

# 2021 线性代数 期中考试题 回忆版

满分 30, 选填一题 1 分, 大题一题 5 分

## 填空题

1

已知

$$A = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{vmatrix}$$

求:  $A_{11} - A_{12}$

2

判断两直线的位置关系:

$$L_1: x + 3y - z - 1 = 0$$
$$L_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{-1}$$

3

已知向量  $\alpha$  满足:

$$\alpha\alpha^T = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

求:  $\alpha^T\alpha$

4

已知:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & 4 & 3 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

求:  $A^*$

5

已知:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

求:  $A^{-1}$

## 选择题

### 6

已知 4 阶行列式  $A$  的第一行各元素为:  $-4, 0, 1, 3$ , 第三行对应余子式为:  $-2, 5, 1, x$ , 求  $x$ :

- A: 0
- B: -3
- C: 3
- D: 2

### 7

已知  $C$  为一可逆  $n$  阶方阵,  $A$  为一  $m \times n$  阶矩阵,  $B$  满足  $B = AC$ , 则正确的是:

选项顺序可能有误

- A:  $R(A) > R(B)$
- B:  $R(A) = R(B)$
- C:  $R(A) < R(B)$
- D: 无法判断

### 8

下列是反对称矩阵的是:

选项顺序可能有误

- A:  $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$
- B:  $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$
- A:  $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$
- A:  $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$

### 9

已知  $A$  为一可逆  $n$  阶方阵, 求  $|(A^*)^{-1}|$

选项忘记了

### 10

判断两直线的位置关系:

$$L_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-1}{-1}$$
$$L_2: \begin{cases} x+y+z=1 \\ x+y+2z=3 \end{cases}$$

选项忘记了

## 大题

## 11

求过点  $M_0(2, 0, -3)$ , 直线:

$$L_0 : \begin{cases} x - 2y + 4z = 7 \\ 3x + 5y - 2z = -1 \end{cases}$$

的平面方程.

## 12

已知:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

求:

1.  $C = A^{-1}B$
2.  $|2E + (CC^T)^3|$ , 其中  $E$  是一特定阶数的单位矩阵

## 13

已知  $A$  是一  $n$  阶方阵.

1. 求证: 若存在  $B \neq 0$  使得  $BA = 0$ , 则  $A$  不可逆.
2. 若存在  $n$  阶方阵  $C$  使得  $CA$  为一系列初等矩阵的乘积, 则  $A$  可逆
3. 若对于所有的  $n \times 1$  向量  $\alpha$ ,  $AX = \alpha$  有解, 则对于所有的  $n \times 1$  向量  $\beta$ ,  $A^*X = \beta$  有解且解唯一.

## 14

已知  $A$  是一  $n \times m$  阶矩阵., 求证:  $R(A) < m$  当且仅当 存在非零向量  $X_0 = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \dots \\ k_m \end{pmatrix}$  使得

$$AX_0 = 0$$