大学物理B Note

by Empty

Chapter 9 振动

概念：

振动：

- 狭义（机械振动）：质点位置在某点附近随时间往复变化.
- 广义：任一物理量随时间周期性变化.

- 自由振动
  - 无阻尼
    - <u>无阻尼自由谐振动</u>
    - 无阻尼自由非谐振动
  - 阻尼
- 受迫振动

简谐运动 $\underset{\text{分解}}{\overset{\text{合成}}{\Longleftrightarrow}}$ 复杂振动

简谐振动：可用时间的正余弦函数描述

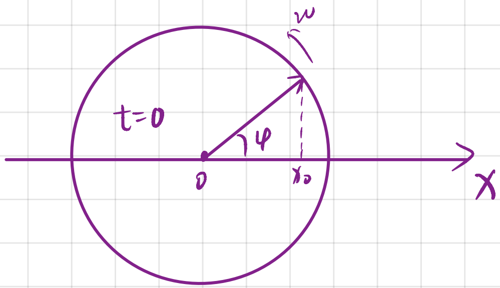
$x = A\cos(\omega t + \varphi)$

振幅 A，频率 ν，周期 T，角频率 ω，相位 Φ

$T = \frac{2\pi}{\omega}$，$\nu = \frac{1}{T}$ $\Phi = \omega t + \varphi$ （弹簧振子 $\omega^2 = \frac{k}{m}$）

$$\begin{cases} A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} \\ \tan\varphi = \frac{-v_0}{\omega x_0} \end{cases}$$ （当 $t=0$，$x = x_0$，$v = v_0$）

旋转矢量法



摆.（对 $\sin\theta$ 近似为 θ）

简谐振动能量:

$$x = A\cos(wt+\varphi)$$

$$w^2 = \frac{k}{m}$$

$$v = -wA\sin(wt+\varphi)$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mw^2A^2\sin^2(wt+\varphi)$$

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(wt+\varphi)$$

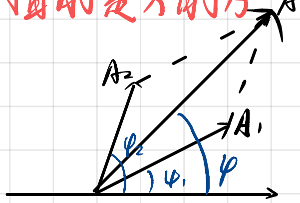
$$= \frac{1}{2}mw^2A^2\cos^2(wt+\varphi)$$

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}mw^2A^2$$

简谐振动合成: (注: 同向指的是x的方向)

一. 同频同向

分: $\begin{cases} x_1 = A_1\cos(\omega t+\varphi_1) \\ x_2 = A_2\cos(\omega t+\varphi_2) \end{cases}$



合: $x = A\cos(\omega t+\varphi)$

$A = \sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)}$ (余弦定理)

$\tan\varphi = \dfrac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$

同向加强. 反向弱.

$\Delta\varphi = 2k\pi$ $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$

二. 同频垂直

轨迹:

$\Delta\varphi = \begin{cases} k\pi & \text{直线} \\ \frac{2k+1}{2}\pi & \text{正椭圆} \\ \text{其他} & \text{斜椭圆} \end{cases}$

三. 同向不同频 拍

拍频: $\nu = |\nu_1 - \nu_2|$

阻尼振动：振幅随时间减小

存在阻尼，阻力 $F_r = -\underline{C}v$ 阻力系数

得：$x = Ae^{-\delta t}\cos(\omega t+\varphi)$

$$\begin{cases} \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} & \text{固有角频率} \\ \delta = \frac{C}{2m} & \text{阻尼系数} \\ \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega_0^2 > \delta^2 & \text{过阻尼} \\ \omega_0^2 < \delta^2 & \text{欠阻尼} \\ \omega_0^2 = \delta^2 & \text{临界阻尼} \end{cases}$$

受迫振动：在周期性外力下的振动

$\underline{F\cos\omega_p t}$ 驱动力

（太复杂了不记）

Chapter 10 波动

机械波：机械振动 → 弹性介质(固液气)

横波&纵波

横波：振动方向⊥传播方向　　介质要能切变

纵波：振动方向与传播方向同向

简谐波：波源及介质中各点均作简谐振动

基本物理量：

波长 λ，周期 T，频率 ν，波速 u

$$\begin{cases} u_{横}=\sqrt{\dfrac{G}{\rho}}\ ,\quad u_{纵}=\sqrt{\dfrac{E}{\rho}} & 固 \\ u=\sqrt{\dfrac{K}{\rho}} & 液气 \end{cases}$$

$$\nu=\frac{1}{T}$$

$$\lambda=uT$$

波线、波面、波前

波线：传播方向

波面：同相位点的集合

波前：最前面的波面（代表着波源的最初状态）

平面简谐波 波函数

已知原点振动方程：$y=A\cos(\omega t+\varphi)$

$$y=A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi]$$

$$=A\cos[2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda})+\varphi]$$

$$=A\cos[\omega t+\varphi-\frac{2\pi}{\lambda}x]$$

若已知 x_0 点振动方程：$y=A\cos(\omega t+\varphi)$

$$y=A\cos[\omega(t-\frac{x-x_0}{u})+\varphi]$$

波能量： 体积元能量

$$dW=\rho A^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})\,dV$$

能量密度： 单位体积介质的波能量

$$w=\frac{dW}{dV}=\rho A^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$$，单位 J/m^3

平均能流密度：能量密度在一个周期内的均值

$$\overline{w}=\frac{1}{T}\int_0^T w\,dt=\frac{1}{2}\rho\omega^2A^2$$

能流：单位时间内垂直通过某一面积的能量

$P=wuS$，单位 W

平均能流：

$\overline{P}=\overline{w}uS$ 单位，W

能流密度（波的强度）I：通过垂直于波传播方向的单位面积的平均能流

$I=\frac{\overline{P}}{S}=\overline{w}u=\frac{1}{2}\rho\omega^2A^2u$　　单位，W/m^2

惠更斯原理：

介质中，波动传播到各点都可以看成是发射子波的子波源，在其后任意时刻，子波的包络即为新波前

波的衍射：

波在传播过程中遇到障碍，能绕过它的边缘传播

波的干涉：

波的叠加：

波传播独立：波与波的传播互不影响
波的叠加：各波作用结果的矢量和

波的干涉：

频率相同、振动方向平行，相位差恒定的两列波相遇时，某些地方振动始终加强，某些地方始终减弱

(1) 条件：
- 频率相同
- 振动方向相同
- 相位差恒定

称之为相干波

(2) 定量讨论：

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\varphi}$$

$$\begin{cases}\Delta\varphi=2k\pi，最大\\ \Delta\varphi=(2k+1)\pi，最小\end{cases}$$

$$\Delta\varphi=\left(\varphi_2-\frac{2\pi r_2}{\lambda}\right)-\left(\varphi_1-\frac{2\pi r_1}{\lambda}\right)$$

$$=(\varphi_2-\varphi_1)+\frac{2\pi}{\lambda}(r_1-r_2)$$

当 $\varphi_1=\varphi_2$，即波同初相，

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}(r_1-r_2)=\frac{2\pi}{\lambda}\delta$$

δ—波程差

转化为：
$$\delta=2k\frac{\lambda}{2}$$ 半波长偶数倍

$$\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

驻波：

合成波各质元以确定的$\boxed{\text{不同振幅}}$在各自平衡位置附近振动

条件：振幅、频率、传播速度均相同的两列相干波，在同一直线沿相反方向传播叠加而成，是一种特殊的干涉。

驻波方程：

$$y_1 = A\cos 2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda})$$

$$y_2 = A\cos 2\pi(\nu t + \frac{x}{\lambda})$$

$$y = y_1 + y_2$$

$$= \underline{2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}}\cos 2\pi\nu t$$

$|2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}|$ 只与 x 有关，与 t 无关

$$|\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}| = \begin{cases} 0 & \frac{2\pi}{\lambda}x = \frac{2k+1}{2}\pi \quad \text{波节} \quad x = (2k+1)\frac{\lambda}{4} \\ 1 & \frac{2\pi}{\lambda}x = k\pi \quad \text{波腹} \quad x = 2k\cdot\frac{\lambda}{4} \end{cases}$$

半波损失：

波疏 → 波密，$\delta + \frac{\lambda}{2}$

驻波能量：

无能量传播，动能集中在波腹，势能集中在波节

振动的简正模式：

两端固定的弦线产生，端点为波节的驻波，满足的条件是：

$$l = n\frac{\lambda_n}{2}, \quad n = 1, 2 \cdots$$

多普勒效应：

波源和接收器间存在相对运动使接受频率与波频率不同的现象

接收频率 ν'

波频率：ν

波速：u

$$\nu' = \frac{u \pm v_0}{u \mp v_s}\nu$$

$\begin{cases} v_0：接收器速度 \\ v_s：波源速度 \end{cases}$

靠近 +，远离 −

靠近 −，远离 +

电磁波：

能量密度：$w = \frac{1}{2}(\varepsilon E^2 + \mu H^2)$

能流密度 $I = EH$

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$