概率论与数理统计模拟试题（十一）

一、填空题（每小题 3 分，共 5 小题，满分 15 分）

1．在投掷一枚均匀硬币的 4 次独立试验中，若已知至少 1 次已经反面朝上，则这时得到至少 3 次正面朝上的概率为______.

2．电机的绝缘寿命随机变量$Y=10^X$，其中 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，则Y 的概率密度______.

3．设随机变量ξ,η 的概率密度为

$$f_\xi(x)=\begin{cases}2e^{-2x} & x\ge 0\\ 0 & x<0\end{cases},\quad \varphi_\eta(y)=\begin{cases}4e^{-4y} & y\ge 0\\ 0 & y<0\end{cases}$$

且ξ与η相互独立，则$D(2\xi-3\eta)=$______.

4．设(X,Y)在$G=\{(x,y)\,|\,0<x<y<1\}$上服从均匀分布，则 X 与Y 的相关系数为

_______.

5．已知一批零件长度 $X\left(cm\right)\sim N\left(\mu,1\right)$，从中随机地抽取 16 个零件，得样本均值 $\bar{X}=40\,\text{cm}$，则μ 的置信度为 0.95 的置信区间是________.

二、选择题（每小题 3 分，共 5 小题，满分 15 分）

（每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的，把所选项的字母填在题后的括号内）

1．已知$P(B)>0,\ \ A_1A_2=\phi,$ 则下列各式中不正确的是（　　）

（A）$P(A_1A_2|B)=0$；（B）$P(A_1\cup A_2|B)=P(A_1|B)+P(A_2|B)$；

（C）$P(\bar{A}_1\bar{A}_2|B)=1$；（D）$P(\bar{A}_1\cup\bar{A}_2|B)=1$.

2．下列函数可作为连续型随机变量的概率密度（　　）.

（A）$f(x)=\begin{cases}\sin x & \pi\le x\le\frac{3}{2}\pi\\ 0 & 其他\end{cases}$；（B）$g(x)=\begin{cases}-\sin x & \pi\le x\le\frac{3}{2}\pi\\ 0 & 其他\end{cases}$；

（C）$\varphi(x)=\begin{cases}\cos x & \pi\le x\le\frac{3}{2}\pi\\ 0 & 其他\end{cases}$；（D）$h(x)=\begin{cases}1-\cos x & \pi\le x\le\frac{3}{2}\pi\\ 0 & 其他\end{cases}$.

3．设随机变量 $X\sim N(-3,1)$，$Y\sim N(2,1)$，且 X 与Y 独立，设$Z=X-2Y+7$，则$Z\sim$（　　）.

（A）$N(0,5)$；（B）$N(0,-3)$；（C）$N(0,46)$；（C）$N(0,54)$.

4. 设(X,Y)有概率密度 $f(x,y)=\begin{cases}24y(1-x), & 0\le x\le 1,\ 0\le y\le x\\ 0 & ，其他\end{cases}$，则关于 X 的概率密度为（　　）

（A） $f_X(x)=\begin{cases}12x^2(1-x), & 0\le x\le 1\\ 0\ , & 其他\end{cases}$　　（B） $f_X(x)=\begin{cases}12x(1-x)^2, & 0\le x\le 1\\ 0\ , & 其他\end{cases}$

（C） $f_X(x)=\begin{cases}24x^2(1-x), & 0\le x\le 1\\ 0\ , & 其他\end{cases}$　　（D） $f_X(x)=\begin{cases}24x(1-x)^2, & 0\le x\le 1\\ 0\ , & 其他\end{cases}$

5. 设 $X_1,\cdots,X_n$ 是总体 X 的样本，$EX=\mu, DX=\sigma^2, \overline{X}$ 是样本均值，S^2 是样本方差，则（　　）

（A） $\overline{X}\sim N\left(\mu,\dfrac{\sigma^2}{n}\right)$；　　（B） S^2 与 $\overline{X}$ 独立；

（C） $\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)$；　　（D） S^2 是 σ^2 的无偏估计

三、（10 分）某班车起点站处上车人数 $X\sim P(\lambda),(\lambda>0)$, 每位乘客在中途下车的概率均为 p，且中途下车与否相互独立，以 Y 表示在中途下车的人数. 求

（1）在发车时有 n 个乘客的条件下，中途有 m 个人下车的概率；

（2）二维随机变量 (X,Y) 的概率分布.

四、（10 分）设二维随机变量(X,Y)的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} e^{-(x+y)} & x>0, y>0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

试求随机变量$Z=X-Y$的分布函数与概率密度.

五、（10 分）设随机变量 X 和 Y 的联合分布在以点 $(0,1)$，$(1,0)$，$(1,1)$ 为顶点的三角形区域内服从均匀分布，试求随机变量 $V = X + Y$ 的方差.

六、（6 分）在$[0,1]$上任取n个点，以X 记最大点与最小点的距离，求EX .

七、（14 分）（1）设 $X_1,\cdots,X_n$ 是来自两参数指数分布样本，总体 X 的密度为

$$f(x_i\theta_1\theta_2)=\begin{cases}\dfrac{1}{\theta_2}e^{-\frac{x-\theta_1}{\theta_2}}, & x\geq\theta_1\\ 0, & 其它\end{cases}$$

其中 $-\infty<\theta_1<+\infty$，$0<\theta_2<+\infty$，求参数 θ_1 和 θ_2 的

1）极大似然估计；2）矩估计

（2）某种导线，其电阻的标准差不超过标准 0.005 欧姆，今在生产的一批导线中取样品 9 根，测得 s =0.007 欧姆，设总体为正态总体，问在显著性水平 α =0.05 下能认为这批导线电阻的标准差显著地偏大吗？