

班号 2103206 学号 210320621 姓名 吴俊达 教师签字 

实验日期 2023.3.31 组号 25 预习成绩 20 总成绩 _____

实验名称 准稳态法测不良导体的比热容和导热系数

一、预习

1. 请结合一维无限大平板导热模型，利用傅里叶热传导定律，给出导热系数的推导过程？
2. 在本实验中，如何判断系统进入准稳态？

解：1. 考虑一厚度为 $2R$ 的无限大不良导体平板，其初始温度为 t_0 ，现在平板两侧同时施加均匀的对向中心面的热流密度 q_c ，则平板各处温度 $t(x, \tau)$ 将随加热时间 τ 变化。此模型可表示为

$$\begin{cases} \frac{\partial t(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t(x, \tau)}{\partial x^2} & a = \lambda / \rho c, \lambda \text{ 为材料导热系数,} \\ \frac{\partial t(R, \tau)}{\partial x} = \frac{q_c}{\lambda} \frac{\partial t(0, \tau)}{\partial x} = 0 & \rho \text{ 为材料密度, } c \text{ 为材料比热,} \\ t(x, 0) = t_0 & a \text{ 为导热系数 (热扩散率)} \end{cases}$$

方程的解为 $t(x, \tau) = t_0 + \frac{q_c}{\lambda} \left(\frac{a\tau}{R} + \frac{1}{2a}x^2 - \frac{R}{6} + \frac{2R}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \cos \frac{n\pi}{R} x e^{-\frac{an^2\tau}{R^2}} \right)$

↓
可见级数和项由于指数衰减，经适当加热时间增大而逐渐变少，直至可忽略不计。

$\frac{a\tau}{R^2} > 0.5$ 后，上述级数和项可忽略，上式变为 $t(x, \tau) = t_0 + \frac{q_c}{\lambda} \left[\frac{a\tau}{R} + \frac{x^2}{2a} - \frac{R}{6} \right]$

试件中心处，有 $x=0$ ，故有 $t(0, \tau) = t_0 + \frac{q_c}{\lambda} \left[\frac{a\tau}{R} - \frac{R}{6} \right]$ ，

试件加热面处，有 $x=R$ ，故有 $t(R, \tau) = t_0 + \frac{q_c}{\lambda} \left[\frac{a\tau}{R} + \frac{R}{3} \right]$ 。

因此， $\frac{a\tau}{R^2} > 0.5$ 时，试件中心面和加热面处温度和加热时间成线性关系，温升速率为 $\frac{aq_c}{\lambda R}$ ，

此时加热面和中心面间温差为 $\Delta t = t(R, \tau) - t(0, \tau) = \frac{1}{2} \frac{q_c R}{\lambda}$ (1)

所以，此时加热面与中心面间温差 Δt 与加热时间 τ 无直接关系，保持恒定，系统各处温度与时间为线性关系，温升速率也相同，称此种状态为准稳态。

此时由(1)式，得 $\lambda = \frac{q_c R}{2\Delta t}$ ， Δt 为加热面与中心面间的温差 Δt 。再结合 q_c 与 R ，即可得到导热系数 λ 。

2. 判断方法：加热面与中心面的热电偶电势差保持稳定（即说明加热面与中心面的温差保持稳定）。（基不变）

中心面与室温温差呈线性增长。

$$\Delta V = S \Delta T, \quad S = 0.04$$

(mV) (K)

二、原始数据记录

表1 导热系数及比热测定 [样品1: 有机玻璃]

加热电压 $V=18.0(V)$, 加热膜电阻 $r=105.55(\Omega)$, 试样厚度 $R=0.01(m)$

记录点	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
时间 τ (min)	5	5.5	6	6.5	7	7.5	8	8.5	9	9.5
加热面热电势 S_1 (mV)	0.246	0.259	0.272	0.285	0.298	0.310	0.323	0.336	0.348	0.362
中心面热电势 S_2 (mV)	0.055	0.067	0.079	0.091	0.103	0.116	0.129	0.141	0.154	0.167
两面热电势之差 V_i (mV)	0.191	0.192	0.193	0.194	0.195	0.194	0.194	0.195	0.194	0.195
5分钟热电势升高 $\Delta V_h = S_{i+10} - S_i$ (mV)	0.128	0.128	0.128	0.127	0.127	0.128	0.128	0.127	0.128	0.126

记录点	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	平均
时间 τ (min)	10	10.5	11	11.5	12	12.5	13	13.5	14	14.5	/
加热面热电势 S_1 (mV)	0.374	0.387	0.400	0.412	0.425	0.438	0.451	0.463	0.476	0.488	/
中心面热电势 S_2 (mV)	0.180	0.193	0.206	0.219	0.232	0.245	0.258	0.271	0.284	0.297	/
两面热电势之差 V_i (mV)	0.194	0.194	0.194	0.193	0.193	0.193	0.193	0.192	0.192	0.191	0.1933
5分钟热电势升高 $\Delta V_h = S_{i+10} - S_i$ (mV)	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/

教师	姓名
签字	

$$\Delta V = S \Delta T, \quad S = 0.04$$

(mV) (K)

二、原始数据记录

表1 导热系数及比热测定 [样品2: 橡胶]

加热电压 $V=18.0(V)$, 加热膜电阻 $r=105.55(\Omega)$, 试样厚度 $R=0.01(m)$

记录点	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
时间 τ (min)	13.5	14	14.5	15	15.5	16	16.5	17	17.5	18
加热面热电势 S_1 (mV)	0.355	0.367	0.379	0.390	0.401	0.413	0.424	0.435	0.446	0.457
中心面热电势 S_2 (mV)	0.221	0.233	0.245	0.256	0.268	0.279	0.291	0.302	0.314	0.325
两面热电势之差 V_i (mV)	0.134	0.134	0.134	0.134	0.133	0.134	0.133	0.133	0.132	0.132
5分钟热电势升高 $\Delta V_h = S_{i+10} - S_i$ (mV)	0.113	0.113	0.112	0.112	0.111	0.110	0.110	0.109	0.109	0.108

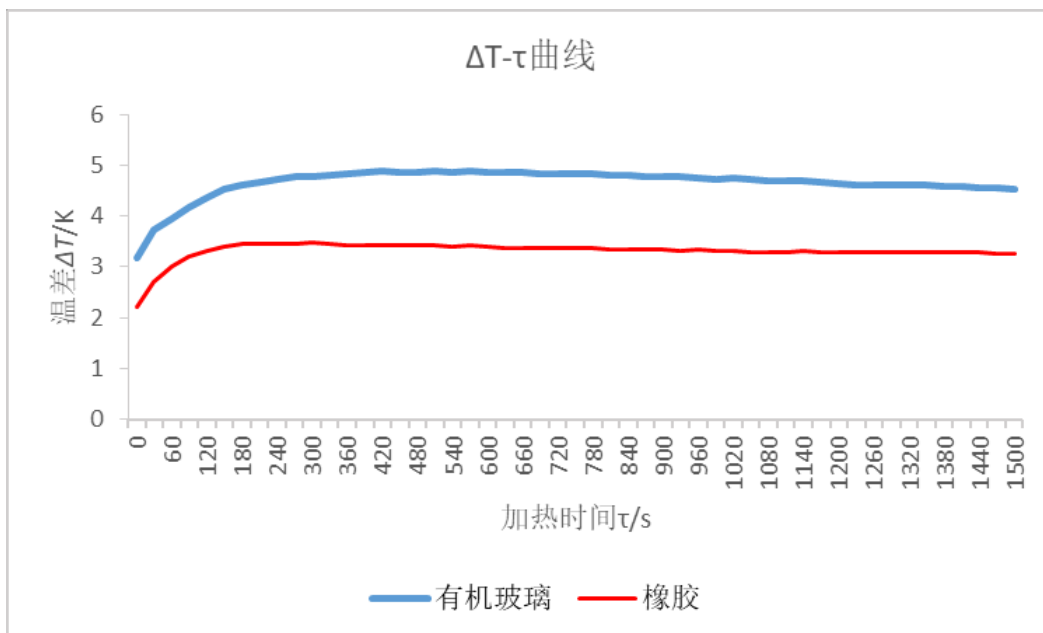
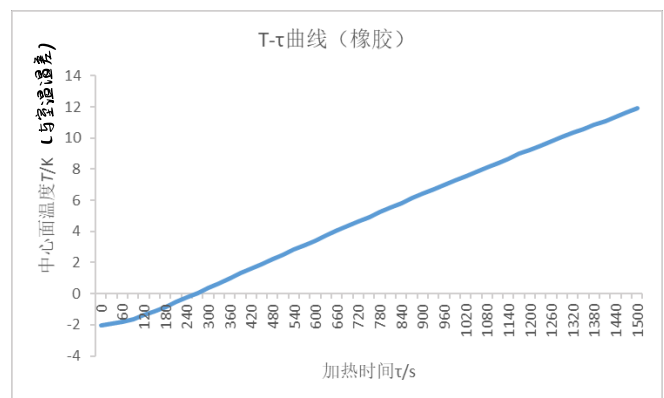
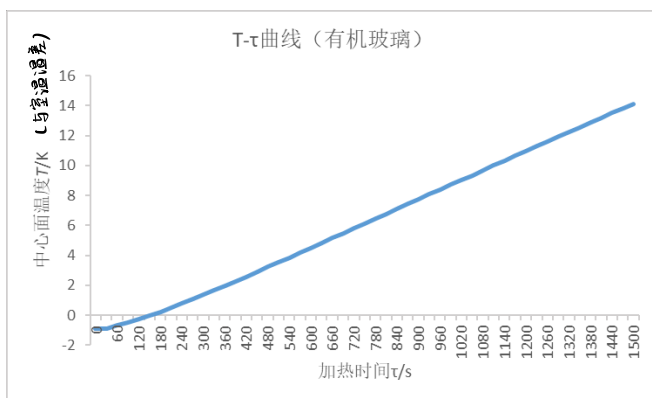
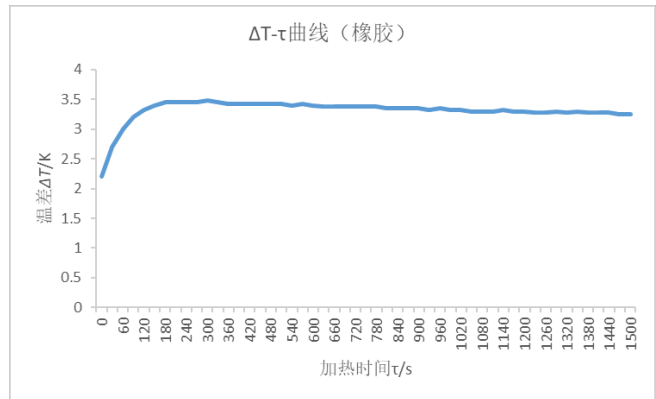
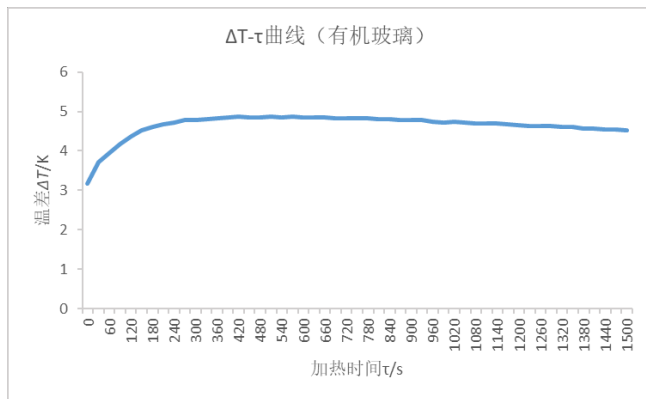
记录点	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	平均
时间 τ (min)	18.5	19	19.5	20	20.5	21	21.5	22	22.5	23	/
加热面热电势 S_1 (mV)	0.468	0.480	0.491	0.502	0.512	0.523	0.534	0.544	0.555	0.565	/
中心面热电势 S_2 (mV)	0.336	0.347	0.359	0.370	0.381	0.392	0.402	0.413	0.423	0.434	/
两面热电势之差 V_i (mV)	0.132	0.133	0.132	0.132	0.131	0.131	0.132	0.131	0.132	0.131	0.1325
5分钟热电势升高 $\Delta V_h = S_{i+10} - S_i$ (mV)	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/

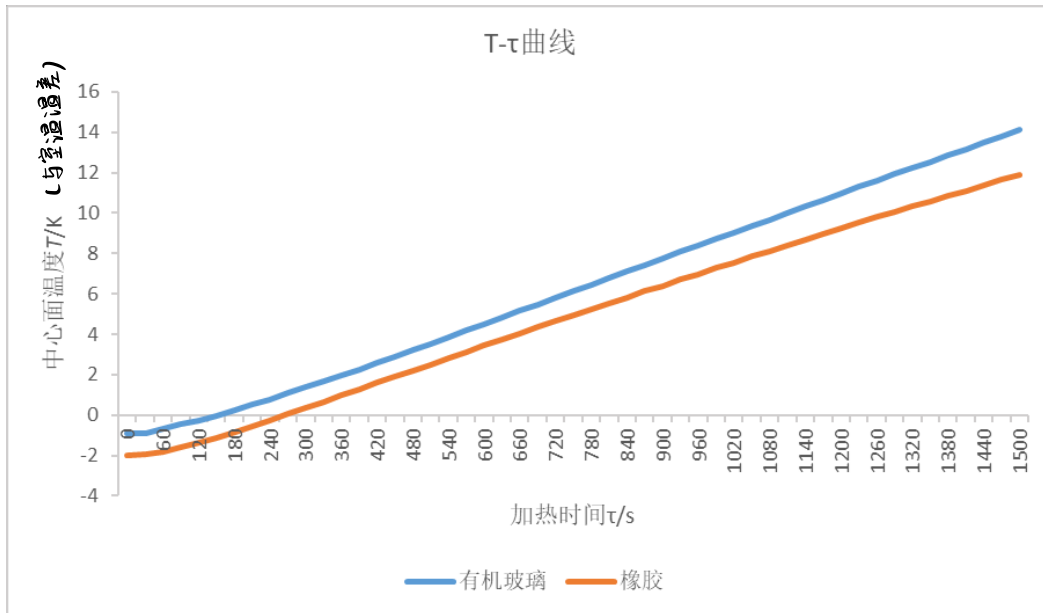
教师	姓名
签字	

三、数据处理

1. 在坐标纸上分别画出 ΔT - τ 及 T - τ 曲线，从图上判断何时进入准稳态，并求出 ΔT 及 $dT/d\tau$;
2. 计算有机玻璃样品和橡胶样品的导热系数和比热容。

解：1. 利用 Excel 绘图如下：





从图上可看出，加热时间 τ 达到 300s 以后，两样品的加热面和中心面的温差基本保持不变，且中心面和室温的温差近似呈线性变化（室温近似不变，为 23°C(296K)），可视为达到了准稳态。

计算 ΔT 和 $\frac{dT}{d\tau}$ 如下：

有机玻璃样品：取进入准稳态后的 20 个（从 5 分钟到 14.5 分钟） V_t ，取平均值得 $V_t = 0.1933V$ ，因此

$$\Delta T = \frac{V_t}{S} = \frac{0.1933}{0.040} = 4.8325 \text{ K}。5 \text{ 分钟的时间间隔中，} \Delta V = 0.128\text{mV}，\text{ 因此}$$

$$\frac{dT}{d\tau} = \frac{\Delta V}{5 \times 60 \times 0.040} = \frac{0.128}{5 \times 60 \times 0.040} = 0.0107 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}。$$

橡胶样品：取进入准稳态后的 20 个（从 13.5 分钟到 23 分钟） V_t ，取平均值得 $V_t = 0.1325V$ ，因此

$$\Delta T = \frac{V_t}{S} = \frac{0.1325}{0.040} = 3.3125 \text{ K}。5 \text{ 分钟的时间间隔中，} \Delta V = 0.111\text{mV}，\text{ 因此}$$

$$\frac{dT}{d\tau} = \frac{\Delta V}{5 \times 60 \times 0.040} = \frac{0.111}{5 \times 60 \times 0.040} = 0.00925 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}。$$

$$2. \text{ 热流密度 } q_c = \frac{AV^2}{2Fr} = \frac{0.85 \times 18^2}{2 \times 0.09 \times 0.09 \times 105.55} = 161.06 \text{ W/m}^2$$

$$\text{导热系数公式 } \lambda = \frac{q_c R}{2\Delta T}，\text{ 式中 } R=0.010\text{m}；\text{ 比热容公式 } c = \frac{q_c}{\rho R \frac{dT}{d\tau}}。$$

$$\text{对于有机玻璃，代入第 1 问中的 } \Delta T \text{ 和 } \frac{dT}{d\tau} \text{ 数据，得：} \lambda(\text{有机玻璃}) = \frac{161.06 \times 0.010}{2 \times 4.8325} = 0.167 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}；$$

$$c(\text{有机玻璃}) = \frac{161.06}{1196 \times 0.010 \times 0.0107} = 1258 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)} \quad (\rho(\text{有机玻璃}) = 1196 \text{ kg/m}^3)$$

对于橡胶，代入第 1 问中的 ΔT 和 $\frac{dT}{d\tau}$ 数据，得： $\lambda(\text{橡胶}) = \frac{161.06 \times 0.010}{2 \times 3.3125} = 0.243 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ；

$$c(\text{橡胶}) = \frac{161.06}{1374 \times 0.010 \times 0.00925} = 1267 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \quad (\rho(\text{橡胶}) = 1374 \text{ kg}/\text{m}^3)$$

四、实验现象分析及结论

有机玻璃样品： $\lambda(\text{有机玻璃}) = 0.167 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ； $c(\text{有机玻璃}) = 1258 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ；

橡胶样品： $\lambda(\text{橡胶}) = 0.243 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ； $c(\text{橡胶}) = 1267 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 。

可见，橡胶的导热性能和比热容均强于有机玻璃，即有机玻璃比起橡胶的热传导性更差（不良）。

五、讨论题

1. 本实验中我们采取在样品两端加热的方式根据加热面与中心面的温差及端面温升速率求出导热系数和比热。实验中为何使用四块样品？

答：计算导热系数和比热容需要使用热流密度 q_c ，而 q_c 通过加热膜的电功率确定。加热膜发出的热量是向两面传导的，如果只使用两块样品，加热膜向两侧发出的热量不相等，会导致难以计算热流密度 q_c 。实验中将四块样品对称地放置，这样的对称结构可以保证向样品传导的热流占加热器电功率的一半，可以简便地算得向样品传导的热流密度。

2. 本实验中判断系统进入准稳态的条件是什么？

答：① 加热面与中心面的热电偶电势差保持稳定（基本不变）（即说明加热面与中心面的温差保持稳定）。

② 中心面与室温的温差呈线性增长（ $dT/d\tau$ 为一定值）（由于室温可近似视为不变）。

3. 本实验中准稳态会无限保持下去吗？是否时间越长实验数据越好？

答：① 不会。由于实验条件不能完全满足理想模型，如边缘效应随试样温度升高而加剧等，试样温度不可能保持理想的准稳态。

② 由于试样温度不可能保持理想的准稳态，故延长测量时间也无益，实验一般最多持续 35 分钟。