第一次作业

1

某球面三角形ABC，$a=57^{\circ}22'11'',b=72^{\circ}12'19'',C=94^{\circ}1'49''$，求$c,A,B$

答：由球面几何的余弦公式得

$$c=\arccos\ (\cos\ a\cos\ b+\sin\ a\sin\ b\cos\ C)=83^{\circ}46'31''$$
$$A=\arccos\ (\frac{\cos\ a-\cos\ b\cos\ c}{\sin\ b\sin\ c})=57^{\circ}40'45''$$
$$B=\arccos\ (\frac{\cos\ b-\cos\ c\cos\ a}{\sin\ c\sin\ a})=72^{\circ}49'50''$$

2

某球面三角形ABC，$c=90^{\circ},B=62^{\circ}20'42'',a=136^{\circ}19'0''$，求$A,C,b$

答：由直边球面三角形的性质得

$$\sin\ B=\cot\ a\tan\ A\ ,\quad \sin\ A=\cot\ b\tan\ B\ ,\quad \sin\ C=-\cos\ A\cos\ B$$
$$A=\arctan\ (\frac{\sin\ B}{\cot\ a})+180^{\circ}\ =139^{\circ}46'13''$$
$$C=\arccos\ (-\cos\ A\cos\ B)=69^{\circ}14'45''$$
$$b=\text{arccot}\ (\frac{\sin\ A}{\tan\ B})=71^{\circ}18'9''$$

第二次作业

1

参宿七目视星等$m_v=0.18$，距离773l.y.；织女星目视星等$m_v=0.03$，视差$0.129''$。分别求它们的绝对星等。

$m_v-M_v=2.5\text{log}(\frac{r}{10\text{pc}})^2=5\text{log}r-5$，得$M_v=m_v+5-5\text{log}r$

其中r以秒差距pc为单位，$10\text{pc}=32.16\text{l.y.}$

视差和距离的关系为：10pc的距离对应$0.1''$的视差

参宿七：$r=773\text{l.y.}$，则$M_v=0.18-5\log\frac{773}{32.16}=-6.72$

织女星：$\theta=0.129''$，则$M_v=0.03-5\log\frac{0.1''}{0.129''}=0.58$

2

假设人眼瞳孔的最大直径为$8mm$，计算口径为$2.4m$的望远镜的聚光能力是人眼的多少倍，提高多少星等。

聚光能力比：$\frac{A_{tele}}{A_{eye}}=\frac{\pi\times(2.4\times10^3)^2}{\pi\times8^2}=90000$，即望远镜聚光能力是人眼的90000倍。

提高星等$\Delta m=2.5\text{log}\frac{A_{tele}}{A_{eye}}=12.39$

第三次作业

1

阋神星的长半轴为$1.01796\times10^{10}km$，用开普勒第三定律计算其公转周期。（$1AU=1.5\times10^8km$）

地球长半轴约为$a_{Earth}=1AU$，公转周期$T_{Earth}=1y$

由开普勒三定律得$\dfrac{a_{Earth}^3}{T_{Earth}^2}=\dfrac{a_{Eris}^3}{T_{Eris}^2}$，则

$$T_{Eris}=\sqrt{\frac{a_{Eris}^3}{a_{Earth}^3}}T_{Earth}=\sqrt{\frac{(1.01796\times10^{10})^3}{(1.5\times10^8)^3}}\times1y=559.07y$$

2

阋神星的质量是地球的0.27%，半径是地球的18%，求阋神星的逃逸速度。

地球的逃逸速度$v_{Earth}=11.2km/s$

由$m\dfrac{v^2}{R}=G\dfrac{Mm}{R^2}$得$v=\sqrt{\dfrac{GM}{R}}$

则

$$v_{Eris}=\sqrt{\frac{GM_{Eris}}{R_{Eris}}}=\sqrt{\frac{GM_{Earth}}{R_{Earth}}\frac{M_{Eris}R_{Earth}}{R_{Eris}M_{Earth}}}=\sqrt{\frac{\frac{M_{Eris}}{M_{Earth}}}{\frac{R_{Eris}}{R_{Earth}}}}v_{Earth}=\sqrt{\frac{0.27\%}{18\%}}\times11.2km/s=1.37km/s$$

第四次作业

造父一（仙王δ）的视星等为3.5，光变周期为$5.4d$，估算造父一的距离（用光年表示）

答：由$M=-2.81\log P-1.43$，代入造父一的光变周期$P=5.4d$，得绝对星等$M=-3.49$

由$m-M=5logr-5$得$r=10^{\frac{m-M+5}{5}}=250pc=804l.y.$

故造父一距离约为804光年

第五次作业

观测到一个遥远的类星体光谱中的一条谱线的波长是$1.5\mu m$，这条谱线在实验室中波长为$300nm$，试求：1.该类星体的红移值和退行速度；2.用哈勃定律估计距离（哈勃常数取$H=75km\cdot s^{-1}\cdot Mpc^{-1}$）

答：红移值$z=\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_0}=\dfrac{1.5-0.3}{0.3}=4$

由近光速红移公式$z=\dfrac{1+\dfrac{v}{c}}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}-1$得：退行速度$v=\dfrac{z^2+2z}{z^2+2z+2}c=\dfrac{12}{13}c=2.8\times10^5km/s$

由哈勃定律$v=Hd$得：$d=v/H=3.7\times10^3Mpc$