

### 实验名称 RLC 电路暂态特性的研究

#### 一、预习

1. RC、RL 串联电路暂态过程电压表达式，以及时间常数  $\tau$  的表达式是什么？
2. RLC 串联电路的暂态过程（三种阻尼过程）电压表达式、时间常数  $\tau$  表达式是什么？
3. 请绘制数字示波器、信号发生器观测 RC、RL 和 RLC 串联电路的连接线路示意图。

答：1. RC 串联电路：

充电： $U_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$ ， 放电： $U_C(t) = Ee^{-\frac{t}{RC}}$ 。 时间常数  $\tau = RC$ 。

RL 串联电路：

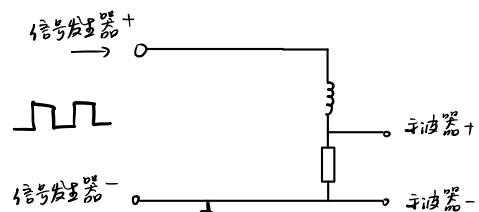
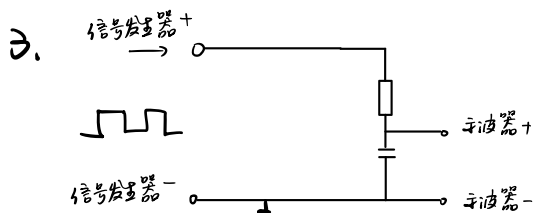
充电： $U_L(t) = Ee^{-\frac{R}{L}t}$ ， 放电： $U_L(t) = -Ee^{-\frac{R}{L}t}$ 。 时间常数  $\tau = \frac{L}{R}$ 。

2. RLC 串联电路 充电时：

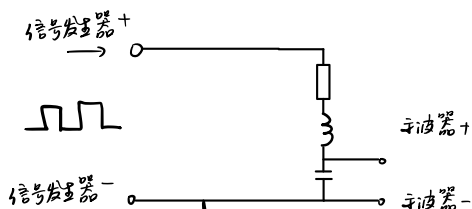
- ① 欠阻尼： $R < \sqrt{\frac{4L}{C}}$  时，有  $U_C(t) = E \left[ 1 - \frac{4L}{\sqrt{4L-R^2C}} e^{-\frac{t}{\tau}} \cos(\omega t + \varphi) \right]$ ，式中  $\tau = \frac{2L}{R}$  (下同)  
 $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - \frac{R^2C}{4L}}$
- ② 过阻尼： $R > \sqrt{\frac{4L}{C}}$  时，有  $U_C(t) = E \left[ 1 - \frac{4L}{\sqrt{R^2C-4L}} e^{-\frac{t}{\tau}} \sinh(\beta t + \varphi) \right]$ ，式中  $\beta = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{R^2C}{4L} - 1}$
- ③ 临界阻尼： $R = \sqrt{\frac{4L}{C}}$  时，有  $U_C(t) = E \left[ 1 - \left(1 + \frac{t}{\tau}\right) e^{-\frac{t}{\tau}} \right]$

RLC 串联电路 放电时：

- ① 欠阻尼： $R < \sqrt{\frac{4L}{C}}$  时，有  $U_C(t) = E \frac{\sqrt{4L}}{\sqrt{4L-R^2C}} e^{-\frac{t}{\tau}} \cos(\omega t + \varphi)$ ，式中  $\tau = \frac{2L}{R}$  (下同)  
 $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - \frac{R^2C}{4L}}$
- ② 过阻尼： $R > \sqrt{\frac{4L}{C}}$  时，有  $U_C(t) = E \frac{\sqrt{4L}}{\sqrt{R^2C-4L}} e^{-\frac{t}{\tau}} \sinh(\beta t + \varphi)$ ，式中  $\beta = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{R^2C}{4L} - 1}$
- ③ 临界阻尼： $R = \sqrt{\frac{4L}{C}}$  时，有  $U_C(t) = E \left(1 + \frac{t}{\tau}\right) e^{-\frac{t}{\tau}}$ 。



测量 R 上电压  
可得电流变化规律



## 二、原始数据记录

### 1. RC 串联电路的暂态特性(使用方波信号进行实验, 可取 $V_{pp}=10V$ )

$R=500\ \Omega$  方波信号周期  $T=80.0\ \mu s$   $80.0\ ms$   $770.0\ ms$   $3.00s$

$\tau$ / $C$	0.022 $\mu F$	10 $\mu F$	100 $\mu F$	470 $\mu F$	(从左至右)
时间常数 $\tau$	12.0 $\mu s$	5.80ms	60.0ms	272ms	

$C=100\ \mu F$  方波信号周期  $T=60.0\ ms$   $80.0\ ms$   $150.0\ ms$   $770.0\ ms$

$\tau$ / $R$	10 $\Omega$	50 $\Omega$	100 $\Omega$	500 $\Omega$	(从左至右)
时间常数 $\tau$	6.00ms	10.0ms	14.4ms	60.0ms	

### 2. RL 串联电路的暂态特性(使用方波信号进行实验, 可取 $V_{pp}=10V$ )

$L=10\ mH$  方波信号周期  $T=1\ ms$   $250\ \mu s$   $110\ \mu s$  (从左至右)

$R_S=50\ \Omega$

$\tau$ / $R$	100 $\Omega$	500 $\Omega$	900 $\Omega$
时间常数 $\tau$	60.0 $\mu s$	17.6 $\mu s$	9.60 $\mu s$

$R=1000\ \Omega$  方波信号周期  $T=0.8\ ms$   $1\ ms$   $1.4\ ms$  (从左至右)

$\tau$ / $L$	10 mH	50 mH	100mH
时间常数 $\tau$	9.20 $\mu s$	44.8 $\mu s$	90.0 $\mu s$

测量  $L$  分别为 10、50、100 mH 时, 对应的电感电阻  $6.5\ \Omega$   $33.6\ \Omega$   $73.5\ \Omega$

### 3. RLC 串联电路的暂态特性(使用方波信号进行实验, 可取 $V_{pp}=10V$ )

电容  $L=10mH$ ,  $C=0.022\ \mu F$ , 信号源内阻  $R_S=50\ \Omega$


(1) 调节电阻箱电阻  $R_{电阻箱}$  数值, 观察记录 3 种不同阻尼状态波形, 临界阻值测量值  $R_0=1380\ \Omega$

(2) 测量欠阻尼情况下充电振荡波形的峰值  $U_{cti}$  及相应的时间  $t_i$

$U_{cti}/V$	18.4	16.2	14.6	13.2	12.4	11.8	11.2	10.8	10.6
$t_i/\mu s$	44.0	134.0	226.0	318.0	410.0	502.0	594.0	684.0	778.0

$E=10\ V$ ,  $R_{电阻箱}=0$

( $V_{pp}$ )

教师	姓名
签字	

## 三、数据处理

1. 记录各项实验任务过程中的  $R$ 、 $C$  和  $L$  各参数值，示波器观察到的波形，以及时间常数  $\tau$ ，并与理论值相比较。
2. 在  $RLC$  串联电路中，测量欠阻尼情况下  $U_C$  充电时振荡波形峰值  $U_{ct_i}$  和  $t_i$ ，采用最小二乘法或作图法求出  $\ln(E - U_C) \sim t$  的斜率，计算时间常数  $\tau$ ，并与理论值

$$\tau = \frac{2L}{R} \quad (R=R_{\text{电阻}} + R_S + R_L)$$

进行比较，分析误差产生的原因。

解：1. 根据第二部分所记录的原始数据有：

RC 串联电路暂态特性 ( $V_{pp}=10V$ )		时间常数 $\tau$		所用方波周期
R ( $\Omega$ )	C ( $\mu F$ )	观测值	理论值	
500	0.022	<b>12.0<math>\mu s</math></b>	12.1 $\mu s$	<b>180.0<math>\mu s</math></b>
	10	<b>5.80ms</b>	5.5ms	<b>80.0ms</b>
	100	<b>60.0ms</b>	55ms	<b>770.0ms</b>
	470	<b>272ms</b>	258.5ms	<b>3.00s</b>
10	100	<b>6.00ms</b>	6ms	<b>60.0ms</b>
50		<b>10.0ms</b>	10ms	<b>80.0ms</b>
100		<b>14.4ms</b>	15ms	<b>150.0ms</b>
500		<b>60.0ms</b>	55ms	<b>770.0ms</b>

与理论值的误差均在 10% 之内。大都比计算的理论值大些。

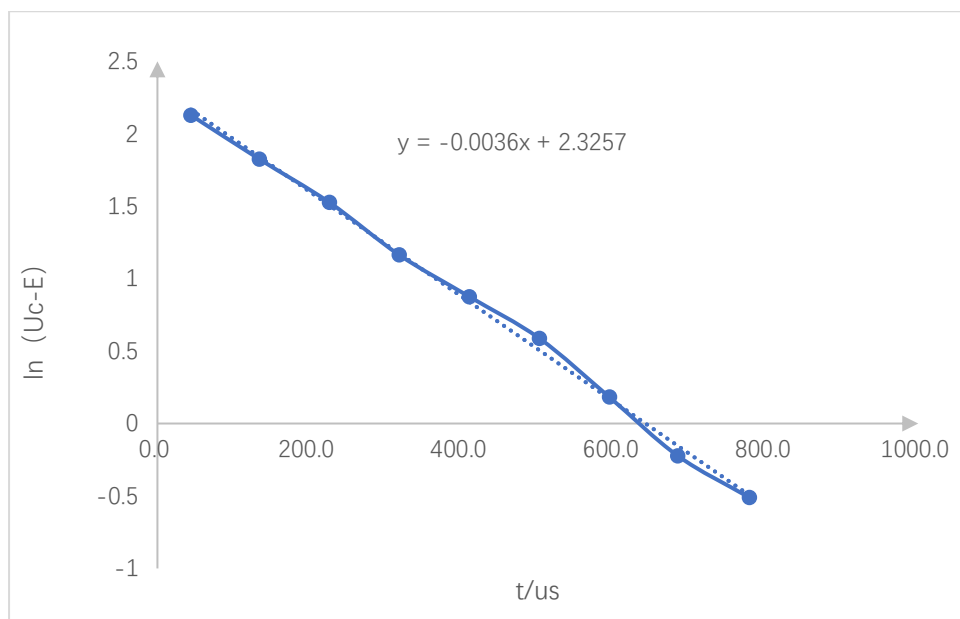
RL 串联电路暂态特性 ( $V_{pp}=10V$ )		时间常数 $\tau$		所用方波周期
R( $\Omega$ )	L (mH)	观测值	理论值	
1000	10	<b>9.20<math>\mu s</math></b>	9.47 $\mu s$	<b>0.8ms</b>
	50	<b>44.8<math>\mu s</math></b>	46.1 $\mu s$	<b>1ms</b>
	100	<b>90.0<math>\mu s</math></b>	89.0 $\mu s$	<b>1.4ms</b>
100	10	<b>60.0<math>\mu s</math></b>	63.9 $\mu s$	<b>1ms</b>
500		<b>17.6<math>\mu s</math></b>	17.97 $\mu s$	<b>250<math>\mu s</math></b>
900		<b>9.60<math>\mu s</math></b>	10.45 $\mu s$	<b>110<math>\mu s</math></b>

与理论值的误差均在 10% 之内。大都比计算的理论值小些。

$$2. \text{ 峰值时 } U_C = E \left( 1 + \sqrt{\frac{4L}{4L - R^2 C}} e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \Rightarrow U_C - E = E \sqrt{\frac{4L}{4L - R^2 C}} e^{-\frac{t}{\tau}}, \text{ 两边取对数得}$$

$$\ln(U_C - E) = \ln E \sqrt{\frac{4L}{4L - R^2 C}} - \frac{t}{\tau}, \text{ 得若斜率为 } k, \text{ 则时间常数表达式: } \tau = -\frac{1}{k}.$$

作出的图形如下图所示：



可求得图线方程为  $\ln(U_C - E) = -0.00363t + 2.32$  ( $t$  的单位为  $\mu\text{s}$ ,  $\ln(E - U_C)$  的单位为  $\text{V}$ )

根据斜率  $k$  求出时间常数  $\tau = -\frac{1}{k} = 275.48\mu\text{s} = 0.275\text{ms}$

理论值  $\tau = \frac{2L}{R} = \frac{2 \times 10 \times 10^{-3}}{6.5 + 50} = 0.354\text{ms}$ 。

计算值与理论值误差较大,有可能是电源内阻、电感、电容寄生电阻的估算值取值不当。从 RC 电路、RL 电路的数据中也可以看出,上述三个内阻可能比我们估计的值更大。电阻箱的接触电阻也是引起误差的可能原因。

#### 四、实验现象分析及结论

第一,对于 RC 或 RL 一阶电路,换路后电容电压或电感电流不跃变,随后电容电压或电感电流按照指数规律变化,指数项  $e^{-\frac{t}{\tau}}$  中的  $\tau$  表征了储能元件(电感和电容)的状态变化快慢,称为时间常数。对于 RL 电路,  $\tau = \frac{L}{R}$ ; 对于 RC 电路,  $\tau = RC$ 。

第二,对于 RLC 串联电路,当电路中电阻取值和  $2\sqrt{L/C}$  大小关系不同时,可能出现欠阻尼、临界阻尼和过阻尼三种情况。

第三,在不同取值下 RC、RL 电路的时间常数和 RLC 振荡电路的时间常数计算见第三部分;达到临界阻尼时,电阻箱电阻的取值为  $1380\Omega$  (见第二部分)。

#### 五、讨论题

1. 在 RC 和 RL 电路中,固定方波频率  $f$  而改变  $R$  的阻值,为什么会有各种不同的波形?若固定  $R$  而改变方波频率  $f$ ,会得到类似的波形吗?为什么?
2. 在 RLC 电路中,为什么要适当调节方波频率才能观测到阻尼振荡的波形?如果频率很高,

将会发生什么样的情况？试观察。

答：1. ①因为改变  $R$  的阻值将改变时间常数，时间常数不同，储能元件状态改变的快慢也不同，电路中各处电压和电流的变化速率也就不同，所以会观察到不同的波形。【根据我们推导出的一阶、二阶电路暂态过程中各处电压电流方程也可看出这一点】

②不会。只要方波的周期（准确地说是周期的一半）比达到稳态（或者接近稳态）所需要的时间长得多，所观察到的充放电波形就都是极为相近的，只不过是维持稳态（或接近稳态，波形平稳部分）的时间更长些。但若方波的周期很短，导致系统尚未达到或接近稳态，外界激励就改变了，那么波形就会发生比较大的变化了。

2. 适当调节方波频率，才能使电路在方波在由高（低）电平向低（高）电平转化前，已经很接近稳态。这样在换路（激励改变）后，才能观察到电路从一个近似的稳态开始改变的过程。

方波频率很高时，高低电平的改变很频繁，导致系统的暂态过程还未完成（系统尚未达到稳态），外界激励就改变了，系统被迫转向新的稳态，则波形没有稳态情形，而是一直在两个稳态（若允许状态改变时间无限长，电路可达到的状态）之间（并且达不到两个稳态）变化。