所以电场分布也具有球对称性，由高斯定理很容易求得球外空间的电场强度。

$$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = q$$
$$D\cdot(4\pi r^2) = q$$
$$D = \frac{q}{4\pi r^2} = \varepsilon_0\varepsilon_r E$$
$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}$$

所以，以无穷远处为电势零点，球壳的电势为

$$V = \int_R^\infty \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_R^\infty E\mathrm{d}r = \int_R^\infty \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}\mathrm{d}r = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R}$$

第 592 题

【1629】一个带电荷 q、半径为 R 的金属球壳，壳内是真空，壳外是介电常量为 ε 的无限大各向同性均匀电介质，则此球壳的电势 $U=$_____。

解析

【答案】$\dfrac{q}{4\pi\varepsilon R}$

【解析】介质中的高斯定理，电势。

由于电荷分布具有球对称性，所以电场分布也具有球对称性，由高斯定理很容易求得球外空间的电

场强度。

$$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = q$$
$$D\cdot(4\pi r^2) = q$$
$$D = \frac{q}{4\pi r^2} = \varepsilon E$$
$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon r^2}$$

所以，以无穷远处为电势零点，球壳的电势为

$$V = \int_R^{\infty} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_R^{\infty} E\mathrm{d}r = \int_R^{\infty} \frac{q}{4\pi\varepsilon r^2}\mathrm{d}r = \frac{q}{4\pi\varepsilon R}$$

第 593 题

【1631】两个点电荷在真空中相距 $d_1 = 7$ cm 时的相互作用力与在煤油中相距 $d_2 = 5$ cm 时的相互作用力相等，则煤油的相对介电常量 $\varepsilon_r =$______。

解析

【答案】1.96

【解析】库仑相互作用。

点电荷之间的库仑相互作用是施力电荷在空间中激发电场，再作用在受力电荷上。所以介质中的库仑定律可以写成

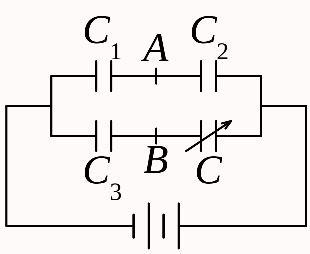
$$\vec{F} = q_1\vec{E} = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}\vec{e}_r$$

所以，依题意，有

$$\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0\times 0.07^2} = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r\times 0.05^2}$$
$$\varepsilon_r = \frac{0.07^2}{0.05^2} = \frac{49}{25} = 1.96$$

第 594 题

【1465】如图所示，电容 C_1、C_2、C_3 已知，电容 C 可调，当调节到 A、B 两点电势相等时，电容 $C =$______。



解析

【答案】$\dfrac{C_2C_3}{C_1}$

【解析】电容的串并联。

依题意，A、B 两点电势相等，则说明 C_1 和 C_3 的电压相同，C_2 和 C 的电压相同，而 C_1 和 C_2 串联，C_3 和 C 串联，则说明 C_1 和 C_2 的带电量相等，C_3 和 C 的带电量相等，即有

$$U_1=U_3, U_2=U, Q_1=Q_2, Q_3=Q$$

$$C_1U_1=C_2U_2, C_3U_3=CU$$

$$C=\frac{U_3}{U}C_3=\frac{U_1}{U_2}C_3=\frac{C_2}{C_1}C_3=\frac{C_2C_3}{C_1}$$

第 595 题

【5106】一平行板电容器充电后切断电源，若使二极板间距离增加，则二极板间场强_____，电容_____。(填“增大”或“减小”或“不变”)

解析

【答案】不变，减小

【解析】平行板电容器。

电容器充电后切断电源，极板上所带电量 Q 保持不变，拉大两板之间距离 d 时，板间电场强度 E 保持不变，所以板间电压 $U=Ed$ 增大，所以电容 $C=Q/U$ 减小。当然也可以直接从平行板电容器的电容公式求得

$$C=\frac{\varepsilon_0S}{d}$$

d 增大，C 减小。

第 596 题

【1220】一空气电容器充电后切断电源，电容器储能 W_0，若此时在极板间灌入相对介电常量为 ε_r 的煤油，则电容器储能变为 W_0 的_____ 倍。如果灌煤油时电容器一直与电源相连接，则电容器储能将是 W_0 的_____ 倍。

解析

【答案】$\dfrac{1}{\varepsilon_r}$，ε_r

【解析】电容器，电场能量。

电容器充电后切断电源，极板上所带电量 Q 保持不变，极板间灌入介质时，改变了电容器的电容，从而改变了电场能量。

$$C=\frac{\varepsilon_0S}{d}$$

$$C' = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d} = \varepsilon_r C$$
$$W' = \frac{Q^2}{2C'} = \frac{Q^2}{2\varepsilon_r C} = \frac{1}{\varepsilon_r}\frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{\varepsilon_r}W_0$$

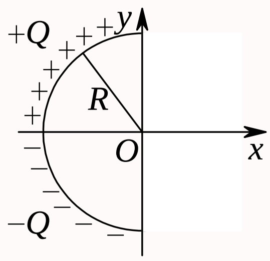
若电容器一直与电源相连接，则极板间电压 U 保持不变，极板间灌入介质时，改变了电容器的电容，从而改变了电场能量。

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$
$$C' = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d} = \varepsilon_r C$$
$$W' = \frac{1}{2}C'U^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_r CU^2 = \varepsilon_r\frac{1}{2}CU^2 = \varepsilon_r W_0$$

三、计算题

第 597 题

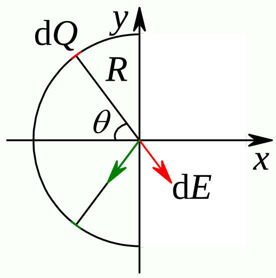
【1009】一个细玻璃棒被弯成半径为 R 的半圆形，沿其上半部分均匀分布有电荷 $+Q$，沿其下半部分均匀分布有电荷 $-Q$，如图所示。试求圆心 O 处的电场强度。



解析

【解析】电场叠加原理。

如下图，取两个对称的电荷元，



则它们在圆心 O 处产生的合场强的方向沿 y 轴负方向，大小为

$$\mathrm{d}E_y = \frac{\mathrm{d}Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\times\sin\theta\times 2 = \frac{\frac{Q}{\pi/2}\mathrm{d}\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\times\sin\theta\times 2 = \frac{Q}{\pi^2\varepsilon_0 R^2}\sin\theta\,\mathrm{d}\theta$$

所以总的电场为

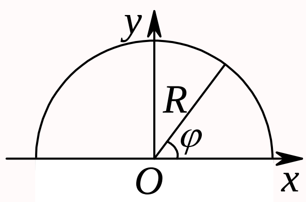
$$E_y = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Q}{\pi^2\varepsilon_0 R^2}\sin\theta \mathrm{d}\theta = \frac{Q}{\pi^2\varepsilon_0 R^2}(-\cos\theta)_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{Q}{\pi^2\varepsilon_0 R^2}$$

所以

$$\vec{E} = -\frac{Q}{\pi^2\varepsilon_0 R^2}\vec{\mathrm{e}}_y$$

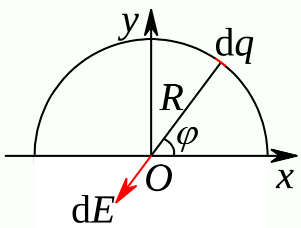
第 598 题

【1010】带电细线弯成半径为 R 的半圆形，电荷线密度为 $\lambda = \lambda_0\sin\varphi$，式中 λ_0 为一常数，φ 为半径 R 与 x 轴的夹角，如图所示。试求环心 O 处的电场强度。



解析

【解析】电场叠加原理。
如下图，



取电荷元 $\mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}l = \lambda_0\sin\varphi R\mathrm{d}\varphi = R\lambda_0\sin\varphi\mathrm{d}\varphi$，则它在环心 O 处产生电场强度为

$$\mathrm{d}\vec{E} = \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}(-\cos\varphi\vec{\mathrm{e}}_x - \sin\varphi\vec{\mathrm{e}}_y) = -\frac{R\lambda_0\sin\varphi\mathrm{d}\varphi}{4\pi\varepsilon_0 R^2}(\cos\varphi\vec{\mathrm{e}}_x + \sin\varphi\vec{\mathrm{e}}_y) = \mathrm{d}E_x\vec{\mathrm{e}}_x + \mathrm{d}E_y\vec{\mathrm{e}}_y$$

$$\mathrm{d}Ex = -\frac{\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0 R}\cos\varphi\sin\varphi\mathrm{d}\varphi$$

$$\mathrm{d}Ey = -\frac{\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0 R}\sin^2\varphi\mathrm{d}\varphi$$

所以总的电场为

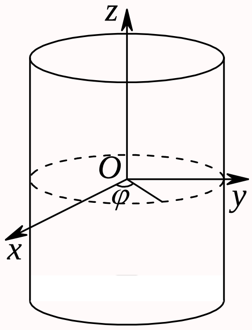
$$E_x = \int_0^{\pi} -\frac{\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0 R}\cos\varphi\sin\varphi\mathrm{d}\varphi = -\frac{\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0 R}\left(\frac{1}{2}\sin^2\varphi\right)_0^{\pi} = 0$$

$$E_y = \int_0^{\pi} -\frac{\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0 R}\sin^2\varphi\mathrm{d}\varphi = \int_0^{\pi} -\frac{\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0 R}\frac{1}{2}(1-\cos 2\varphi)\mathrm{d}\varphi$$
$$= -\frac{\lambda_0}{8\pi\varepsilon_0 R}\left(\varphi - \frac{1}{2}\sin 2\varphi\right)_0^{\pi} = -\frac{\lambda_0}{8\varepsilon_0 R}$$

$$\vec{E}=-\frac{\lambda_0}{8\varepsilon_0 R}\vec{e}_y$$

第 599 题

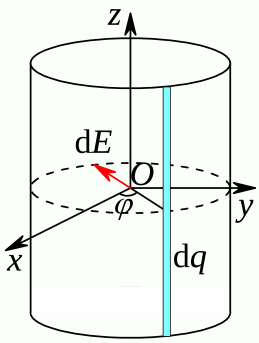
【1012】一“无限长”圆柱面，其电荷面密度为：$\sigma=\sigma_0\cos\varphi$，式中 φ 为半径 R 与 x 轴所夹的角，试求圆柱轴线上一点的场强。



解析

【解析】电场叠加原理。

如下图，



取图中所示窄条电荷元，则其可视为无限长带电直线，其电荷线密度为 $\mathrm{d}\lambda=\sigma R\mathrm{d}\varphi=R\sigma_0\cos\varphi\mathrm{d}\varphi$，则它在圆柱轴线上的电场可以由高斯定理求得

$$\oint_S(\mathrm{d}\vec{E})\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{\mathrm{d}q}{\varepsilon_0}$$

$$(\mathrm{d}E)(2\pi Rh)=\frac{\mathrm{d}\lambda h}{\varepsilon_0}$$

$$\mathrm{d}E=\frac{\mathrm{d}\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}$$

$$\mathrm{d}\vec{E}=\frac{\mathrm{d}\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}(-\cos\varphi\vec{e}_x-\sin\varphi\vec{e}_y)=\mathrm{d}E_x\vec{e}_x+\mathrm{d}E_y\vec{e}_y$$

$$\mathrm{d}E_x=-\frac{\mathrm{d}\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\cos\varphi=-\frac{\sigma_0}{2\pi\varepsilon_0}\cos^2\varphi\mathrm{d}\varphi$$

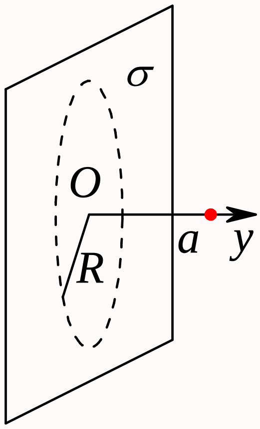
$$\mathrm{d}E_y=-\frac{\mathrm{d}\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\sin\varphi=-\frac{\sigma_0}{2\pi\varepsilon_0}\sin\varphi\cos\varphi\mathrm{d}\varphi$$

所以总的电场为

$$E_x=\int_0^{2\pi}-\frac{\sigma_0}{2\pi\varepsilon_0}\cos^2\varphi\mathrm{d}\varphi=-\frac{\sigma_0}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{2}\int_0^{2\pi}(1+\cos2\varphi)\mathrm{d}\varphi$$
$$=-\frac{\sigma_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\varphi+\frac{1}{2}\sin2\varphi\right)_0^{2\pi}=-\frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}$$
$$E_y=\int_0^{2\pi}-\frac{\sigma_0}{2\pi\varepsilon_0}\sin\varphi\cos\varphi\mathrm{d}\varphi=-\frac{\sigma_0}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{2}\sin^2\varphi\right)_0^{2\pi}=0$$
$$\vec{E}=-\frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}\vec{\mathrm{e}}_x$$

第 600 题

【1096】如图所示，一电荷面密度为 σ 的“无限大”平面，在距离平面 a 处的一点的场强大小的一半是由平面上的一个半径为 R 的圆面积范围内的电荷所产生的。试求该圆半径的大小。



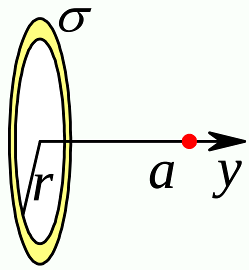
解析

【解析】电场叠加原理，高斯定理。

先用高斯定理求无限大带电平面所激发的电场，根据对称性可知，电场强度的方向沿 y 轴。

$$\oint_S\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}$$
$$E\cdot(2S)=\frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$
$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

再用电场叠加原理求一个半径为 $r\to r+\mathrm{d}r$ 的细圆环在该处所激发的电场，如下图。



则有

$$\mathrm{d}E_y=\int_0^{2\pi}\frac{\sigma(\mathrm{d}r)(r\mathrm{d}\theta)}{4\pi\varepsilon_0(r^2+a^2)}\times\frac{a}{(r^2+a^2)^{1/2}}=\frac{\sigma a}{2\varepsilon_0(r^2+a^2)^{3/2}}r\mathrm{d}r$$

所以半径为 R 的圆盘所激发的总电场为

$$\begin{aligned}E_y&=\int_0^R\frac{\sigma a}{2\varepsilon_0(r^2+a^2)^{3/2}}r\mathrm{d}r=\frac{\sigma a}{2\varepsilon_0}\int_0^R\frac{1}{(r^2+a^2)^{3/2}}r\mathrm{d}r=\frac{\sigma a}{4\varepsilon_0}\int_0^R\frac{\mathrm{d}(r^2+a^2)}{(r^2+a^2)^{3/2}}\\&=\frac{\sigma a}{4\varepsilon_0}\left[\frac{-2}{\sqrt{r^2+a^2}}\right]_0^R=\frac{\sigma a}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{a}-\frac{1}{\sqrt{R^2+a^2}}\right]\end{aligned}$$

依题意，有

$$E_y=\frac{1}{2}E$$

$$\frac{\sigma a}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{a}-\frac{1}{\sqrt{R^2+a^2}}\right]=\frac{\sigma}{4\varepsilon_0}$$

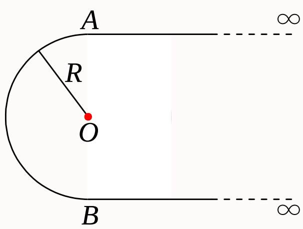
$$\frac{1}{a}-\frac{1}{\sqrt{R^2+a^2}}=\frac{1}{2a}$$

$$\frac{1}{\sqrt{R^2+a^2}}=\frac{1}{a}-\frac{1}{2a}=\frac{1}{2a}$$

$$R=\sqrt{3}a$$

第 601 题

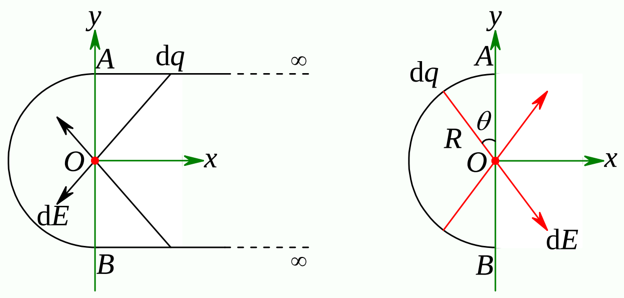
【1190】电荷线密度为 λ 的“无限长”均匀带电细线，弯成图示形状。若半圆弧 $\widehat{AB}$ 的半径为 R，试求圆心 O 点的场强。



解析

【解析】电场叠加原理。

先分别求半无限长带电直线和半圆弧在圆心 O 点的场强。如下图。



先求上下两条半无限长带电直线产生的电场。如图选择两个对称的电荷元，则它们在 O 点的合场强沿 x 轴负方向，即

$$\mathrm{d}E_x=-2\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0(R^2+x^2)}\times\frac{x}{(R^2+x^2)^{1/2}}=-\frac{\lambda x\mathrm{d}x}{2\pi\varepsilon_0(R^2+x^2)^{3/2}}$$

所以这一部分的总场强为

$$\begin{aligned}E_1&=\int_0^\infty-\frac{\lambda x\mathrm{d}x}{2\pi\varepsilon_0(R^2+x^2)^{3/2}}=-\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_0^\infty\frac{x\mathrm{d}x}{(R^2+x^2)^{3/2}}\\&=-\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{(R^2+x^2)^{1/2}}\right]_0^\infty=-\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0R}\end{aligned}$$

再求半圆弧产生的电场。如图选择两个对称的电荷元，则它们在 O 点的合场强沿 x 轴正方向，即

$$\mathrm{d}E_x=2\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0R^2}\times\sin\theta=\frac{\lambda R\sin\theta\mathrm{d}\theta}{2\pi\varepsilon_0R^2}=\frac{\lambda\sin\theta\mathrm{d}\theta}{2\pi\varepsilon_0R}$$

所以这一部分的总场强为

$$E_2=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\lambda\sin\theta\mathrm{d}\theta}{2\pi\varepsilon_0R}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0R}(-\cos\theta)_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0R}$$

所以 O 点的总场强为

$$E=E_1+E_2=0$$

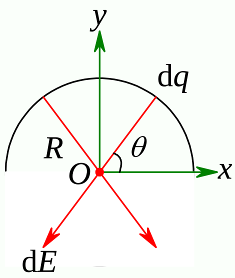
第 602 题

【1262】用绝缘细线弯成的半圆环，半径为 R，其上均匀地带有正电荷 Q，试求圆心 O 点的电场强度。

解析

【解析】电场叠加原理。

如下图，



选择两个对称的电荷元，则它们在 O 点的合场强沿 y 轴负方向，即

$$\mathrm{d}E_y=-2\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0R^2}\times\sin\theta=-\frac{\lambda R\sin\theta\mathrm{d}\theta}{2\pi\varepsilon_0R^2}=-\frac{\lambda\sin\theta\mathrm{d}\theta}{2\pi\varepsilon_0R}=-\frac{Q\sin\theta\mathrm{d}\theta}{2\pi^2\varepsilon_0R^2}$$

所以总场强为

$$E_y=\int_0^{\frac{\pi}{2}}-\frac{Q\sin\theta\mathrm{d}\theta}{2\pi^2\varepsilon_0R^2}=-\frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0R^2}(-\cos\theta)_0^{\frac{\pi}{2}}=-\frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0R^2}$$

$$\vec{E}=-\frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0R^2}\vec{\mathrm{e}}_y$$

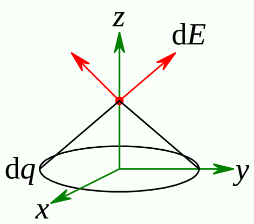
第 603 题

【1264】一半径为 R 的半球面，均匀地带有电荷，电荷面密度为 σ，求球心 O 处的电场强度。

解析

【解析】电场叠加原理。

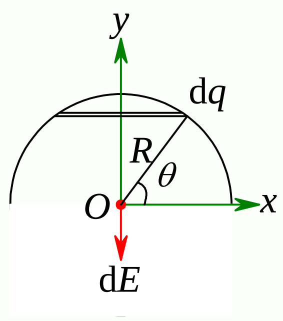
先求一个带电量为 q、半径为 R 的带电圆环在其轴线上距离环心 a 处的电场，如下图，



则总的电场沿 z 轴正方向，大小为

$$E=\int\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0(R^2+a^2)}\times\frac{a}{(R^2+a^2)^{1/2}}=\frac{qa}{4\pi\varepsilon_0(R^2+a^2)^{3/2}}$$

将半球面分割成一个个圆环，如下图，



则角度在 $\theta \to \theta+\mathrm{d}\theta$ 的小圆环的半径为 $r = R\cos\theta$，带电量为 $\mathrm{d}q = \sigma(2\pi r \times R\mathrm{d}\theta) = 2\pi R^2\sigma\cos\theta\mathrm{d}\theta$，球心到圆环中心的距离为 $a = R\sin\theta$，所以这个小圆环在球心处产生的场强方向沿 y 轴负方向，大小为

$$\mathrm{d}E = \frac{(\mathrm{d}q)a}{4\pi\varepsilon_0(r^2+a^2)^{3/2}} = \frac{(R\sin\theta)(2\pi R^2\sigma\cos\theta\mathrm{d}\theta)}{4\pi\varepsilon_0 R^3} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sin\theta\cos\theta\mathrm{d}\theta$$

所以总的电场强度的大小为

$$E = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sin\theta\cos\theta\mathrm{d}\theta = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{2}\sin^2\theta\right)_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\sigma}{4\varepsilon_0}$$

第 604 题

【1373】一半径为 R 的带电球体，其电荷体密度分布为：$\rho = Ar(r \leqslant R)$，$\rho = 0(r > R)$，A 为一常量。试求球体内外的场强分布。

解析

【解析】高斯定理求电场。

虽然电荷不是均匀分布，但电荷体密度只与半径有关，所以仍然具有球对称性，所以可以使用高斯定理求解电场。选择半径为 r 的同心球面为高斯面，则在同一个高斯面上各点的电场强度的大小相等，方向都沿径向，所以由高斯定理可得：当 $r < R$ 时，

$$\oint_S \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E\cdot(4\pi r^2) = \frac{1}{\varepsilon_0}\int\rho\mathrm{d}V = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^r Ar(4\pi r^2\mathrm{d}r) = \frac{1}{\varepsilon_0}\times 4\pi A\times\frac{1}{4}r^4 = \frac{\pi Ar^4}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\pi Ar^4}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{Ar^2}{4\varepsilon_0}$$

当 $r > R$ 时

$$E\cdot(4\pi r^2) = \frac{1}{\varepsilon_0}\int\rho\mathrm{d}V = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^R Ar(4\pi r^2\mathrm{d}r) = \frac{1}{\varepsilon_0}\times 4\pi A\times\frac{1}{4}R^4 = \frac{\pi AR^4}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\pi AR^4}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{AR^4}{4\varepsilon_0 r^2}$$

第 605 题

【1374】一半径为 R 的带电球体，其电荷体密度分布为：$\rho=\dfrac{qr}{\pi R^4}(r\leqslant R)$($q$ 为一正的常量)，$\rho=0(r>R)$。试求：(1) 带电球体的总电荷；(2) 球内、外各点的电场强度；(3) 球内、外各点的电势。

解析

【解析】高斯定理求电场，电势。

(1) 带电球体的总电荷为

$$Q=\int\rho\mathrm{d}V=\int_0^R\frac{qr}{\pi R^4}(4\pi r^2\mathrm{d}r)=\frac{4q}{R^4}\int_0^R r^3\mathrm{d}r=\frac{4q}{R^4}\times\frac{1}{4}R^4=q$$

(2) 虽然电荷不是均匀分布，但电荷体密度只与半径有关，所以仍然具有球对称性，所以可以使用高斯定理求解电场。选择半径为 r 的同心球面为高斯面，则在同一个高斯面上各点的电场强度的大小相等，方向都沿径向，所以由高斯定理可得：当 $r<R$ 时，

$$\oint_S\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E_1\cdot(4\pi r^2)=\frac{1}{\varepsilon_0}\int\rho\mathrm{d}V=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^r\frac{qr}{\pi R^4}(4\pi r^2\mathrm{d}r)=\frac{1}{\varepsilon_0}\times\frac{4q}{R^4}\int_0^r r^3\mathrm{d}r=\frac{1}{\varepsilon_0}\times\frac{4q}{R^4}\times\frac{1}{4}r^4=\frac{qr^4}{\varepsilon_0R^4}$$

$$E_1=\frac{qr^4}{4\pi\varepsilon_0R^4r^2}=\frac{qr^2}{4\pi\varepsilon_0R^4}$$

当 $r>R$ 时

$$E_2\cdot(4\pi r^2)=\frac{1}{\varepsilon_0}\int\rho\mathrm{d}V=\frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E_2=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0r^2}$$

(3) 因为电荷分布在有限区域，所以通常选择无穷远处为电势零点，所以在球外空间的电势为

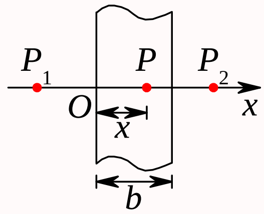
$$V_2=\int_r^\infty\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=\int_r^\infty E_2\mathrm{d}r=\int_r^\infty\frac{q}{4\pi\varepsilon_0r^2}\mathrm{d}r=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0r}$$

在球内空间的电势为

$$\begin{aligned}V_1&=\int_r^\infty\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=\int_r^R E_1\mathrm{d}r+\int_R^\infty E_2\mathrm{d}r=\int_r^R\frac{qr^2}{4\pi\varepsilon_0R^4}\mathrm{d}r+\frac{q}{4\pi\varepsilon_0R}\\&=\frac{q(R^3-r^3)}{12\pi\varepsilon_0R^4}+\frac{q}{4\pi\varepsilon_0R}=\frac{q}{3\pi\varepsilon_0R}-\frac{qr^3}{12\pi\varepsilon_0R^4}\end{aligned}$$

第 606 题

【1503】如图所示，一厚为 b 的“无限大”带电平板，其电荷体密度分布为：$\rho=kx(0\leqslant x\leqslant b)$，式中 k 为一正的常量。求：(1) 平板外两侧任一点 P_1 和 P_2 处的电场强度大小；(2) 平板内任一点 P 处的电场强度；(3) 场强为零的点在何处？



解析

【解析】高斯定理求电场。

先由高斯定理求出无限大带电平面的电场

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E\cdot(2S)=\frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

所以将带电平板切割成一块块带电平面，考虑 $x\to x+\mathrm{d}x$ 处的平面，其带电量为 $\mathrm{d}q=\rho\mathrm{d}V=kx\times S\mathrm{d}x=Skx\mathrm{d}x$，所以其电荷面密度为 $\mathrm{d}\sigma=\frac{\mathrm{d}q}{S}=kx\mathrm{d}x$，因此它所激发的电场的大小为

$$\mathrm{d}E=\frac{\mathrm{d}\sigma}{2\varepsilon_0}=\frac{kx\mathrm{d}x}{2\varepsilon_0}$$

注意其方向，在平面左侧，电场强度的方向向左；在平面右侧，电场强度的方向向右。

所以 P_1 处的电场强度方向向左，大小为

$$E_1=\int_0^b\frac{kx\mathrm{d}x}{2\varepsilon_0}=\frac{kb^2}{4\varepsilon_0}$$

P_2 处的电场强度方向向右，大小为

$$E_2=\int_0^b\frac{kx\mathrm{d}x}{2\varepsilon_0}=\frac{kb^2}{4\varepsilon_0}$$

板内 x 处的电场强度为

$$E_3=\int_0^x\frac{kx\mathrm{d}x}{2\varepsilon_0}-\int_x^b\frac{kx\mathrm{d}x}{2\varepsilon_0}=\frac{kx^2}{4\varepsilon_0}-\frac{k(b^2-x^2)}{4\varepsilon_0}=\frac{k(2x^2-b^2)}{4\varepsilon_0}$$

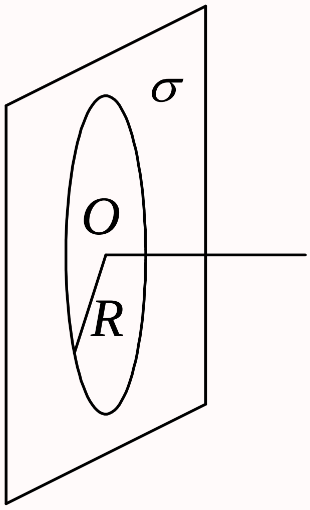
所以场强为零处

$$E_3=0=\frac{k(2x^2-b^2)}{4\varepsilon_0}$$

$$x=\frac{\sqrt{2}}{2}b$$

第 607 题

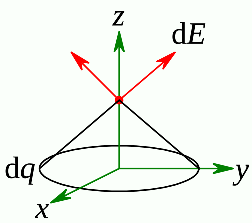
【1180】一“无限大”平面，中部有一半径为 R 的圆孔，设平面上均匀带电，电荷面密度为 σ。如图所示，试求通过小孔中心 O 并与平面垂直的直线上各点的场强和电势 (选 O 点的电势为零)。



解析

【解析】电场叠加原理，电势。

先求一个带电量为 q、半径为 R 的带电圆环在其轴线上距离环心 a 处的电场，如下图，



则总的电场沿 z 轴正方向，大小为

$$E=\int\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0(R^2+a^2)}\times\frac{a}{(R^2+a^2)^{1/2}}=\frac{qa}{4\pi\varepsilon_0(R^2+a^2)^{3/2}}$$

所以将题目所给平面切割成一个个圆环，则对于半径 $r\to r+\mathrm{d}r$ 部分的圆环，其带电量为 $\mathrm{d}q=\sigma\mathrm{d}S=\sigma\times(2\pi r\mathrm{d}r)=2\pi\sigma r\mathrm{d}r$，所以这个圆环在距离环心（即小孔中心）距离 a 处的电场强度为

$$\mathrm{d}E=\frac{(\mathrm{d}q)a}{4\pi\varepsilon_0(r^2+a^2)^{3/2}}=\frac{a\times2\pi\sigma r\mathrm{d}r}{4\pi\varepsilon_0(r^2+a^2)^{3/2}}=\frac{a\sigma r\mathrm{d}r}{2\varepsilon_0(r^2+a^2)^{3/2}}$$

所以整个平面在该处的电场强度为

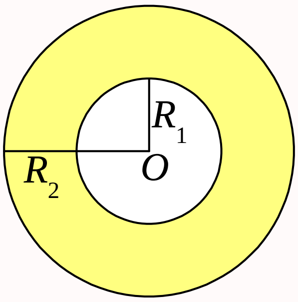
$$E=\int_R^\infty\frac{a\sigma r\mathrm{d}r}{2\varepsilon_0(r^2+a^2)^{3/2}}=\frac{a\sigma}{2\varepsilon_0}\int_R^\infty\frac{r\mathrm{d}r}{(r^2+a^2)^{3/2}}=\frac{a\sigma}{2\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{(r^2+a^2)^{1/2}}\right]_R^\infty=\frac{a\sigma}{2\varepsilon_0\sqrt{R^2+a^2}}$$

这里，由于在无穷远处有电荷分布，所以不能选择无穷远处为电势零点，依题意，选择 O 点为电势零点，则该处的电势为

$$V=\int_a^0\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=\int_a^0\frac{x\sigma}{2\varepsilon_0\sqrt{R^2+x^2}}\mathrm{d}x=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{R^2+x^2}\right]_a^0=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[R-\sqrt{R^2+a^2}\right]$$

第 608 题

【1519】图示为一个均匀带电的球层，其电荷体密度为 ρ，球层内表面半径为 R_1，外表面半径为 R_2。设无穷远处为电势零点，求空腔内任一点的电势。



解析

【解析】高斯定理求电场，电势。

由于电荷分布具有球对称性，所以可以用高斯定理求电场分布。高斯面选择为同心球面。对于空腔内区域，$r < R_1$，

$$\oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$
$$E_1 \cdot (4\pi r^2) = 0$$
$$E_1 = 0$$

对于球层内区域，$R_1 < r < R_2$，

$$E_2 \cdot (4\pi r^2) = \frac{1}{\varepsilon_0} \times \rho \times \frac{4}{3}\pi(r^3 - R_1^3)$$
$$E_2 = \frac{\rho(r^3 - R_1^3)}{3\varepsilon_0 r^2}$$

对于球外区域，$r > R_2$，

$$E_3 \cdot (4\pi r^2) = \frac{1}{\varepsilon_0} \times \rho \times \frac{4}{3}\pi(R_2^3 - R_1^3)$$
$$E_3 = \frac{\rho(R_2^3 - R_1^3)}{3\varepsilon_0 r^2}$$

选择无穷远处为电势零点时，空腔内的电势为

$$\begin{aligned}
V &= \int_r^\infty \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_r^{R_1} E_1 \mathrm{d}r + \int_{R_1}^{R_2} E_2 \mathrm{d}r + \int_{R_2}^\infty E_3 \mathrm{d}r \\
&= 0 + \int_{R_1}^{R_2} \frac{\rho(r^3 - R_1^3)}{3\varepsilon_0 r^2} \mathrm{d}r + \int_{R_2}^\infty \frac{\rho(R_2^3 - R_1^3)}{3\varepsilon_0 r^2} \mathrm{d}r \\
&= \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \left[\frac{1}{2}r^2 + \frac{R_1^3}{r}\right]_{R_1}^{R_2} + \frac{\rho(R_2^3 - R_1^3)}{3\varepsilon_0} \left[-\frac{1}{r}\right]_{R_2}^\infty \\
&= \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \left[\frac{1}{2}(R_2^2 - R_1^2) + \frac{R_1^3}{R_2} - R_1^2\right] + \frac{\rho(R_2^3 - R_1^3)}{3\varepsilon_0 R_2} \\
&= \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \left[\frac{1}{2}(R_2^2 - R_1^2) - R_1^2 + R_2^2\right] = \frac{\rho}{2\varepsilon_0}(R_2^2 - R_1^2)
\end{aligned}$$

本题也可以使用电势叠加原理求解。运用电势叠加原理求解时，要应用到空腔部分电场为零，所以腔内各点电势相等，通过求球心处的电势来求腔内任意一点的电势。将球层分割成一个个球壳，对于 $r\to r+\mathrm{d}r$ 之间的球壳，在球心处的电势为

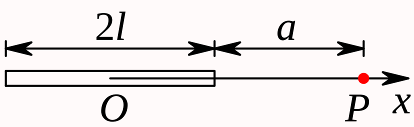
$$\mathrm{d}V=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}=\frac{4\pi\rho r^2\mathrm{d}r}{4\pi\varepsilon_0 r}=\frac{\rho r\mathrm{d}r}{\varepsilon_0}$$

所以总的电势为

$$V=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\rho r\mathrm{d}r}{\varepsilon_0}=\frac{\rho(R_2^2-R_1^2)}{2\varepsilon_0}$$

第 609 题

【1597】电荷 q 均匀分布在长为 $2l$ 的细杆上，求在杆外延长线上与杆端距离为 a 的 P 点的电势 (设无穷远处为电势零点)。



解析

【解析】电势叠加原理。
根据点电荷的电势公式【以无穷远处为电势零点】

$$V=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

和电势叠加原理，将带电细杆分割成一个个元电荷，则对于 $x\to x+\mathrm{d}x$ 段的元电荷，其带电量为 $\mathrm{d}q=\frac{q}{2l}\mathrm{d}x$，它到 P 点的距离为 $r=l+a-x$，所以它在 P 处的电势为

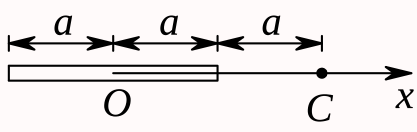
$$\mathrm{d}V=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}=\frac{q\mathrm{d}x}{8\pi\varepsilon_0 l(l+a-x)}$$

所以 P 处的总电势为

$$V=\int_{-l}^{l}\frac{q\mathrm{d}x}{8\pi\varepsilon_0 l(l+a-x)}=\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 l}\left[-\ln(l+a-x)\right]_{-l}^{l}=\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 l}\ln\frac{2l+a}{a}$$

第 610 题

【1380】真空中一均匀带电细直杆，长度为 $2a$，总电荷为 $+Q$，沿 Ox 轴固定放置 (如图)。一运动粒子质量为 m、带有电荷 $+q$，在经过 x 轴上的 C 点时，速率为 v。试求：(1) 粒子在经过 C 点时，它与带电杆之间的相互作用电势能 (设无穷远处为电势零点)；(2) 粒子在电场力作用下运动到无穷远处的速率 v_∞(设 v_∞ 远小于光速)。



解析

【解析】电势叠加原理，能量守恒定律。

根据点电荷的电势公式【以无穷远处为电势零点】

$$V=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

和电势叠加原理，将带电细杆分割成一个个元电荷，则对于 $x\to x+\mathrm{d}x$ 段的元电荷，其带电量为 $\mathrm{d}q=\frac{Q}{2a}\mathrm{d}x$，它到 C 点的距离为 $r=2a-x$，所以它在 C 处的电势为

$$\mathrm{d}V=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}=\frac{Q\mathrm{d}x}{8\pi\varepsilon_0 a(2a-x)}$$

所以 C 处的总电势为

$$V=\int_{-a}^{a}\frac{Q\mathrm{d}x}{8\pi\varepsilon_0 a(2a-x)}=\frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 a}\left[-\ln(2a-x)\right]_{-a}^{a}=\frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 a}\ln 3$$

所以 q 在 C 处时的电势能为

$$W=qV=\frac{Qq}{8\pi\varepsilon_0 a}\ln 3$$

在粒子从 C 点运动到无穷远的过程中，只有电场力做功，所以由能量守恒定律可得【这里不考虑重力势能的变化】

$$\frac{1}{2}mv^2+qV=\frac{1}{2}mv_\infty^2$$
$$v_\infty=\sqrt{v^2+\frac{2qV}{m}}=\sqrt{v^2+\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 am}\ln 3}$$

第 611 题

【5093】电荷 $Q(Q>0)$ 均匀分布在长为 L 的细棒上，在细棒的延长线上距细棒中心 O 距离为 a 的 P 点处放一电荷为 $q(q>0)$ 的点电荷，求带电细棒对该点电荷的静电力。

解析

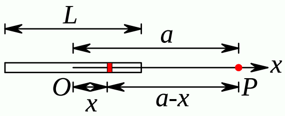
【解析】电场叠加原理。

根据点电荷的电场强度公式

$$\vec{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$

和电场叠加原理，将带电细杆分割成一个个元电荷。以细棒中心为坐标原点，沿棒方向建立 x 轴，

如下图，



则对于 $x \to x + \mathrm{d}x$ 段的元电荷，其带电量为 $\mathrm{d}q = \frac{Q}{L}\mathrm{d}x$，它到 P 点的距离为 $r = a - x$，所以它在 P 处的电场为

$$\mathrm{d}\vec{E} = \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{\mathrm{e}}_x = \frac{Q\mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0 L(a-x)^2}\vec{\mathrm{e}}_x$$

所以 P 处的总电场为

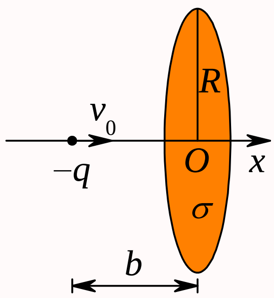
$$\begin{aligned}\vec{E} &= \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{Q\mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0 L(a-x)^2}\vec{\mathrm{e}}_x = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 L}\left[\frac{1}{a-x}\right]_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}}\vec{\mathrm{e}}_x = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 L}\left[\frac{1}{a-\frac{L}{2}} - \frac{1}{a+\frac{L}{2}}\right]\vec{\mathrm{e}}_x \\ &= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\left(a^2 - \frac{L^2}{4}\right)}\vec{\mathrm{e}}_x = \frac{Q}{\pi\varepsilon_0(4a^2 - L^2)}\vec{\mathrm{e}}_x\end{aligned}$$

所以 q 在 P 处时受到的静电力为

$$\vec{F} = q\vec{E} = \frac{Qq}{\pi\varepsilon_0(4a^2 - L^2)}\vec{\mathrm{e}}_x$$

第 612 题

【5246】如图所示，一个半径为 R 的均匀带电圆板，其电荷面密度为 $\sigma(>0)$，今有一质量为 m，电荷为 $-q$ 的粒子 ($q > 0$) 沿圆板轴线 (x 轴) 方向向圆板运动，已知在距圆心 O（也是 x 轴原点）为 b 的位置上时，粒子的速度为 v_0，求粒子击中圆板时的速度 (设圆板带电的均匀性始终不变)。



解析

【解析】电势叠加原理。

根据点电荷的电势公式【以无穷远处为电势零点】

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

和电势叠加原理，将带电圆板分割成一个个元电荷。在圆板上 $r \to r + \mathrm{d}r$、$\theta \to \theta + \mathrm{d}\theta$ 区域的元电荷，其带电量为 $\mathrm{d}q = \sigma\mathrm{d}S = \sigma(\mathrm{d}r)(r\mathrm{d}\theta) = \sigma r\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta$，它到 P 点的距离为 $R = \sqrt{r^2 + b^2}$，所以它

在 P 处的电势为

$$\mathrm{d}V=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 R}=\frac{\sigma r\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{r^2+b^2}}$$

所以 P 处的总电势为

$$V_P=\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^R\frac{\sigma r\mathrm{d}r}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{r^2+b^2}}=\int_0^R\frac{\sigma r\mathrm{d}r}{2\varepsilon_0\sqrt{r^2+b^2}}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{r^2+b^2}\right]_0^R=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{R^2+b^2}-b\right]$$

圆心处的电势为

$$V_O=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}R$$

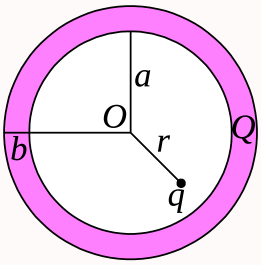
带电粒子从 P 处到 O 处运动的过程中，能量守恒，所以有

$$\frac{1}{2}mv_P^2+(-q)V_P=\frac{1}{2}mv_O^2+(-q)V_O$$

$$\begin{aligned}v_O=\sqrt{v_P^2+\frac{2(-q)(V_P-V_O)}{m}}&=\sqrt{v_0^2+\frac{2q\left[\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}R-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+b^2}-b\right)\right]}{m}}\\&=\sqrt{v_0^2+\frac{q\sigma\left(R+b-\sqrt{R^2+b^2}\right)}{\varepsilon_0 m}}\end{aligned}$$

第 613 题

【1651】如图所示，一内半径为 a、外半径为 b 的金属球壳，带有电荷 Q，在球壳空腔内距离球心 r 处有一点电荷 q。设无限远处为电势零点，试求：(1) 球壳内外表面上的电荷。(2) 球心 O 点处，由球壳内表面上电荷产生的电势。(3) 球心 O 点处的总电势。



解析

【解析】静电平衡，电势叠加原理。

(1) 静电平衡时，导体内部电场为零，所以很容易得到，球壳内表面的带电量为 $-q$，所以外表面的带电量为 $Q+q$。注意，此时，由于 q 不在球心，所以球壳内表面的电荷不是均匀分布的，而是在距离 q 近的地方，电荷密度较大，距离 q 远的地方，电荷密度较小。但球壳外表面仍然是均匀分布的。

(2) 根据点电荷的电势公式【以无穷远处为电势零点】

$$V=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

和电势叠加原理，将球壳内表面分割成一个个元电荷。注意，任意一个元电荷到球心的距离都是 a，

所以虽然电荷不是均匀分布，计算电势时没有影响，

$$dV = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

$$V_a = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 a}\int dq = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

(3) 同理，球壳外表面的电荷在球心处的电势为

$$V_b = \frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 b}$$

而点电荷 q 在球心处的电势为

$$V_q = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

所以球心处的总电势为

$$V = V_a + V_b + V_q = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 b} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{-q}{a} + \frac{Q+q}{b} + \frac{q}{r}\right]$$